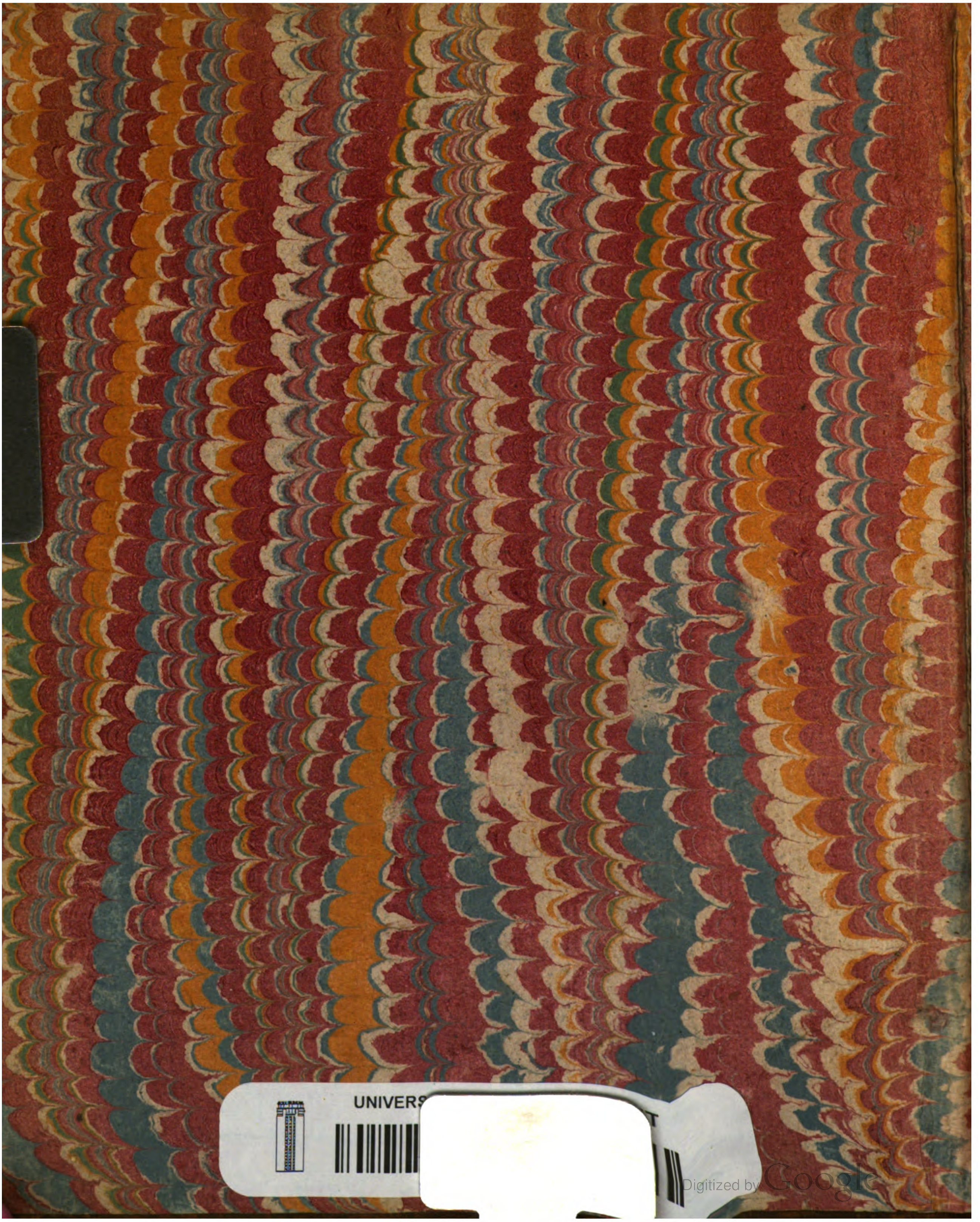



UNIVERS
T
Digitized by Google



HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES LETTRES.

ANNÉE MDCCL.



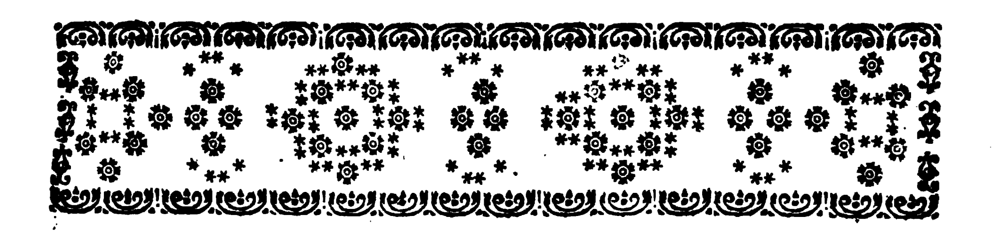
A BERLIN.

CHEZ HAUDE ET SPENER,
Libraires de la Cour & de l'Academie Royale.
MDCCLII.



Permis d'imprimer.

P. L. Moreau de Maupertuis,
Préſident.



HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE.

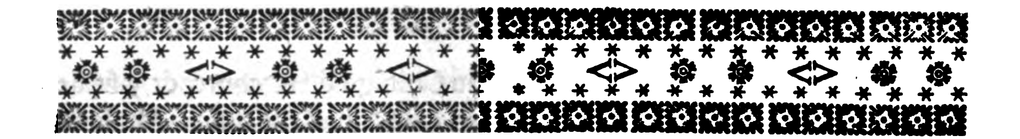
Comme cette partie de nos Mémoires, qui porte le nom d'HISTOIRE, dépend uniquement des circonstances, entant qu'elles présentent des faits assez intéressans pour la composer, on n'en a point mis à la tête des deux derniers Volumes, qui ne consistent que dans les Mémoires. Il seroit en effet superflu de donner le récit de chaque Assemblée publique, lorsqu'elles n'ont rien que de commun avec celles qui les ont précédé. D'ailleurs l'Académie a publié au commencement de cette année un Volume purement Historique; où reprenant l'Histoire de cette Compagnie depuis son origine, elle l'a continuée jusqu'à présent, en rapportant tout ce qui est digne de quelque remarque, & en y joignant les Discours, prononcés dans les solemnités, & les differentes Pieces, ou Documens, qui justifient les faits insérés dans cette Histoire.

Ce sixième Volume, qui suivant l'ordre des années auxquelles appartiennent les Mémoires, est pour l'année MDCCL. n'auroit

n'auroit point non plus de partie Hiſtorique, ſi l'on ne s'étoit cru dans l'obligation de porter quelque atteinte à l'ordre Chronologique, plutôt que de différer de deux années à faire mention d'une des plus brillantes Aſſemblées, que l'Académie ait euës jusqu'à préſent. C'eſt celle du 19. Janvier MDCCLII. qui a été honorée de la préſence de LL. AA. RR. & SS. Monſeigneur le Prince *FREDERIC GUILLAUME*, fils aîné du Prince de Pruſſe, Monſeigneur le Prince *HENRI*, frère du Roi, Madame la Ducheſſe de *BRUNSWICK*, Madame la Princeſſe *AMELIE*, Monſeigneur le Duc de *BRUNSWICK*, M. le Prince & Madame la Princeſſe héréditaire de *DARMSTADT*, MM. les Princes *FERDINAND*, & *FRANCOIS* de *BRUNSWICK*, frères de la Reine, & MM. les Princes *LOUIS* & *FREDERIC* de *WURTEMBERG*. La préſence de ces auguſtes Perſonnes, & les ſujets intéreſſans ſur lesquels devoit rouler la ſéance, avoient attiré pluſieurs Dames du premier rang, au nombre desquelles étoient celles qui compoſent la Cour de Madame la Ducheſſe, & de Madame Amelie; auſſi bien que MM. les Princes de *LOBKOWITZ* & de *LOOS*, les Feld-Marêchaux, Généraux, Miniſtres d'Etat, Miniſtres Etrangers, en un mot une affluence extraordinaire de perſonnes diſtinguées de la Cour & de la Ville, toûjours plus conſidérable dans une ſaiſon où les divertiſſemens publics en attirent beaucoup dans la Capitale, tant des Provinces, que des Païs étrangers.

On va donner ici les Pieces luës dans cette Aſſemblée publique, en ſuivant l'ordre de leur lecture. Deux Eloges acheveront de former cette Hiſtoire; celui de M. le Marêchal de *SCHMETTAU*, & celui de M. *ELSNER*. Ils ont auſſi paru mériter de ne pas demeurer aſſujettis à l'ordre des tems.

ELOGE



ELOGE
DE
M. DE LA METTRIE. (*)

Julien Offray de la Mettrie nâquit à Saint-Malo le 25. de Decembre 1709. de *Julien Offray de la Mettrie* & de *Marie Gaudron*, qui vivoient d'un Commerce assez considèrable pour procurer une bonne éducation à leur fils. Ils l'envoyérent au Collége de Coutance pour faire ses humanités, d'où il passa à Paris dans le Collége du Plessis; il fit sa rhétorique à Caën, & comme il avoit beaucoup de génie & d'imagination, il remporta tous les prix de l'éloquence; il étoit né Orateur; il aimoit passionément la Poësie & les belles-lettres; mais son Pére qui crut qu'il y avoit plus à gagner pour un Ecclésiastique que pour un Poëte, le destina a l'Eglise; il l'envoya l'année suivante au Collége du Plessis, où il fit sa Logique sous Mr. *Cordier*, qui étoit plus Jansèniste que Logicien.

C'est le caractère d'une imagination ardente de saisir avec force les objets qu'on lui présente, comme c'est le caractère de la jeunesse d'être prévenû des premières opinions qu'on lui inculque; tout autre disciple auroit adopté les sentimens de son Maître, ce n'en fut pas assez pour le jeune *la Mettrie*; il devint Jansèniste, & composa un Ouvrage qui eut vogue dans le parti.

 En

(*) Lû par M. le Conseiller Privé *Darget*.

En 1725. il étudia la Physique au Collége d'Harcourt, & y fit de grands progrés. De retour en sa Patrie, le Sieur *Hunault*, Medecin de Saint-Malo, lui conseilla d'embrasser cette profession; on persuada le Pére, on l'assura que les remédes d'un Medecin médiocre rapportoient plus que les absolutions d'un bon Prêtre. D'abord le jeune *la Mettrie* s'appliqua à l'Anatomie, il disséqua pendant deux hivers; après quoi il prit en 1725. à Reims, le bonnet de Docteur, & y fut reçû Medecin.

En 1733. il fut étudier à Leide sous le fameux *Boerhaawe*. Le Maître étoit digne de l'Ecolier, & l'Ecolier se rendit bientôt digne du Maître. Mr. *la Mettrie* appliqua toute la sagacité de son esprit à la connaissance & à la cure des infirmités humaines; & il devint grand Medecin dès-qu'il voulût l'être. En 1734. il traduisit dans ses momens de loisir le Traité du Feu de M. *Boerhaawe*, son *aphrodisiacus*; & y joignit une dissertation sur les maladies Vénériennes, dont lui-même étoit l'Auteur. Les vieux Medecins s'élevérent en France contre un Ecolier qui leur faisoit l'aff ont d'en savoir autant qu'eux. Un des plus célébres Medecins de Paris lui fit l'honneur de critiquer son ouvrage; (marque certaine qu'il étoit bon.) *La Mettrie* répliqua, & pour confondre d'autant plus son Adversaire en 1736. il composa un Traité du vertige estimé de tous les Medecins impartiaux.

Par un malheureux effet de l'imperfection humaine, une certaine basse jalousie est devenuë un des attributs des gens de lettres; elle irrite l'esprit de ceux qui sont en possession des réputations contre les progrés des naissans génies; cette rouïlle s'attache aux talens sans les détruire, mais elle leur nuit quelquefois. M. *la Mettrie* qui avançoit à pas de géant dans la carrière des Sciences, souffrit de cette jalousie, & sa vivacité l'y rendit trop sensible.

Il traduisit à Saint-Malo les Aphorismes de *Boerhaawe*, la Matiére Médicale, les Procédés Chymiques, la Théorie Chymique, & les Institutions du même Auteur; il publia presque en même tems un Abregé de *Sydenham*. Le jeune Medecin avoit appris par une expérience

périence prématurée que, pour vivre tranquille, il vaut mieux traduire que composer ; mais c'est le caractère du génie de s'échaper à la réfléxion. Fort de ses propres forces, si je peux m'exprimer ainsi, & rempli des recherches de la nature qu'il faisoit avec une dextérité infinie, il voulut communiquer au public les découvertes utiles qu'il avoit faites. Il donna son Traité sur la petite Vérole, sa Medecine pratique, & six Volumes de Commentaires sur la Physiologie du Sieur *Boerhaave*; tous ces ouvrages parurent à Paris, quoique l'Auteur les eut composés à Saint-Malo. Il joignoit à la Théorie de son Art une pratique toûjours heureuse; ce qui n'est pas un petit éloge pour un Medecin.

En 1742. M. *la Mettrie* vint à Paris, attiré par la mort de M. *Hunault* son ancien Maitre; les Sieurs *Morand* & *Sidobre* le placerent auprés du Duc de Grammont, & peu de jours après ce Seigneur lui obtint le brevet de Medecin des Gardes ; il accompagna ce Duc à la guerre, & fut avec lui à la Bataille de Dettingue, au Siége de Fribourg, & à la Bataille de Fontenoy, où il perdit son Protecteur qui y fut tué d'un coup de canon.

M. *la Mettrie* ressentit d'autant plus vivement cette perte que ce fut en même tems l'ecueil de sa fortune. Voici ce qui y donna lieu. Pendant la Campagne de Fribourg, M. *la Mettrie* fut attaqué d'une fiévre chaude: une maladie est pour un Philosophe une école de Physique ; il crût s'appercevoir que la Faculté de penser n'étoit qu'une suite de l'organisation de la machine, & que le dérangement des ressorts influoit considérablement sur cette partie de nous-même que les Métaphysiciens appellent l'Ame. Rempli de ces idées pendant sa convalescence, il porta hardiment le flambeau de l'expérience dans les ténébres de la Métaphysique; il tenta d'expliquer à l'aide de l'Anatomie, la texture déliée de l'entendement, & il ne trouva que de la Mécanique où d'autres avoient supposé une essence supérieure à la matière. Il fit imprimer ses conjectures philosophiques sous le titre

d'*Histoire Naturelle de l'Ame.* L'Aumônier du Régiment sonna le tocsin contre lui ; & d'abord tous les dévots criérent.

Le vulgaire des Ecclésiastiques est comme Don-Quichotte, qui trouvoit des avantures merveilleuses dans des événemens ordinaires ; ou comme ce fameux Militaire, qui trop rempli de son Sistême, trouvoit des colomnes dans tous les livres qu'il lisoit. La pluspart des Prêtres examinent tous les Ouvrages de Littérature, comme si c'étoient des Traités de Théologie ; remplis de ce seul objet ils voyent des hérésies partout ; de là viennent tant de faux jugemens, & tant d'accusations formées, pour la pluspart mal à propos, contre les Auteurs. Un livre de Physique doit être lû avec l'esprit d'un Physicien ; la Nature, la Vérité, est son Juge ; c'est-elle qui doit l'absoudre ou le condamner ; un livre d'Astronomie veut être lû dans un même sens. Si un pauvre Medecin prouve qu'un coup de bâton fortement appliqué sur le crane dérange l'esprit, ou bien qu'à un certain degré de chaleur la raison s'égare, il faut lui prouver le contraire, ou se taire. Si un Astronome habile démontre malgré Josué, que la Terre & tous les Globes celestes tournent autour du Soleil, il faut ou mieux calculer que lui, ou souffrir que la Terre tourne.

Mais les Théologiens, qui par leurs appréhensions continuelles pourroient faire croire aux foibles que leur cause est mauvaise, ne s'embarassent pas de si peu de chose. Ils s'obstinerent à trouver des semences d'hérésies dans un Ouvrage qui traitoit de physique ; l'Auteur essuya une persécution affreuse, & les Prêtres soutinrent qu'un Medecin accusé d'hérésie ne pouvoit pas guérir les Gardes Françoises.

A la haine des dévots se joignit celle de ses rivaux de gloire ; celle-ci se ralluma sur un ouvrage de M. *la Mettrie*, intitulé *la Politique des Medecins.* Un homme plein d'artifice & dévoré d'ambition aspiroit à la place vacante de premier Medecin du Roy de France ; il crut pour y parvenir qu'il luy suffisoit d'accabler de ridicule ceux de ses Confréres qui pouvoient prétendre à cette charge ; il fit un libelle contre eux, & abusant de la facile amitié de M. *la Mettrie*, il le séduisit

fit à lui prêter la volubilité de sa plume & la fécondité de son imagination; il n'en fallut pas d'avantage pour achever de perdre un homme peu connu, contre lequel étoient toutes les apparences, & qui n'avoit de protection que son Mérite.

M. *la Mettrie*, pour avoir été trop sincére comme Philosophe, & trop officieux comme Ami, fut obligé de renoncer à sa Patrie. Le Duc *de Duras* & le Vicomte *du Chaila* lui conseillerent de se soustraire à la haine des Prêtres & à la vengeance des Medecins; il quitta donc en 1746. les hôpitaux de l'Armée où M. *de Sechelles* l'avoit placé, & vint philosopher tranquillement à Leide. Il y composa sa *Penelope*, Ouvrage polémique contre les Medecins, où, à l'exemple de Democrite, il plaisantoit sur la vanité de sa profession: ce qu'il y eut de singulier, c'est que les Medecins dont la charlatanerie y est dépeinte au vray, ne pûrent s'empecher d'en rire eux-mêmes en le lisant; ce qui marque bien qu'il se trouvoit dans l'Ouvrage plus de gaïeté que de malice.

M. *la Mettrie* ayant perdu de vuë ses hôpitaux & ses malades s'adonna entiérement à la Philosophie spéculative; il fit son *Homme machine*, ou plutôt il jetta sur le papier quelques pensées fortes sur le Matérialisme, qu'il s'étoit sans doute proposé de rédiger. Cet Ouvrage qui devoit déplaire à des gens qui par état sont ennemis déclarés des progrès de la raison humaine, révolta tous les Prêtres de Leide contre l'Auteur; Calvinistes, Catholiques & Luthériens oublierent en ce moment que la Consubstantiation, le Libre-Arbitre, la Messe des Morts, & l'infaillibilité du Pape les divisoient; ils se réünirent tous pour persécuter un Philosophe qui avoit de plus le malheur d'être François, dans un tems où cette Monarchie faisoit une guerre heureuse à Leurs Hautes Puissances.

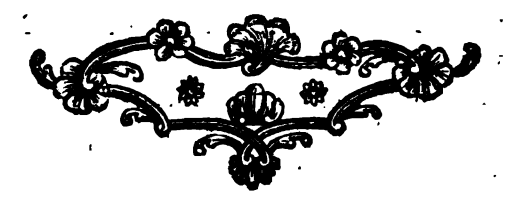
Le titre de Philosophe & de malheureux fut suffisant pour procurer à M. *la Mettrie* un asile en Prusse, avec une pension du Roy; il se rendit à Berlin au mois de Fevrier de l'année 1748. où il fut reçu Membre de l'Académie Royale des Sciences. La Medecine le revendiqua

vendiqua à la Métaphysique, & il fit un Traitté de la Dissenterie & un autre de l'Astme, les meilleurs qui ayent été écrits sur ces cruelles maladies. Il ébaucha differens ouvrages sur des matières de Philosophie abstraite qu'il s'étoit proposé d'examiner ; & par une suite des fatalités qu'il avoit éprouvé, ces Ouvrages lui furent dérobés ; mais il en demanda la suppression aussi-tôt qu'ils parurent.

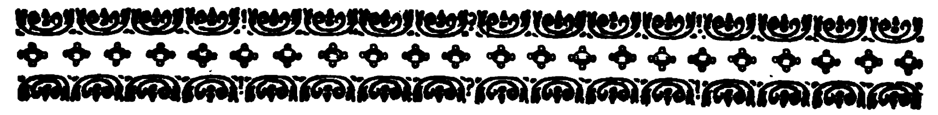
M. *la Mettrie* mourut dans la maison de Milord *Tirconnel*, Ministre Plénipotentiaire de France, auquel il avoit rendu la vie. Il semble que la Maladie, connoissant à qui elle avoit à faire, ait eû l'adresse de l'attaquer d'abord au cerveau pour le terrasser plus sûrement ; il prit une fiévre chaude avec un délire violent ; le Malade fut obligé d'avoir recours à la Science de ses Collégues, & il n'y trouva pas la ressource qu'il avoit si souvent, & pour lui & pour le public, trouvée dans la sienne propre.

Il mourut le 11. de Novembre 1751. agé de 43. Ans. Il avoit épousé *Louïse Charlotte Dréauno*, dont il ne laissa qu'une fille agée de 5. Ans & quelques mois.

M. *la Mettrie* étoit né avec un fond de gayeté naturelle intarissable ; il avoit l'esprit vif, & l'imagination si féconde qu'elle faisoit croître des fleurs dans le terrein aride de la Medecine. La nature l'avoit fait Orateur & Philosophe ; mais un présent plus précieux encore qu'il reçut d'elle, fut une Ame pure & un Coeur serviable. Tous ceux auxquels les pieuses injures des Théologiens n'en imposent pas, regrettent en M. *la Mettrie* un honnête homme & un savant Medecin.



DIS-



DISCOURS
DE
M. DE LALANDE.

MESSIEURS,

En me donnant une place dans votre illustre Compagnie, vous avez joint les liens de la reconnaissance à tant d'autres qui m'unissoient à vous.

Mais ai-je contracté l'obligation de venir vous l'exprimer d'une manière digne de vous? Non! *MESSIEURS*. Si j'ai donc à me plaindre aujourdhuy, quel que soit l'éxcés de ma sensibilité, elle ne sera point la source de mes plaintes, & je me verrai sans regret forcé de rester dans des bornes que vous même me prescrivez; puisque le titre seul, sous lequel vous daignez m'admettre parmi vous, présente une idée si differente.

En effet que devez-vous attendre de la plupart de ceux qui sacrifient leurs veilles aux sublimes recherches du Mouvement des Astres, si ce n'est l'exposition séche & aride de quelque Apparition celeste, embarrassée, s'il le faut, de quelques formules Algébriques, c'est à dire, un langage qui n'a rien de commun avec celui de l'Eloquence & du Goût?

Cependant, *MESSIEURS*, comme la faveur dont vous venez de m'honorer, est bien capable de mettre dans la bouche la plus inanimée quelques paroles de reconnaissance; j'ai crû, que sans m'engager dans une entreprise, dont l'objet doit être pour moi si étranger; je vous

vous devais tout au moins un témoignage public du zéle & de l'ardeur avec laquelle je désire me rendre digne à l'avenir de cet inestimable bonheur.

Quoique vous seuls, *MESSIEURS*, sembliez en ignorer le prix, il n'est personne d'entre vous qui n'ait appris, par sa propre expérience, à juger des sentiments qu'il doit aujourd'huy m'inspirer. Mais surtout quels doivent être les miens ? Moy né dans le fond d'une Province éloignée de la Capitale, c'est à dire, loin de ce centre d'activité, qui force, pour ainsi dire, la Nature à produire les grands-hommes, & qui les cultive au sortir de ses mains ; Moy, qui n'avois presque goûté cet aimable séjour que pour accuser le malheur de ma naissance qui semblait me l'avoir interdit ; enfin Moy, qui ne songeois gueres qu'à l'abandonner pour toûjours, lorsque je me suis vû heureusement transporté parmi vous, par un Roy, qui ne met aucunes bornes à la haute protection qu'il accorde aux Sciences Mathématiques. C'est alors que placé sous vos yeux pour entreprendre un travail, qui par l'importance de son objet méritoit infiniment votre attention, j'ai commencé à vous appartenir, avant même que vous eûssiez accordé à mon empressement ce caractère d'adoption spéciale dont vous daignez enfin me revêtir.

Je n'irai plus dans cette heureuse Ville, que plein de l'admiration dont me remplit la vuë de vôtre illustre Académie, méler ma voix à tant d'autres qui y ont porté déjà le bruit de vôtre nom.

Mais non ! J'irai plutôt, rëünissant tous mes efforts & m'élevant, s'il m'est possible, au dessus de moy-même, montrer à l'Univers tout ce que peut l'assiduité & le travail encouragé par le suffrage d'une aussi brillante Académie ; heureux, si je puis à ce prix justifier un jour le choix par lequel vous daignez écarter en ma faveur le préjugé si naturel de mon incapacité & de mon âge !

L'un & l'autre ne sçauroient sans doute m'inspirer aucune défiance ; si marchant dans la caraière où s'est fait admirer si longtems celui

celui qui préside à cette illustre Academie, je pouvais me flatter d'une partie de ses succés: mais autant il étoit difficile d'allier toutes les qualités nécessaires à remplir dignement cette place éminente, autant il seroit téméraire d'aspirer à suivre les traces d'un semblable modéle. En le voyant, au sortir des Armées, briller dans ces fameuses Académies qui nourrissent au milieu de la France, l'une l'Esprit, (a) & l'autre le Génie, (b) aller braver la Nature dans ses mystères les plus cachés, & dans ses plus insupportables rigueurs; (c) raisonner en Philosophe, (d) inventer en Géometre, (e) parler en Orateur, (f) & mériter enfin la faveur d'un si juste Monarque; je n'apprens que trop qu'il ne peut me rester en partage que l'admiration & le silence.

Rien ne doit, néanmoins, contribuer à animer mon espérance & à seconder mes efforts, comme les exemples brillants & les admirables leçons auxquelles j'aurai part desormais de la manière la plus immédiate. Oui, *MESSIEURS*, en respirant au milieu de vous, il me semble que je vai respirer une partie des dispositions qui doivent en quelque sorte me rapprocher de vous.

Temoin déja, avec toute l'Europe, de l'eclat & de la perfection que les Sciences acquiérent chaque jour entre vos mains, je deviens un Exemple de votre zéle à exciter les talens inconnus, à les soutenir dans leur naissance, à les encourager dans leurs progrés.

Il est vrai, *MESSIEURS*, que c'est ici, comme une des principales fonctions de votre Ministère dans l'Etat; vous qui ne vivez que pour le bien de la Patrie, pourriez-vous ne pas prendre un soin particulier de tout ce qui semble annoncer des dispositions capables de remplir la moindre partie d'un objet aussi grand?

B 2 Mais

(a) L'Academie Françoise. (b) L'Academie des Sciences.

(c) Voyage de Laponie pour la figure de la terre.

(d) *Essay de Philosophie Morale*, *Venus Physique*, &c.

(e) *Essay de Cosmologie*, *Discours sur la Parallaxe de la Lune*, *Figure des Astres*, *Astronomie nautique*, &c.

(f) Grand nombre de beaux Discours & de Pieces de Littérature.

Mais c'eſt ſurtout dans la diſtribution que vous faites aux Etrangers de vos ſoins, que vous paraiſſez, *MESSIEURS*, les plus attachés à tout ce qui peut aider au progrés des Sciences ; tantôt vous élevant au deſſus du préjugé des Nations, vous ne refuſez point d'adopter dans les peuples les moins éclairés, ce qui peut mériter de l'être ; tantôt au deſſus de cette eſpece de jalouſie, qui déſunit presque toûjours ceux que la diverſité des Climats a ſéparés, vous recherchez la vérité parmi ces hommes qui vous ſemblent moins attachés à la connaitre & à la cultiver, qu'à l'enſevelir dans des Ornemens étrangers, & vous la recevez de leurs mains. Toûjours ainſi occupés du ſoin de répandre de plus en plus dans l'Univers, le goût du vrai & de cette application ſolide, qui caractériſe ſurtout votre illuſtre Académie ; vous ſçavez en éloigner cet art dangereux & ſéduiſant du bel Eſprit, qui ne conſiſte qu'à donner un prix à ce qui n'en ſçaurait avoir en ſoy-même.

Ainſi ce n'eſt pas aſſez que votre art merveilleux ait ſçû ſe rendre utile, & même néceſſaire, au milieu des horreurs de la Guerre ; vous voulez que dans des jours plus tranquilles la Patrie jouïſſe encore du fruit de vos moindres momens. Qu'ils ſont précieux ces momens, mais auſſi qu'ils ſont flatteurs pour vous, *MESSIEURS*, lorsque d'*ILLUSTRES PRINCESSES*, dont l'Eſprit, le goût, & le diſcernement ſuffit pour former la preuve la plus complette & la plus déciſive du prix de vos occupations, daignent venir jusqu'au milieu de vous, vous témoigner par leur préſence & par leur attention la bienveuïllance, dont elles honorent vos travaux, & l'eſtime quelles accordent à vos ſuccés !

Vous êtes donc tout à la fois, *MESSIEURS*, le flambeau de la Patrie & celui de l'Humanité, Dépoſitaires de la plus grande partie de la ſplendeur d'un Etat ; chargés tout à la fois d'inſtruire & déclairer les Citoiens ; de conduire l'eſprit & de régler le coeur ; vous fourniſſez à l'un ſes alimens les plus ſolides, à l'autre ſes plus nobles délaſſemens.

Parmi

Parmi les plus célébres Académies en fut-il jamais une qui ofa, comme la vôtre, entreprendre de tempérer, par l'éclat de la plus belle Littérature, l'obfcurité des penibles fentiers de la Philofophie? C'eft à vous, *MESSIEURS*, qu'il étoit refervé de nous montrer tout le beau & l'utile de cet heureux affemblage, dont votre illuftre Fondateur vous donna le premier exemple, & dont il vous transmit toute la perfection.

En effet, fi nous regardons l'illuftre *Leibnitz*, comme l'Auteur de la plus fublime partie des Connaiffances du Géometre; ne fut-il pas aux Métaphyficiens comme un guide dans leurs fpéculations; aux Phyficiens comme une fource de lumiere dans leurs raifonnemens; aux Hiftoriens, aux Théologiens, & aux Poëtes, un rival qui faifait encore honneur au nom de *Leibnitz* & à celui de Chef d'une floriffante Académie? Digne objet enfin du Choix du Monarque Augufte, fous la protection duquel vous commençâtes à travailler de concert dans ces champs, jusqu'alors peu cultivés; mais que l'on vit, bientôt entre vos mains, prendre une nouvelle face. Depuis cette époque fi memorable, il ne faudrait que compter les inftans pour appercevoir tous les pas qu'a fait votre illuftre Académie vers ce genre de gloire, qu'elle à toujours eu devant les yeux, je veux dire, la perfection générale de toutes les Sciences.

Mais, *MESSIEURS*, votre renouvellement offre furtout à ma vuë un fpectacle d'admiration. Un Roy qui voulant fignaler les premiers inftans de fon repos par le goût le plus déclaré pour les beaux Arts, les place avec lui, fur le thrône, en achevant de les tirer du Berceau; un Roy qui, las de courir de victoire en victoire, vient s'écrier avec vous dans le fein de la paix: *Dulces ante omnia Mufæ;* Ce Roy, enfin qui non feulement par un prodige que tous les fiécles ont refervé, ce femble, à vos heureufes contrées, raffemble autour de lui plus de Héros que ne firent jamais les Dictateurs de l'Italie; plus de Philofophes que Socrate & Pythagore; plus d'Efprits que Mecenes & qu'Augufte: mais qui par un autre prodige réfervé à lui feul, eft de tous ces

Héros le plus grand; de tous ces Philosophes le plus sage; de tous ces Génies le plus solide, le plus aimable, & le plus beau. Grand Roy dédaigneriez-vous, quelque foible qu'il soit, l'hommage que vous rendent aujourd'huy, par ma voix, ces bouches consacrées à la Vérité, & destinées à la montrer à tous les hommes? Ne pourroient-elles dans l'excés de leur admiration & de leur reconnaissance, s'unir, pour un instant à celles qui sont chargées d'annoncer, dans l'Univers, les prodiges de votre Régne, & de les transmettre à la Postérité?

Ouï, *MESSIEURS*, ce tribut, qui encore une fois ne sçauroit être suspect, est le seul qui mérite d'être porté jusques aux pieds de ce Monarque, & de parvenir avec lui à l'immortalité.

Moins de grandeur suffirait pour animer nos pinceaux, si leurs traits pouvoient être assez vifs pour rendre au naturel le portrait qu'il en a sçû graver lui-même dans l'esprit de toutes les Nations, mais dans vos coeurs surtout; Peuples vraiment heureux sous le régne d'un Prince, dont la Grandeur naît du bonheur de ses sujets.

Heureuse Académie, puissiez-vous jouïr longtems du bonheur de voir parmi vos noms le Glorieux Nom de *FREDERIC!*



REPONSE

RÉPONSE
DE
M. DE MAUPERTUIS.

MONSIEUR,

Nous ne sommes plus, grace au Ciel, dans des tems où l'on eut eu besoin d'un long discours pour faire connoitre l'utilité de l'entreprise que vous venez exécuter icy. Tous ceux qui ont quelque connoissance de l'Astronomie sçavent de quelle importance est la Théorie de la Lune pour le progrés de cette Science: ceux qui se sont bornés à la Géographie sçavent combien les Observations de la Lune sont utiles pour déterminer la position des Lieux sur la Terre: enfin les Navigateurs sentent encor mieux qu'ils sont dans une dépendance continuelle de cet Astre. Pendant qu'il est la cause & la régle des Mouvements de la Mer, il fournit les moyens pour se conduire avec seureté sur cet Elément; Et si une connoissance commune du Cours de la Lune suffit au Navigateur qui ne s'écarte pas des côtes, celui qui entreprend ces longues Navigations pendant lesquelles il ne voit que la Mer & le Ciel, doit avoir des connoissances bien plus exactes & plus étendues. Il semble que les autres Astres n'éclairent le Cieux que pour former le spectacle de l'Univers; celui-cy paroit avoir été donné à la Terre pour l'utilité de ses habitans.

Entre tant de Bienfaits dont les Hommes sont redevables à la Lune, il étoit assez naturel qu'ils poussassent la reconnoissance trop loin. Pendant que les Philosophes admirent & calculent les effets réels de cet Astre, le Peuple lui attribuë des influences imaginaires; consulte ses Aspects sur l'administration des Remédes dans ses maladies, sur l'Economie de son Bétail, sur le tems où il doit semer ses Grains, ou tailler ses Arbres.

Les

Les Perſonnes Auguſtes devant qui j'ay l'honneur de parler ſont trop éclairées, pour que je croye devoir dire combien tous ces prétendus effets ſont peu fondés: Il eſt plus à propos d'expliquer le but de vos Obſervations.

On eſt déjà ſans doute aſſez prévenu pour vôtre entrepriſe, lorsqu'on ſçait qu'elle eſt formée par une Nation chez laquelle les Sciences ſont en ſi grand honneur, & ont fait de ſi grands progrés: lorsqu'on voit que *LOUIS* envoye en même tems pour l'exécuter, des Aſtronomes dans les parties Septentrionales de l'Europe, & jusqu'aux extremités Meridionales de l'Afrique; & que *FEDERIC* la partage par les ordres qu'il m'a donnés pour que vous trouviez ici tous les ſecours que ſon Académie & ſon Obſervatoire peuvent vous procurer, & pour que les mêmes Obſervations ſoient faites par ſes Aſtronomes.

Mais on peut dire que l'Allemagne a dans cette Entrepriſe un intéreſt en quelque ſorte perſonnel: Ce ſera à jamais une époque glorieuſe pour ce Païs-cy qu'un ſimple particulier ait eu aſſez d'amour pour les Sciences, & aſſez de généroſité, pour entreprendre ce que la France exécute.

En 1705. Mr. de *Kroſigk*, Conſeiller Privé de *FREDERIC I.* connoiſſant l'importance dont eſt la détermination de *la Parallaxe de la Lune*, envoya à ſes dépens au Cap de Bonne Eſpérance M. *Kolbe*, muni des meilleurs Inſtruments qu'on connût alors, pendant qu'il faiſoit faire ici par M. *Wagner* avec des Inſtrumens pareils les Obſervations correſpondantes. L'entrepriſe de cet homme illuſtre n'eut point le ſuccès qu'elle méritoit: Differens obſtacles, & la nature des Inſtrumens qui étoient bien éloignés de la perfection de ceux d'aujourd'huy, firent qu'on ne put retirer de cette opération les avantages qu'on en avoit eſpérés.

Pour connoître ces avantages, il faut expliquer ce que c'eſt que la Parallaxe de la Lune: Et comment on en déduit la diſtance de la Lune à la Terre.

Que

Que des Etres aussi bornés que nous le sommes, relégués dans un coin de l'Univers, veuillent de là mesurer la Distance de ces Corps que l'Etre suprême a placés à de si grands éloignements: cela paroitroit l'entreprise la plus téméraire, si l'on ne connoissoit le pouvoir de la Géometrie. Mais on sçait, que tous les jours elle nous découvre la hauteur d'une Tour, ou la distance d'un autre Objet terrestre inaccessible, avec autant d'exactitude que si l'on eut réellement mesuré cette hauteur ou cette distance; une seule proposition d'Euclide résoud également ces Problèmes. Il n'est question que d'appliquer la distance qu'on cherche à un Triangle dont deux Angles & un côté soyent connus. L'opération est très simple lorsqu'on veut mesurer la distance de quelqu'objet terrestre; voici comme ce Triangle se forme lorsque c'est la distance de la Terre à la Lune qu'on veut découvrir.

Si cette distance étoit si grande que le globe entier de la Terre ne fut pour ainsi dire qu'un point en comparaison, de quelque lieu de la Terre qu'on observât la Lune, dans chaque instant on la verroit au même Lieu du Ciel; il n'y auroit aucune diversité d'aspect, il n'y auroit point de Parallaxe; & c'est ce qui a lieu à l'egard des Etoiles fixes dont la distance peut passer pour infinie. Mais il s'en faut beaucoup que la Lune soit aussi éloignée de nous; sa distance n'est que d'environ 10. fois la Circonference de la Terre, & le Diametre de la Terre est une quantité considérable par rapport à cette Distance. Si donc on suppose le Centre de la Terre, celuy de la Lune, & quelqu'Etoile fixe dans une même ligne droite, un Observateur placé dans les Régions Septentrionales de la Terre verra la Lune au dessous de l'Etoile, tandis qu'un autre Observateur placé sous le même Meridien dans les Régions Meridionales la verra au dessus: Et les deux distances apparentes de la Lune à l'Etoile donneront la Parallaxe. (*)

Qu'on

(*) Nous prenons ici la Parallaxe dans un autre sens & dans un sens plus général qu'on ne la prend ordinairement. Ce que les Astronomes appellent *la Parallaxe*

Mém. de l'Acad. Tom. VI. C

Qu'on conçoive maintenant une Ligne droite tirée à travers de la Terre qui joigne les lieux des deux Observateurs: Cette ligne sera la Base d'un Triangle dont les deux autres côtés seront les lignes tirées de chaque Observateur à la Lune.

Or dans ce Triangle les trois Angles, & la Base étant connus, l'on a la longeur de chacun des cotés & la distance du Centre de la Lune au Centre de la Terre: Le tout ne dépend que de la précision avec laquelle on connoit la position des Lieux des Observateurs, l'Angle de la Parallaxe, la grandeur & la figure de la Terre.

Mais dans cette Opération il y a une remarque à faire: C'est que plus la Ligne qui sert de Base est longue, plus est grande l'exactitude avec laquelle on détermine la distance qu'on cherche. C'est par cette considération que pour bien déterminer la Distance de la Lune, on n'employe pas des Observations faites par des Astronomes placés à peu de degrés l'un de l'autre: Plus l'Arc du Meridien qui les sépare est grand, plus on peut compter sur la précision de cette Distance.

On eut trouvé dans l'Amérique un Arc du Meridien plus long que dans nôtre Continent, si l'on eut pris celuy qui passe par les Terres Magellaniques, & qui s'étend jusqu'aux Extrémités les plus Septentrionales: Mais ces Païs étoient trop peu habitables ou trop peu connus pour y penser. A la verité sans sortir de ce Continent le Meridien qui passe par le Cap de Bonne Espérance pouvoit fournir pour vos Observations, un point plus avantageux que celuy que vous avez choisi: La Lapponie Danoise se trouve sous ce même Meridien: & vous eussiez pû en vous plaçant au Cap Nord allonger de 18. degrés l'Arc qui vous sépare du Cap de Bonne Espérance.

Cependant si vous faites attention aux difficultés que des Climats aussi rudes apportent aux Observations, & aux secours & aux com-

laxe de la Lune, est l'Angle formé à la Lune par deux lignes tirées l'une du centre de la Terre, l'autre du point de la surface où se trouve l'Observateur. Ici nous prenons pour la Parallaxe l'Angle formé par les lignes tirées des points de la surface de la Terre où se trouvent les deux Observateurs.

commodités, que vous trouverez dans une Ville où tous les Arts & toutes les Sciences fleurissent, vous regretterez moins cette perte sur la distance dont on auroit pu vous éloigner encor. La précision que vous pouvez donner ici à vos Observations sera peut-être préférable à ce que vous auriez gagné par une situation plus avantageuse: & pour nous, dans le choix qu'on a fait de Berlin, nous trouvons l'avantage de vous avoir connu, & de vous avoir acquis pour Confrére.

Revenons à l'objet de vos Observations. La distance de la Lune à la Terre est un des Eléments, non seulement de l'Astronomie, mais de toute la Physique Celeste: Ce fut par elle qu'on put comparer la force qui retient la Lune dans son Orbite avec celle qui fait tomber les Corps vers la Terre, avec la Pesanteur; & qu'on vit que ces deux forces n'étoient que la même. Cette decouverte conduisit *Newton* à la Gravité universelle, & luy dévoila toute la Mechanique de l'Univers.

Mais si la distance de la Lune à la Terre étoit dès ce tems-là connue avec une précision suffisante pour l'usage auquel *Newton* l'appliquoit, d'autres besoins font désirer qu'on la connoisse avec plus d'exactitude; & avec toute l'exactitude possible.

La plus grande précision est necessaire pour parvenir à une Théorie complete de la Lune: avec cette Théorie on déterminera le point du Ciel où se doit trouver la Lune à chaque moment; la position de la Lune calculée pour chaque lieu, & observée par le Navigateur dans le lieu ou il est, luy donnera par la difference des heures, la difference des Meridiens: & le fameux Probleme de la Longitude sera résolu. Le Navigateur connoitra la distance où il est du Meridien du lieu de son départ avec autant de précision qu'il sçait à quelle distance il est de l'Equateur, il ne sera plus exposé à ces funestes Erreurs qui naissent d'une estime incertaine, & qui causent tous les jours des Naufrages.

Aprés ce dernier avantage, je n'ay plus besoin de parler d'aucun autre. L'utilité de ce qui peut conserver la vie des hommes & assurer leur fortune passe chez eux avant tout, & leur est assez démontrée.

Mais

Mais il ſera peut-être à propos de lever icy certains doutes qui pourroient naitre, ou de répondre à quelques Queſtions qu'on pourroit faire.

La diſtance de la Lune à la Terre bien déterminée, tous ſes mouvements bien connus, ſon lieu dans le Ciel exactement marqué pour chaque inſtant; ne faudra-t-il pas encor bien des Obſervations & des calculs pour en déduire la Longitude? Et chaque Pilote ſera-t-il aſſez habile Aſtronome pour les faire? Nous avouons qu'il faudra pour cela plus de ſcience & plus de travail que jusqu'icy n'en employent les Pilotes ordinaires; mais doit-on ſe priver de tels avantages parce qu'il en coute des ſoins pour en profiter? D'ailleurs les ſpéculations les plus ſubtiles ne ſe ſont-elles pas dans presque tous les Arts converties en pratiques aſſez ſimples? Et ſi l'on eut propoſé aux premiers Hommes qui s'expoſerent ſur un Radeau la Science de la Navigation, euſſent-ils pu croire que ſes Régles devinſſent jamais aſſez faciles pour que tous les gens de Mer les connuſſent & les pratiquaſſent?

Mais, dira-t-on peut être encor; en convenant de toute l'utilité de la Théorie de la Lune, eſt-il ſeur qu'on l'obtienne par les Obſervations de la Parallaxe? Non; mais il eſt ſeur que ces Obſervations fourniſſent le meilleur moyen pour y parvenir: Et quoyque le progrés ſoit lent, quoyque le tems du ſuccés ſoit reculé & incertain, tout ce qui nous approche d'objets auſſi importants mérite les plus grands travaux d'une Nation éclairée. Peut-être ne retirerons-nous point nous-mémes les derniers fruits de ces travaux: peut-être ne ſont-ils reſervés que pour des tems qui ſont encor fort éloignés: Mais en ſeront-ils moins précieux pour les hommes qui vivront alors? L'Amour du vray & de l'utile doit embraſſer tous les tems, & ne faire de tous les hommes qu'une même Société.



DE

DE L'OBLIGATION
DE SE PROCURER TOUTES LES COMMODITÉ'S DE LA VIE,
CONSIDERÉE COMME UN DEVOIR DE LA MORALE.

PAR M. FORMEY.

On aura peut-être de la peine à se persuader que ce que je veux faire envisager sous l'idée d'un Devoir, en soit un, & qu'il faille le proposer aux hommes sous ce point de vuë, comme s'ils n'etoient pas disposés, non seulement à le réduire en pratique, mais même à le pousser au delà de ses justes bornes. Ce seroit pourtant se tromper que d'acquiescer à l'une & à l'autre de ces décisions. L'obligation de se procurer toutes les commodités de la Vie est un devoir légitimement déduit des premiers principes de la Morale; & qui plus est, c'est un devoir communément negligé. Quelques momens d'attention suffiront, si je ne me trompe, pour en convaincre ceux qui pensent autrement.

La Morale n'est rien, ou elle est la Science du Bonheur. Quelle autre raison pourroit déterminer la Créature raisonnable à réfléchir sur la nature de ses actions; quel autre but pourroit-elle se proposer en y faisant régner un certain ordre, qui paroit d'abord tenir de la géne & de la contrainte, sinon d'en être récompensée par un état préférable à celui où elle demeureroit en négligeant ces précautions? Aussi tous les Philosophes qui ont fait de la Morale leur objet, ont-ils parlé à leurs

Disciples du Bonheur, du Souverain Bien, comme de la derniere fin à laquelle ils devoient tendre. Il n'etoit pas difficile en effet de connoître une fin que la Nature a écrite en gros caractères dans le coeur de tous les hommes. Mais il s'en failoit bien qu'il fut aussi aisé de trouver les moyens qui conduisent à cette fin, parce que la Nature, gardant le silence à cet égard, laisse à l'homme le soin de consulter l'Expérience & la Raison, pour se demêler avec succès de cette grande entreprise.

C'est donc ici que commencent tous ces Edifices, qu'on appelle *Systèmes*, & qu'on distingue par les noms de leurs Architectes. Il y en a eu par centaines, comme le témoignent les Philosophes anciens; mais au fonds ils peuvent être réduits à trois principaux. On a voulu rendre l'homme heureux par l'Insensibilité, par la Volupté, & par la Vertu. Je sortirois des bornes de mon Plan, si je faisois ici l'analyse & la comparaison de ces Systèmes. Je laisse donc indécis, laquelle de ces trois routes mene effectivement au Bonheur; mais si l'obligation de se procurer toutes les commodités de la Vie découle également de ces trois Sources, j'aurai eu raison d'avancer que c'est un devoir légitimement déduit des premiers principes de la Morale.

J'entens par cette obligation, (car il est essentiel de commencer par la définir,) l'attention que nous devons apporter à écarter de la portée de nos sens, & des idées de nôtre esprit, tout ce qui altère, inquiéte, aigrit, & fait des impressions facheuses, pour y substituer les choses propres à produire des effets doux & agréables. Il ne s'agit donc ici, ni des prétentions outrées des Passions, ni de cette mollesse entre les bras de laquelle l'homme s'endort si volontiers. Je ne cherche à mettre l'homme dans une situation riante, qu'autant qu'elle est propre à faciliter la pratique de ses devoirs; car si je le détournois de ses devoirs, je le rendrois malheureux, & je ne pourrois plus me vanter de lui donner une leçon de Morale. Je donnerai dans la suite de ce Discours quelques Exemples qui acheveront de fixer les justes limites

limites de cette obligation. Voyons sa nécessité dans les trois Systêmes généraux du Bonheur.

I. Le premier est celui de l'Insensibilité, de l'*Apathie*, comme la nommoient ceux qui en ont introduit l'idée. Ce dogme pris dans un sens absolu, & à toute rigueur, est la plus haute de toutes les chimères. Un homme qui ne sent rien est un homme, si j'ose ainsi dire, *des-humanisé*. L'orgueil peut se vanter de ne rien sentir; l'enthousiasme peut jetter dans un accès de délire, où l'on ne sente effectivement rien. Mais il est impossible de faire de cet état un état permanent, un état philosophique. Ce Sage cantonné en lui-même, siégeant dans je ne sçai quelle Capitale intèrieure, où il est inaccessible à tous les traits, à toutes les disgraces, est le Phoenix, c'est à dire, un Etre aussi fabuleux que cet Oiseau.

Si l'on veut donc laisser à l'*Apathie* la prérogative d'être un Systême, une route à la Felicité, il faut au moins la prendre dans un sens raisonnable & possible. Alors elle signifiera ce détachement de toutes les choses du dehors, par lequel nous arrivons insensiblement à pouvoir nous en passer sans peine, & à trouver nôtre joye & nôtre satisfaction en nous-mêmes. Cette idée est grande, elle est belle, elle est vraye. Mais je vous prie de faire d'après l'expérience une remarque, qui nous conduira tout droit à l'obligation que je veux établir. C'est qu'il est incomparablement plus facile de se défaire de la sensibilité pour les grandes choses que de la sensibilité pour les petites. Cela est étonnant, mais cela est incontestable. Il y a dans les grandes Ames, dans les Ames Philosophes, un principe de noblesse & d'élévation, qui les soutient dans tout ce qui a de l'éclat, & qui demande une force heroïque; jamais cela ne leur manque au besoin. Mais ce Heros, ce Philosophe, que les coups les plus rudes du sort n'ont point ébranlé, vous les verrez s'inquiéter, se laisser emporter quelquefois hors de leur assiette, par des choses qui n'ont aucune proportion avec celles dont ils ont pleinement triomphé. De là vient l'extrême

trème difference entre la vie privée & la vie publique, & l'etonnement où l'on est en voyant de près des Hommes, dont la grandeur apperçuë en perspective étoit si frappante, en les voyant, dis-je, petits, minucieux, méprisables. On a fondé là dessus ces Maximes vulgairement reçuës; que *la présence diminuë la renommée*, & *qu'il n'y a point de Hèros pour son Valet de Chambre.* Et moi j'y fonde l'obligation de prévenir ces travers, ces inégalités, ces bizarreries, qui font souvent éclipser les plus brillantes qualités; & je dis que le meilleur moyen d'y réüssir, c'est d'arranger les objets les plus voisins, & auxquels sont attachées les véritables commodités de la vie, de maniere qu'il en résulte un coup d'oeil gracieux, des impressions riantes. On ne sçauroit croire combien cela influë sur l'etat de l'Ame. Le Philosophe qui méprise ces détails, & qui croit y trouver une espece de puérilité, est un faux Philosophe, qui n'entend pas son métier, & qui n'arrivera jamais à la veritable *Apathie*. Tout le faste de ses Dogmes ne l'empêchera pas de recèler au dedans de soi mille soucis, d'autant plus incommodes qu'ils renaissent tous les jours.

II. On comprend aisément que, dans le Systême de la Volupté, l'obligation dont je parle, est, sinon plus forte, au moins plus marquée. Mais je vais plus loin, & j'avance une chose dont je suis persuadé; c'est que la volupté d'*Epicure* n'est que cela. Il y a longtems qu'on a réhabilité ce Philosophe, dont la mémoire avoit été injustement décriée, & qui n'a rien de commun avec ces Epicuriens, qui font de l'aimable Déesse de leur Maître une Furie grossière & brutale. Ce célébre Grec avoit trop profondément médité sur les sources du vrai bonheur pour en indiquer d'aussi mauvaises que la sensualité & les excès. Il n'y a qu'à lire les Sentences qu'il a prononcées, & en particulier celles qu'on trouve enchassées avec tant d'art dans les admirables Lettres de *Seneque* à *Lucilius*. Ces Lettres sont, pour ainsi dire, une conciliation perpetuelle de la doctrine d'Epicure & de celle des Stoïciens; & en effet quelque opposées que paroissent ces deux doctrines, il est certain qu'elles ne different point essentiellement. *Epicure* veut

mener

mener à la Vertu par la route d'une Volupté, conforme aux Loix de la Nature & aux Conſeils de la Raiſon, d'une Volupté pure, paiſible, & qu'on puiſſe ſe procurer dans tous les tems & dans tous les lieux. *Zenon* veut mener à la Volupté, (car le Bonheur, le Souverain Bien & la vraye Volupté ſont la même choſe;) il veut, dis-je, mener à la Volupté par la Vertu; il veut que l'Homme devienne ſemblable aux Dieux, en vivant comme eux. A' laquelle donc de ces deux Ecoles qu'on aille, il en réſultera le même effet; on reviendra de la premiere vertueux par la volupté, & de la ſeconde voluptueux, c'eſt à dire, heureux, par la vertu.

Mais pour ne point ſortir des bornes de la Queſtion que j'examine, comment obtenir la vraye Volupté d'Epicure? Eſt-ce dans le *tumulte*, dans le fracas, dans l'etourdiſſement des plaiſirs, qu'elle ſe trouve? Un paſſage des Lettres que j'ai citées, nous l'apprendra: je ſuis fâché ſeulement de ne pouvoir pas lui conſerver toute ſa beauté dans ma Traduction. "Ceux, dit Seneque, qui s'adreſſent à Epicu-" re, ont la fauſſe eſpèrance qu'ils pourront mettre tous leurs vices à " l'abri de ſes préceptes. Quand ils arrivent à la porte de ſon petit " Jardin, ils y liſent cette Inſcription: Etranger, vous ſerez bien ici, " vous y goûterez le Souverain Bien dans la Volupté; l'hôte du lo-" gis vient enſuite les recevoir avec un air d'hoſpitalité, & de la fa-" çon la plus humaine; il leur préſente de la boüillie de farine d'orge, " il leur verſe de l'eau largement, & leur dit enſuite: Eh! bien, n'a-" vez vous pas été bien reçûs?" (*) Voilà l'idée que Seneque nous donne de la Volupté d'Epicure: ſa Secte n'auroit pas été ſi nombreuſe aſſu-

(*) .... *Iſtis qui ad illa confugiunt, ſpe mala inducti, qui velamentum ſe ipſos ſuorum vitiorum habituros exiſtimant. .... Cum adierint hos hortulos, & inſcriptum hortulis, Hoſpes hic bene manebis, hic ſummum bonum voluptas eſt: paratus erit iſtius domicilii cuſtos, hoſpitalis, humanus, & te polenta excipiet, & aquam quoque large miniſtrabit, & dicet: Ecquid bene acceptus es?* Epiſt. XXI. ad Lucilium.

assurément, si l'on n'avoit mis aucun assaisonnement à cette premiere simplicité.

On a eu grand tort cependant de le faire: tout ce que l'on a ajouté, peut être comparé au fard qui ne rehaussa jamais les charmes de la Beauté. Il faloit s'en tenir au plan du Sage Athenien. Un petit Jardin bien cultivé, une Maison commode, des mets apprêtés sans art, des Livres, des Amis, une Compagne douce & fidèle, on l'a dit souvent, & peu de gens veulent le croire, ou ne s'en apperçoivent que trop tard; voilà ce qui rend la vie heureuse. La vocation secrete & invariable que la Nature nous adresse au Bonheur, seroit une illusion, ou ne serviroit qu'à nous tourmenter, s'il faloit pour l'acquérir des fraix que tout le Monde ne fut pas en état de faire, & que par là il devint un appanage réservé à certaines conditions. C'est au contraire dans ces conditions qu'on est le moins à portée de le goûter, parce que l'Art y étouffe sans cesse la Nature, & qu'on se dègoûte bientôt de tout ce qui n'est pas naturel. Je conclus donc qu'un vrai Epicurien, un Epicurien sage & raisonnable, est celui qui va droit au but, en se procurant ces commodités de la Vie, qui en marquent tous les instans d'une maniere douce, & bien autrement délicieuse, qu'on ne les passe dans la dissipation.

III. Je viens au troisiéme Systême du Bonheur; c'est celui dans lequel on le regarde comme indissolublement attaché à la pratique de la Vertu. J'avois dit, je l'avoüe, que je laisserois indécis; laquelle des trois doctrines qui ont été indiquées, est la veritable? mais je ne sçaurois me résoudre à persévérer dans cette indécision. Il est si évident qu'on n'est, & qu'on ne peut être heureux qu'autant qu'on est Vertueux, que la seule apparence du doute à cet égard me paroît mal séante. La démonstration de cette Vérité est étrangére au sujet que je traitte; & après tout chacun la porte dans son coeur, quelque combattuë qu'elle y puisse être par l'Erreur ou par le Vice.

Mais je m'attens bien qu'on trouvera que je tourne le dos à mon but, en représentant l'attention à se procurer toutes les commodités de

de la Vie comme une obligation, un devoir moral, qui puiſſe être déduit du Principe par lequel l'acquiſition du Bonheur eſt réſervée à la ſeule Vertu. N'eſt-ce pas, dira-t-on, énerver les hommes, leur faire employer à de petits ſoins, à de baſſes occupations, cette activité & ces forces qui ſuffiſent à peine pour les pénibles efforts, auxquels la pratique d'une Vertu ſoutenuë engage? N'eſt-ce pas ſerrer des liens que la Vertu a une peine infinie à rompre? En un mot, n'eſt-ce pas allier des choſes incompatibles?

Ici j'ai beſoin de beaucoup de clarté & de préciſion pour achever d'expliquer mon idée, & pour prouver ma Propoſition. J'ai déjà fait ſentir par la définition du Devoir que j'introduis dans la Morale, qu'il ne s'agiſſoit point d'une vie oiſive, molle & licencieuſe; & que je ne prétendois accorder aux hommes que la réünion des commodités qui facilitent la pratique de leurs devoirs, ou du moins qui ne la troublent pas.

Cela poſé, tout va, ſi je ne me trompe, de plein pied. Qu'eſt-ce que la Vertu? C'eſt l'habitude de faire le bien. Qu'eſt-ce qu'une habitude? C'eſt la facilité que nous acquérons per une ſuite d'actes réïterés d'exécuter d'une maniere promte & heureuſe ce que nous n'étions pas en état de faire auparavant, ou ce qui nous coûtoit de la peine & des efforts? Enfin comment acquiert-on cette facilité? A' proportion des ſecours & des commodités dont on eſt à portée de faire uſage. Paſſez en revuë toutes les Sciences, tous les Exercices du Corps: vous verrez que toutes ces choſes ne s'apprennent jamais autrement. Si l'on veut qu'un Enfant ſçache écrire, on ne lui donne pas une mauvaiſe plume, de mauvaiſe encre, un papier raboteux, on ne le place pas dans une attitude gênante, on ne lui ôte pas le degré de jour néceſſaire; & ainſi du reſte. Je n'accumulerai pas de ſemblables exemples; je ne crois pas que l'on me conteſte que les progrés en tout genre, dépendent des commodités plus ou moins grandes que nous rencontrons, en ſuppoſant les diſpoſitions convenables dans le ſujet qui en profite.

Ainsi, & pour ne pas lasser vôtre attention, je maintiens qu'il en est absolument de même de la Vertu en général, & des devoirs qui constituent les Vertus particulieres. On ne sçauroit être trop soigneux de rassembler tout ce qui peut nous en rendre la pratique douce & aisée; parce qu'il est rare qu'on se soutienne dans l'exercice des choses, qui n'offrent jamais que des combats à soutenir & des obstacles à vaincre. Or en une infinité d'occasions ces obstacles naissent du simple défaut de certaines commodités qu'il seroit en nôtre pouvoir de nous procurer; & si nous ne le faisons pas, nous manquons à nôtre devoir; car je ne vois pas qu'il y ait de la difference entre manquer à une chose qui nous empêche de faire nôtre devoir, ou du moins de le bien faire, & manquer à ce devoir même. Si, par exemple, un Magistrat ayant à entendre diverses personnes qu'il est obligé d'ecouter, & auxquelles il rendra ensuite justice d'après ce qu'elles lui auront dit; si ce Magistrat, disje, est dans un Appartement exposé à quelque injure de l'air, à quelque bruit incommode, à quelque autre action que ce soit, qui en l'affectant le détourne de l'attention qu'il doit à ceux qui lui parlent, n'est-il pas dans l'obligation de choisir un lieu plus commode, & où il soit á l'abri de ces distractions? Si un Homme de Lettres ne peut mèditer avec quelque succès, qu' après avoir pris une tasse ou deux d'une liqueur qui libère sa tête de la pesanteur qui l'accable, ou des vapeurs qui l'offusquent, n'est-il pas l'obligation de se procurer cette espece de vehicule de ses idées? Si un Homme de Guerre, (je ne crains point de joindre cet exemple aux autres, & cela ne dèroge point à l'obligation, en apparence opposée, de soutenir toutes les fatigues & d'affronter tous les maux, puisque celle-ci ne peut-être fondée & raisonnable, qu'entant & autant que la nécessité l'exige;) si un Homme de Guerre s'apperçoit qu'il y a dans quelque partie de ses vétemens une gêne qui dérange la liberté de son action, qui lui ôte quelque chose de la promtitude & de l'aisance de ses mouvemens, le trouveriez-vous fort sensé de dire qu'il y auroit une fausse délicatesse à y remèdier? Seroit-ce par

hazard un mérite de faire moins bien ce qu'on pourroit faire mieux, en faisant cesser un état incommode, pour lui en substituer un plus avantageux à l'exercice de nos fonctions ? Je ne me persuade pas qu'on puisse raisonnablement penser de la sorte.

Je ne me trouve embarrassé ici que de l'abondance des preuves, & de la crainte de passer les bornes d'un Discours Académique. Ainsi il faut que je me borne à la simple indication de deux Argumens en faveur du même devoir; dont la force me paroit manifeste.

Le premier, c'est que l'obligation de faire le bien emporte celle de faire le mieux; & que celui qui pouvant faire mieux, ne fait que bien, est censé faire mal. Cela est si vrai que tous les jours on ne tient aucun compte à certaines personnes des choses qu'elles ont faites & bien faites, dés qu'on sçait qu'elles pouvoient les faire mieux. Or il est évident que l'omission des précautions, sur lesquelles roulent le Devoir que j'établis, empêche constamment le mieux, & nous prive de quelcune des dispositions qui devroient concourir à la perfection de nôtre action.

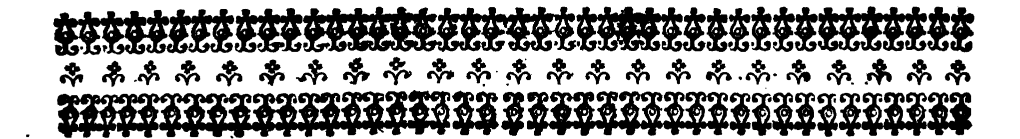
Le second argument que j'indique, c'est que nos actions considérables, celles qui portent le nom de grandes, sont des Touts, composés d'autres actions plus petites, dans lesquelles elles se divisent & se subdivisent. Ces petites actions sont les élémens de la grande action, de l'action totale. Or si ces élémens sont défectueux, ou en nombre, ou en qualité, l'action qui en est le résultat, en souffre proportionellement à ce défaut. On peut emprunter ici une comparaison très sensible des actions du Corps. Qu'est-ce que cette force d'un bras, qui leve telle masse d'un tel poids ? C'est l'aggrégat des forces de tous les muscles de ce bras; & la force de chaque muscle est l'aggrégat à son tour des forces de toutes les fibres qui composent ce muscle. Si donc l'action d'un muscle, où même d'une fibre, manque, ou qu'elle soit altérée, l'action totale en reçoit un déchet d'autant. Séparez un fil très mince d'un gros cable, ce n'est rien en apparence; continuez à en séparer de semblables, & vous parviendrez à détruire tout le tissu.

Ces réfléxions sont assés frappantes pour quiconque sçait & veut réfléchir. Il est pourtant incroyable, combien il se trouve de gens, dont les uns se font un vain mérite d'être au dessus de ces prétenduës bagatelles, & les autres passent leur vie dans des embarras qu'ils n'apperçoivent seulement pas, quoiqu'ils soient l'unique cause de la médiocrité à laquelle ils demeurent, pour ainsi dire, condamnés. La plûpart des dispositions qu'on appelle humeur, inegalité, caprice, naissent de là ; la Société en perd ses principaux agrémens ; les Vertus d'aimables qu'elles devroient être, en deviennent séches & rebutantes ; & le Bonheur se perd. s'abyme dans ces petits incidens, tout autant & plus que dans les grandes traverses de la vie ; à peu prés comme une ravine d'eau peut également se jetter tout à coup dans quelque large ouverture, ou en se répandant sur la terre s'imbiber dans tous ses pores.

J'ai donc eu raison de dire dès l'entrée de ce Mémoire, que l'obligation de se procurer toutes les commodités de la Vie étoit un devoir, & un devoir fort négligé. Les hommes aiment le Plaisir, & y font consister le Bonheur. Ils ont raison ; mais leur Oeconomie n'en est pas moins mauvaise pour cela. Ils font comme ces gens qui mangent le revenu d'un mois, ou même d'une année, pour donner un festin d'apparat, où l'on s'ennuye quelquefois mortellement, & qui se trouvent à l'étroit le reste du tems. On croit qu' être heureux, c'est pouvoir jouïr de tems en tems de ces Plaisirs éclatans, qui sont le partage de l'Opulence & de la Grandeur. Abus. Etre heureux, (je ne parle qu'en Philosophe, & je laisse à la Religion le droit & le privilège de nous ouvrir l'accès à un Bonheur fort au dessus de ce que nous appellons improprement de ce nom dans la sphère des choses temporelles,) être heureux, c'est arracher soigneusement toutes les épines qui se trouvent sous nos pas, semer la route d'autant de fleurs que notre condition le permet, & marcher ensuite d'un pas ferme & tranquille dans le chemin de la Vertu.

* * *

ELOGE



ELOGE

DE

M. LE MARECHAL DE SCHMETTAU.

C'est à ceux qui écriront l'hiſtoire à faire paſſer à la poſtérité les Actions Militaires d'un des plus habiles Généraux que l'Allemagne ait eus: Pour nous qui devons faire connoitre M. le Maréchal *de Schmettau* ſous un autre aſpect, nous ne toucherons cette partie qu'autant qu'il ſera néceſſaire pour qu'on ſçache, que celuy qui a contribué au gain de tant de Batailles & à la priſe de tant de Villes, étoit le même homme qui a toujours protégé les Arts, cultivé les Sciences, & auquel l'Académie doit tant.

Ce ſeroit une grande erreur de croire qu'il y ait quelque incompatibilité entre les differentes parties qui forment un grand homme, quoy qu'il ſoit ſi rare de les trouver enſemble. On ſe fait de l'homme de guerre je ne ſçay quelle idée qui ſemble exclure l'Etude & la méditation; comme ſi une des Sciences les plus difficiles pouvoit s'en paſſer; ou comme ſi les qualités de l'Eſprit qui ne ſervent qu'à étendre & éclairer le courage, pouvoient l'éteindre.

Peut être, les Sciences ſeroient-elles moins néceſſaires à celuy qui n'offre que ſon bras dans une Armée: mais celuy qui doit la commander, celuy qui diſpoſe ces Opérations d'où dépend le ſort des Peuples & des Etats, peut-il avoir trop de connoiſſances? La Science des Evenements paſſés luy enſeigne ce qu'il doit faire dans les Evenements preſents; l'Eſprit Mathematique le prévoit & le calcule.

Samuel

Samuel de Schmettau nacquit à Berlin le 26. Mars de l'année 1684: son Pére fut *Samuel de Schmettau*, Conseiller Privé sous le Régne de *FREDERIC I.* Et sa Mére *Marie de la Fontaine Vicard*. Si un homme qui est parvenu aux derniers honneurs de son Etat avoit encore besoin d'autres Titres; nous dirions icy que ses Ancêtres d'ancienne Noblesse Hongroise, ayant servi sous le Roy Matthias Corvin lorsqu'il porta la guerre en Boheme & en Silesie, s'étoient établis dans le Comté de Glatz: Que la famille perdit ses Titres dans les guerres de Hongrie & d'Allemagne; & que l'Empereur Leopold I. y supplea, en luy faisant expédier de nouvelles Patentes par lesquelles sa Noblesse étoit reconnuë, confirmée & renouvellée.

Il reçut une Education proportionnée à sa naissance, & aux talents qu'on découvroit en luy; & s'attacha surtout à l'Etude des Mathumatiques, de la Géographie, & de l'Histoire. A peine avoit-il atteint l'age de 15. ans que son goût pour les Armes détermina ses Parens à l'envoyer en Dannemarck, où *Guillaume de Schmettau* son Oncle qui commandoit un Régiment de Cuirassiers, le fit entrer Cadet aux Gardes: le premier Siege qu'il vit, fut celuy de Tonningen.

Il fut fait Enseigne en 1700; & marcha avec le Corps d'Armée que le Dannemarck fournissoit à l'Angleterre & à la Hollande dans les Païs-bas; où il se trouva au siege de Keiserwert, à la retraitte de Nimegue, & à l'attaque du Chateau de Grevenbruck, qui fut emporté l'epée à la main de même que Weert & Stockhem.

Au siege de Ruremonde il fut blessé sur la bréche de la Citadelle; mais il fut assez tôt guéri pour se trouver au siege de Huy; puis à l'action d'Eckeren, & servit au siege de Bonn comme Ingénieur Volontaire sous le Général Coehorn. En 1703. il fut fait Lieutenant dans le Régiment de Schmettau Dragons du Margrave d'Anspach; il marcha

marcha avec ce Régiment qui fut de l'Armée du Prince Héréditaire de Hesse-Cassel depuis Roy de Suede, sur le haut Rhin, & se trouva à la Bataille de Spirback.

En 1704. il fut fait Capitaine & servit en cette qualité à l'affaire de Schellemberg, au siege de Rain, & à la Bataille de Hochstet: cette Bataille luy valut une Compagnie. Aux sieges de Landau & de Trarbach il servit comme Ingénieur Volontaire.

L'année d'aprés il fut à la prise des Lignes de Nerwinde, au siege de S. Loen, & en 1706. à la Bataille de Ramilli où il fut blessé. Il se trouva pourtant aux sieges d'Ostende, de Menin, d'Oudenarde, jusqu'en 1707. où il ne se passa rien de remarquable dans cette Armée.

En 1708. il fut à la Bataille d'Oudenarde; au siege de Lisle, & à l'affaire de Winendall: & presenta au Roy de Pologne le plan de l'attaque de Lisle qu'il avoit levé sous les yeux de ce Prince. Il fut ensuite des sieges de Gand & de Bruges: & en 1709. à celuy de Tournay il fut fait Major, & Aide de Camp du Prince Héréditaire de Hesse. Ce fut à ce siege qu'il fit connoissance avec le Comte de Schulembourg qui fut ensuite Marêchal des Troupes Venitiennes; & que se forma entre eux cette amitié qui a duré jusqu'à la mort. L'Amitié de tels hommes que leur métier & leurs talents rendent nécessairement rivaux, est le plus grand éloge qu'on puisse faire d'eux. Celle de M. le Comte de Schulembourg lui procura l'avantage d'être connu du Prince Eugene. Il fut à la Bataille de Malplaquet & au siege de Mons: Et l'année d'aprés aux sieges de Douay, de Bethune, de St. Venant, & d'Aire.

En 1711. il fut fait Lieutenant Colonel, & se trouva au passage des Lignes d'Arleux, & au siege de Bouchain: En 1712. au siege du Quesnoy, à l'investissement de Landrecy, & à l'affaire de Denain. Il fit en 1714. la

la Campagne du Rhin comme Volontaire à la suite du Prince Eugene; & aprés la Paix d'Utrecht, le Régiment de Schmettau étant passé au service de Saxe, il entra avec ce Régiment dans le même service.

Charles XII. Roy de Suede luy envoya en 1715. la Patente de Quartier-Maître Général, & luy donnoit un Régiment de Dragons; mais comme la Lettre du Prince de Hesse qui contenoit la Patente ne luy parvint, que lorsque les Saxons étoient en marche, il ne put profiter de cette offre, & fut du siege de Stralsund & de la descente dans l'Isle de Rugen.

Le siege fini, entre les années 1715. & 1716., il marcha en Pologne avec le Régiment qu'il commandoit, & remporta en quatre Occasions des avantages sur les Polonois confédérés. La première fut à Werucoff, où avec ce seul Régiment qui n'étoit que de 400 hommes, il en défit 5000, prit au Régimentaire Gniesadoffsky qui les commandoit 4 Canons, tout son bagage, 200 prisoniers, & 360 Chevaux. La seconde fut près de Cunitz, où le partisan Gurzeffsky avec 1000 Chevaux voulut surprendre le Régiment de Schmettau & celuy de Flemming; le partisan fut battu, & on luy fit 100 prisoniers. La troisième fut auprès de Plonsky, où le même Gurzeffsky s'étoit joint au Général Steinflicht avec 2000 Chevaux pour attaquer l'Arriere-Garde Saxone; ils furent battus & poursuivis. La quatrième fut à la Bataille de Kowallewo dans la Prusse Polonoise où les Saxons sous les ordres du Général Bosen défirent si bien l'Armée Polonoise & Lithuanienne que la Paix se fit.

M. *de Schmettau* avoit donné par écrit au Maréchal Flemming la première idée de cette affaire; & immédiatement aprés qu'elle fut finie, Sa Majesté Polonoise le fit Colonel & l'employa dans l'Artillerie. Il fut la même année envoyé vers Frederic Guillaume Roy de Prusse qui luy donna l'ordre *de la Générosité*.

En

En 1717. le Roy Auguste l'envoya servir comme Volontaire en Hongrie, ou il s'acquit tellement l'estime du Prince Eugene que dès ce tems le Prince voulut le faire entrer au service de l'Empereur. Il ne put accepter cette offre; & aprés le siege & la Bataille de Belgrade il retourna en Saxe. L'année d'aprés le Roy le renvoya en Hongrie, & le chargea d'y conduire le Corps de Troupes Saxonnes que le Duc de Weissenfels commandoit. Le Colonel Stojentin de ce Corps y étant mort, son Régiment fut donné à M. *de Schmettau*.

Pendant l'hyver, les Saxons ayant eu leurs Quartiers en Hongrie, M. *de Schmettau* se trouva à Vienne; où le Prince Eugene ayant renouvellé ses propositions luy offrit la charge de Quartier-Maitre Général & de Général-Major, avec le premier Régiment qui viendroit à vacquer. Le Roy de Pologne luy permit d'accepter ces offres, & il entra en 1719. au service de l'Empereur.

Il partit aussi-tot pour se rendre en Sicile sous les ordres du Comte Mercy; & se trouva à la Bataille de Francavilla. Il eut là beaucoup de part à tous les mouvements de l'Armée, & dirigea les attaques devant Messine qui fut prise.

La guerre de Sicile étant finie, M. *de Schmettau* ne demeura pas oisif: La paix ne faisoit que changer ses occupations. L'Empereur le chargea de lever la Carte de toute la Sicile: & l'année d'aprés il présenta à S. M. cette Carte, à laquelle il avoit joint un état exact du Commerce de ce Royaume, & des dispositions à faire pour en augmenter les Revenus & fortifier les Places. Il fit alors plusieurs voyages en Hongrie: conféroit avec le Comte Mercy à Temeswar, avec le Duc de Würtemberg à Belgrade; & étoit consulté par l'un & par l'autre pour les fortifications de ces deux places.

Il fut aussi envoyé visiter les forteresses de Croatie, & les chemins vers Buchary & la Mer Adriatique.

En 1730., sur l'apparence de troubles en Italie, l'Empereur y fit marcher des troupes: & M. *de Schmettau* ayant été nommé pour y servir comme Général de Bataille, le Comte Daun le commanda avec un Corps dans la Lunigiana pour empêcher la Descente des Espagnols. Les affaires ayant tourné en Négociations, M. *de Schmettau* revint l'année d'aprés à Vienne avec une Carte excellente de tout le Païs.

La Corse s'étant révoltée en 1732., il passa dans cette Isle, sous les ordres du Prince Louïs de Würtemberg, qui luy donna la moitié du Corps d'Armée pour attaquer les Rebelles du côté de la Bastie, pendant qu'il les attaqueroit luy-même du côté de Calvi. Ces Opérations eurent tant de succés qu'en peu de mois tous les Rebelles furent soumis: & le Prince Louïs eut la générosité d'en faire tout l'honneur à M. *de Schmettau*. La République de Genes luy marqua sa reconnoissance par un présent considerable.

L'année d'aprés ayant été nommé pour servir sous les ordres du Duc Ferdinand Albert de Brunswick, il assembla le Corps d'Armée à Pilsen & marcha par la Baviere au Rhin. S. M. I. luy donna alors le Régiment d'Infanterie qu'avoit eu M. d'Ogilvi. Etant arrivé au Rhin, il construisit par ordre de S. A. S. les Lignes de Mühlberg qui furent achevées au Printems de 1734., mais que le Prince Eugene ne jugea pas à propos de défendre.

Il fut cette année déclaré Feld-Maréchal-Lieutenant, faisant le service comme tel, & en même tems comme Général Quartier-Maître. La Campagne finie, le Prince Eugene le laissa pour commander dans ces Quartiers l'hyver de 1734. à 1735. La Swabe, le Haut Rhin

&

& la Franconie luy firent alors l'honneur de l'associer à leur Corps de Noblesse immédiate de l'Empire.

En 1735. il fut fait Feld-Zeug-Meister; mais le Prince Eugene voulut qu'il gardât en même tems la charge de Quartier-Maître Général. Il fut chargé cet hyver de garantir la Swabe, & de mettre Brisac & Fribourg en état de se défendre.

La guerre finie avec la France, il retourna à Vienne où il étoit question de guerre contre les Turcs: Il fut admis aux Conférences qu'on tenoit sur ce sujet, & vouloit qu'on commençât par le siege de Widdin, & non par celuy de Nissa. On ne suivit point son avis; mais on l'envoya visiter les frontieres; & en 1737. il eut ordre d'assembler un Corps d'Armée à Vipalanka, & de joindre avec ce Corps la grande Armée à *Barakin*.

Mrs. de Philippi & de Kevenhüller, quoyque moins anciens Feld-Zeug-Meistres que M. *de Schmettau*, ayant été faits Feld-Marechaux; il se plaignit; & il fut décidé qu'il commanderoit l'Infanterie sans être sous leurs ordres. Pendant les differentes Opérations de cette Campagne il tomba dangereusement malade à Georgoscheffsky, & fut obligé de se faire porter en Litiere à Belgrade, & de là à Bude où il passa l'hyver.

Il n'étoit pas encore guéri qu'il alla à Carlsbad & à Glogow pour changer d'air: il s'y rétablit, & arriva à Vienne lorsque le Commandant de Belgrade venoit d'écrire que la place étoit sur le point de se rendre. L'Empereur fit venir M. *de Schmettau*, & luy ordonna de tacher de se jetter dans Belgrade & de le sauver. Il s'y rendit aussitôt; & fit de si bonnes dispositions que depuis le 24 Août qu'il y étoit entré, personne ne douta plus de la conservation de cette place. Mais la paix s'étant faite le 1. Septembre, M. de Neuperg comme Plénipotentaire & M. de Wallis comme commandant l'Armée luy ordonnerent de la remettre aux Turcs.

Aprés

Aprés la reddition de Belgrade il fut chargé d'en faire raser les fortifications. Pendant qu'il y étoit occupé, les Janissaires se révolterent contre leur Bacha: M. *de Schmettau* fit prendre les armes à sa garnison, & ayant marché contre eux, les força de se soumettre à leur Chef. Il fit plus; comme il apprit que l'emeute venoit d'une faute de payement, il prêta au Bacha dequoy les appaiser. Cette conduite généreuse reçut à Vienne l'approbation qu'elle méritoit. Il fut nommé Principal Commissaire de l'Empereur pour régler les Limites des deux Empires.

Charles VI. mourut; & M. *de Schmettau* se rendit à Vienne. Là ne trouvant pas les choses disposées pour luy aussi favorablement qu'il l'avoit espéré, il pria S. A. R. le Duc Régent, aujourd'huy Empereur, de luy accorder sa protection pour entrer au service de la République de Venise. S. A.R. écrivit au Maréchal de Schulembourg, & celuy-cy répondit par une Lettre fort obligeante pour M. *de Schmettau*: mais la République ne prit point sur cela de résolution. Il fut cependant élevé au grade de Feld-Maréchal. En 1741. il retourna à Carlsbad; & s'étant plaint à la Cour de plusieurs Griefs sur lesquels il n'obtint point la satisfaction qu'il desiroit, il se rendit en Saxe, d'où il renvoya la démission de son Régiment & de toutes ses Charges pour entrer au service de Sa Majesté Prussienne dont il étoit né sujet.

Le Roy reçut avec plaisir un homme qui avoit donné tant de preuves de sa capacité; luy donna la charge de Grand-Maître de l'Artillerie avec une grosse pension; & quelque tems aprés l'honora de l'Ordre de *l'Aigle noir*, & l'employa dans deux occasions importantes: L'une auprés de l'Empereur Charles VII. qui accorda à sa Famille la dignité de Comte, l'autre en France.

LE

LE Roy dont les Armes avoient été si constamment victorieuses, eut à peine fini la guerre, qu'il tourna ses soins vers tous les autres genres de gloire. Faire fleurir dans sa Capitale les Arts & les Sciences qui y languissoient depuis longtems, luy parut digne de son attention : mais il ne suffisoit pas d'exciter les talens, il falloit déraciner un ancien préjugé qui les avoit presque avilis. L'homme le plus propre à remplir l'un & l'autre de ces objets étoit M. le Maréchal de *Schmettau*; ainsi ce fut luy que S. M. choisit pour cela.

Personne n'ignore aujourd'huy combien les diverses Compagnies sçavantes, établies dans la plûpart des grandes Villes de l'Europe, ont été utiles pour les progrés des Sciences. Et la Société Royale de Berlin n'avoit point cédé aux autres, avant qu'elle fut tombée dans cet état de langueur où le Régne précedent uniquement militaire l'avoit mis.

M. le Maréchal *de Schmettau* crut que l'établissement d'une nouvelle Académie auroit quelque chose de plus glorieux que le rétablissement de l'ancienne Société. Il commença par former une Société nouvelle qui, quoyque presque toute composée des Membres de la première, devoit en quelque sorte représenter la Société principale, dans laquelle l'ancienne devoit être fonduë pour former l'Académie.

Il eût peut-être été plus naturel de conserver à cette Compagnie son ancienne origine ; & qu'elle ne se fût trouvée qu'une suite perfectionnée de cette Société, brillante d'abord, qui s'étoit soutenuë par elle-même pendant longtems, & dont le lustre n'avoit été terni que par des causes qu'on ne pouvoit luy imputer. Mais M. le Maréchal *de Schmettau* crut, & avec raison, qu'une Compagnie formée pendant le Régne & sous les yeux d'un Roy, qui à des titres plus glorieux ne dédaigne pas de joindre celuy de Savant, seroit plus illustrée par cette Epoque ; & qu'avec le nom de FEDERIC son

son Fondateur, elle iroit plus surement jusqu'aux siecles les plus reculés.

La Nouvelle Société fut donc formée: Elle eut un Réglement particulier; elle tint ses premières Assemblées chez M. le Maréchal *de Schmettau*, & chez M. de Borck; & enfin le Roy luy donna une Sale dans le Château. Le jour de son inauguration fut célebré par une Assemblée publique, où M. le Marquis d'Argens lut un discours sur l'utilité des Académies, & M. de Francheville une Ode sur le bonheur dont alloient jouïr les Sciences.

Cette nouvelle Compagnie étoit à peine établie qu'il fut question d'y faire entrer l'ancienne Société: Et la chose se fit par un Réglement nouveau, qui ne considéroit plus les deux Compagnies que comme un seul Corps, dont l'administration fut remise à quatre Curateurs, Mrs. *de Schmettau*, de Viereck, de Borck, & de Gotter, qui présidoient tour à tour par trimestre. Une des premières Délibérations régla que les Mémoires ne paroitroient plus qu'en François.

Tel étoit l'état de l'Académie, lorsque le Roy me fit l'honneur de m'en confier l'Administration. S. M. ayant remarqué plusieurs choses défectueuses dans sa forme, m'ordonna de luy présenter sur cela mes réfléxions & mes vuës. Je portay au Roy le Plan d'un Réglement plus simple: Dans lequel le département de chaque Classe étoit marqué d'une manière moins vague; le nombre des Académiciens fixé; quelques Officiers superflus étoient supprimés; & le nombre des Pensionaires étoit tellement proportionné aux Revenus de l'Académie, qu'au lieu de plusieurs petites pensions qu'on avoit répanduës sur un trop grand nombre, chaque pension à l'avenir plus considérable, fût un objet suffisant aux besoins & au genre de vie d'un Philosophe.

Le Roy non seulement approuva le projet que j'avois l'honneur de luy présenter: Mais S. M. le simplifia encor; & je dirois qu'Elle le

le perfectionna, si elle n'avoit inseré elle-même dans le nouveau Réglement des Articles trop honorables pour moy.

M. le Maréchal *de Schmettau* avoit donné la première forme à l'Académie, & jusques-là en avoit eu presque toute l'administration. En reconnoissant l'étenduë de ses lumieres, son Ardeur pour le progrés des Sciences, & toutes les obligations que l'Académie luy a, je ne dissimulerai point que la diversité de nos vuës n'ait causé quelquefois entre nous des Contrarietés.

Son Esprit toûjours actif, quoyque soulagé par les nouveaux Ordres du Roy, de l'Administration de l'Académie, formoit sans cesse pour elle de nouveaux projets, auxquels je ne pouvois pas toûjours me livrer. Celuy qui causa enfin une espece de froideur entre nous fut sa *Méridienne*. Cette affaire a fait trop de bruit à Berlin & dans les Païs étrangers pour que je puisse me dispenser d'en parler, & de faire connoître les raisons qui me forçoient de m'opposer à ce projet.

L'étenduë de l'Esprit, l'habitude d'exécuter des choses difficiles, trompent quelquefois dans la comparaison des objets avec les moyens pour les remplir. M. le Maréchal *de Schmettau*, frappé des grandes Opérations que la France avoit faites pour déterminer la *Figure de la Terre*, & faisant moins d'attention au nombre d'habiles Astronomes que la France avoit, & aux sommes immenses qu'elle y avoit employées, vouloit que nous entreprissions un Ouvrage pareil, ou même plus considerable: Que nous mesurassions une Méridienne depuis la Mer Baltique jusqu'à la Méditerannée; & que nous reçussions pour Aides dans ce travail tous les Mathematiciens des Païs voisins, qu'il invitoit par des Lettres circulaires à se rendre avec leurs Instrumens aux lieux des opérations. Il avoit des Connoissances peu communes dans la Géographie: mais j'ose dire qu'il ne connoissoit pas assez les difficultés d'un pareil Ouvrage si on l'exécute avec précision, ni le péril si c'est avec peu d'exactitude. Non seulement

la Théorie de la Terre, & les Elémens de l'Aſtronomie tiennent à ces Meſures, mais les Régles de la Navigation, & la vie des Navigateurs en dépendent.

Un tel Ouvrage eſt plutôt le dernier chef-d'oeuvre d'une Académie formée depuis longtems que le coup d'eſſay d'une Académie naiſſante: Et nous étions bien eloignés de pouvoir nous flatter de le bien exécuter. Ce n'eſt pas cependant que nous manquaſſions d'habiles Aſtronomes; mais c'eſt qu'un ou deux Aſtronomes ne ſuffiſent pas pour de telles entrepriſes: & qu'accepter le ſecours de tous ces Mathematiciens Volontaires, quand même ils ſeroient venus, étoit une choſe trop hazardeuſe.

Mon reſpect pour M. le Maréchal *de Schmettau*, l'aſſurance où j'étois de ſes bonnes intentions, ma reconnoiſſance pour le bien qu'il avoit fait à nos Sciences, m'entrainoient à tout ce qu'il propoſoit: mais le zéle pour la Gloire de l'Académie me ſoutint; & je m'opposay à une entrepriſe qui l'expoſoit trop.

M. le Maréchal *de Schmettau* ne cédoit pas à une première oppoſition. Il revint ſouvent à la charge, & renouvelloit tous les jours la peine que j'avois de ne pouvoir être de ſon avis. Enfin il ſembla qu'il eut abandonné ſon premier deſſein; & qu'il l'eut réduit à lever une Carte de l'Allemagne meilleure que celles qu'on a. Pour cet Ouvrage où la préciſion ſuffiſante n'approchoit pas de celle qui doit être apportée aux Opérations de la grande Géographie, M. le Maréchal *de Schmettau* étoit pourvu d'Inſtrumens aſſez exacts, & avoit ſous ſes ordres un aſſez grand nombre d'Ingénieurs; enfin la choſe n'intereſſoit plus l'honneur de l'Académie. Je me prêtay donc à ce qu'il voulut: Il commença l'Ouvrage en allant luy-même à Caſſel faire faire ſous ſes yeux les premiers Triangles de ſa Carte: un Ordre du Roy qui n'approuva pas cette Opération, en arrêta le cours.

Peu

Peu de tems aprés M. le Maréchal *de Schmettau* tomba malade; & les travaux encore plus que les années avoient tellement ruïné son tempérament qu'il ne put se rétablir. Ses forces diminuerent de jour en jour; & son Corps dépérissoit sans que son Esprit parût recevoir la moindre altération. Je le vis peu de jours avant sa mort; & malgré de très grandes douleurs, il parloit de toutes choses avec la même justesse & la même sagacité qu'il avoit toujours eües. Il les conserva jusqu'au dernier Moment; & aprés s'être acquitté de tous les devoirs de sa Religion, il mourut le 18. Août 1751., agé de 67. ans.

Ce n'est pas à nous à juger de ses Talens dans la Guerre: Nous nous sommes contentés de faire un recit abrégé de ses Campagnes: Toute l'Europe l'a regardé comme un de ses meilleurs Généraux.

Mais on peut dire que c'étoit un esprit très vaste, plein de courage pour entreprendre, & de moyens pour réüssir. Son Génie s'étendoit à tout: la langue Françoise ne luy étoit pas familiere: il la parloit peu correctement: cependant lorsqu'il racontoit, on eut cru qu'il la possedoit, & on l'eut pris pour un homme fort éloquent: c'est qu'il avoit la véritable éloquence, l'art de peindre vivement, & de mettre chaque chose à sa place. Il ne se bornoit pas aux récits de guerre dans lesquels ce qu'il avoit à raconter, le servoit si bien; sa conversation étoit égale dans tous les genres, & jusqu'à celuy des reparties ne luy étoit pas échapé.

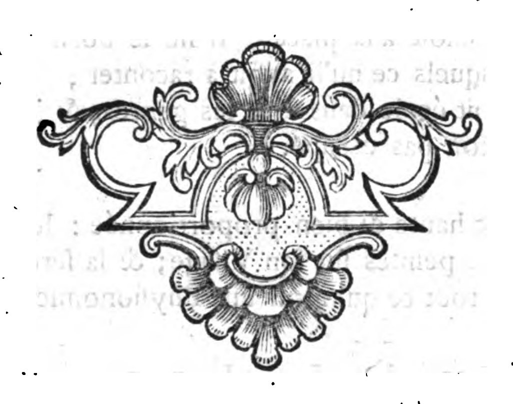
Sa taille étoit haute & bien proportionnée: les qualités de son Esprit se trouvoient peintes sur son Visage; & la sérénité & l'enjouëment y ajoutoient tout ce qui rend une Physionomie agréable.

Il avoit été marié deux fois. La première, avec Demoiselle *Françoise de Bayer* qui luy laissa trois enfans; un fils qui est Lieute-

pant d'Artillerie, & deux filles dont l'une est Madame la Baronne *le Fort*, & l'autre est Chanoinesse dans le Chapitre d'*Heilig-Grab.* Il se remaria en 1740. avec Demoiselle *Marie Anne de Riffer* dont il a eu deux fils & deux filles. A' la mort de son Mari, le Roy luy a accordé une Pension considérable : & quoyque Madame la Maréchale *de Schmettau* ait bien tout ce qu'il faut pour exciter l'envie, la Cour & la Ville ont également applaudi au Bienfait du Roy.

Sa place de Curateur de l'Académie a été remplie par M. *de Redern*, Marêchal de la Cour de la Reine Mére ; & celle de M. *de Redern* l'a été par M. *de Cagnoni*, Conseiller Privé du département des Affaires Etrangeres.

Ce seroit icy le lieu de marquer la reconnoissance que nous devons à M. le Général *de Schmettau*, qui nous a fourni le Journal des Campagnes de son Frère : Mais nous avons à nous en plaindre ; il a eu la modestie de nous échaper dans une Histoire où il devoit naturellement se trouver, & où il a eu grande part luy-méme.



ELOGE

ELOGE
DE
M. ELSNER.

JAQUES *Elsner*, Docteur en Theologie, Directeur de la Classe de Belles-Lettres de l'Académie Royale, Conseiller du Consistoire; premier Pasteur de l'Eglise Paroissiale du Cloître, & Commissaire du Directoire des pauvres, nâquit en Mars 1692. à Saalfeld, Ville de Prusse considèrable par le College qui y est établi.

Son Pére, *George Elsner*, étoit un des principaux & des plus riches Citoyens de cette Ville, d'une famille originaire de Boheme, qui étoit venuë s'établir d'abord à *Lesna*, dans le Palatinat de Posnanie, où il y a encore des *Elsners*, qui possedent depuis plus de trois cens ans, une Terre que l'illustre Famille de *Leczinsky* leur avoit conferée, pour des services importans qu'elle en avoit reçû. La Mère de notre Académicien, nommée *Marie Legge*, étoit fille d'un Marchand, Ecossois de Nation, établi à *Mulhausen* en Prusse.

Le jeune *Elsner* rencontra dans la volonté de son Pére des obstacles presque insurmontables au penchant qui l'entraînoit vers l'étude. On le destinoit au Négoce; & il n'y eut rien qu'on ne mit en oeuvre pour traverser ses premiers pas dans une carrière qu'il étoit destiné à fournir si glorieusement. Sa persévérance vint à bout de tout

tout ; & les détails qu'on rapporte à cet égard tiennent du prodige.

Peut-être qu'il n'en étudia que mieux. C'eſt au moins une régle aſſez générale que ceux qui ont fait le plus de figure dans les Sciences & dans les Lettres en ont été redevables à quelques rigueurs du ſort, qui les ont forcé à déveloper une activité & des talens, que l'aiſe & les commodités auroient laiſſé dans une eſpece de lethargie. Ce qu'il y a de certain, c'eſt que M. *Elsner* tourna de bonne heure ſes vuës vers les connoiſſances qui ont fait depuis le principal fond de ſon Erudition, & auxquelles il a été ſurtout redevable de ſa renommée.

Entre les diverſes routes que les hommes ſe ſont frayées pour paſſer de l'ignorance au ſçavoir, la plus épineuſe en apparence n'a pas laiſſé d'être la plus fréquentée ; c'eſt celle du genre d'etude, auquel on a donné le nom de *Critique*. Elle étoit même presque la ſeule Science qu'on connût, encore longtems aprés l'Epoque fameuſe du Renouvellement des Lettres. Les Saumaiſes, les Scaligers, les Bocharts, & tant d'autres grands hommes, s'étoient tellement immortaliſés en la ſuivant, qu'on auroit cru abuſer de ſon génie & de ſes talens, en les conſacrant à d'autres objets. Mais il en arriva ce qui ne manque jamais d'arriver à tous les goûts dominans : les grands ſuccés de ceux qui les mettent en vogue, engagent une multitude de gens ſans talens à ſe mêler de leur culture ; & de là naiſſent bientôt la décadence & l'aviliſſement. Un eſſain de Critiques ſubalternes inonderent la Littérature de leurs Remarques triviales, de leurs diſcuſſions ſtériles, & de toutes ces minucies Grammaticales, qui devinrent ſouverainement ridicules par la confiance avec laquelle ils les propoſoient, par la hauteur avec laquelle ils relançoient quiconque faiſoit mine de les leur conteſter, & le plus ſouvent par les torrens d'invectives atroces, qui découloient de leur plume. Peu s'en falût que ces travers ne portaſſent un coup mortel à la Critique même:

Science

Science utile néanmoins, & respectable, quand elle est maniée par d'habiles mains. Du faîte où elle s'étoit placée de sa propre autorité, on la vit tomber si bas que les termes de Critique & de Pedant devinrent presque Synonimes, & qu'elle parut condamnée pour jamais à la poussiere des Colleges. Et à dire le vrai, les lumieres d'une saine Philosophie, qui faisoient dans le même tems de rapides progrés, sont bien supérieures à ce flambeau tant vanté, qui n'éclaire souvent des lieux jusqu'alors cachés, que pour rétablir quelque passage par des conjectures hazardées, fixer quelque fait peu important, rappeller le souvenir de quelque usage bizarre, ou décrire quelque ancien utensile, quelque vêtement hors de mode.

La raison & l'équité dictent qu'il faut donner à chaque chose son juste prix; & que par conséquent, la Critique, en perdant ses droits usurpés & chimeriques, en conserve de réels & d'inalienables. Un habile Critique est un Citoyen utile à la République des Lettres, & digne de tous les honneurs qu'elle dispense. Sans être enthousiasmé de son Art, il en connoit la véritable valeur, & en renferme l'exercice dans ses limites naturelles. Sa sagacité se manifeste surtout dans le choix des matieres qu'il discute. Ce n'est pas assez que leur nouveauté frappe, il faut quelles ayent encore le mérite de la solidité; il faut un degré d'importance, qui dédommage des travaux qu'elles ont couté. Il ne s'appésantit point sur des détails insipides, il n'accumule point des milliers de citations, il va droit à son but; & lorsqu'il a du goût, qualité rarement unie à la Critique, il seme de fleurs le chemin qui l'y conduit.

Je viens de faire d'avance le portrait de nôtre Académicien; j'en ai pour témoins ceux qui m'ecoutent, & pour garans toutes les personnes un peu au fait de la Littérature moderne.

Dès l'age de 23 ans, M. *Elsner* eut la place de Conrecteur du College Réformé de Königsberg; & il faisoit en même tems la fonction de Chapelain du Comte *Alexandre de Dohna*, Maréchal des Armées

mées du Roi. Au bout d'un peu plus de deux ans il se démit de ces emplois, pour aller en Hollande, dans la vuë de perfectionner ses études. Il y fit un séjour de quatre ans, quil passa à Leyde & à Utrecht, en liaison étroite avec les Savans les plus distingués de ces deux Villes.

Il publia dans la première en 1719. une Dissertation, où il soutint que les Paroles de la Loi, adressées aux Israëlites de dessus la montagne de Sinaï, avoient été formées par le Ministère des Anges. Mais il fit imprimer dans l'autre un Ouvrage bien plus important, & qui lui procura d'abord le rang distingué qu'il a tenu depuis dans la Littérature, & en particulier parmi les Commentateurs de nos Livres sacrés. Je veux parler du premier Volume de ses *Observations sacrées sur le N. Testament*, qui comprend les Evangiles & le Livre des Actes. Ces Observations renferment des preuves incontestables d'une Erudition peu commune, tant dans la connoissance de la Langue Greque que dans la lecture des Auteurs profanes, qui ont écrit en Grec, & dont il avoit tiré un merveilleux parti pour l'interprétation de l'Ecriture Sainte. Cet Ouvrage a été attaqué, & même assez fortement; mais M. *Elsner* a toujours prétendu que ses Adversaires l'avoient mal compris, ou mal réfuté; & il se proposoit de le montrer dans une nouvelle Edition de ses Observations qu'il faisoit espérer, & qui auroit été d'autant mieux reçuë que ce Livre est devenu rare.

Notre Sçavant quitta la Hollande en 1720. pour suivre une vocation que le feu Roi lui avoit adressée, sçavoir, celle de Professeur de Theologie & des Langues Orientales à Lingen. Avant que de partir d'Utrecht, il s'y fit recevoir Docteur & Theologie, & se rendit ensuite à Lingen, où il prit possession de son poste par une fort belle Harangue, *sur le Zele qui convient à un Theologien*. Il fut en même tems Pasteur de l'Eglise de cette Ville.

Deux ans étoient à peine écoulés, qu'une Place plus importante l'enleva à un séjour qu'il aimoit, & où il étoit fort chéri. C'est cel-

le

le de Recteur & premier Professeur du College de Joachim à Berlin. Ce bel Etablissement est une espece de petit Etat, qui demande dans celui qui le gouverne des qualités à certains égards supérieures à celles que requiérent des Emplois plus éminens. Il faut un heureux tempérament de douceur & de fermeté, une vigilance continuelle, & une prudence consommée, pour diriger les études & les moeurs de jeunes gens, dont le plus grand nombre est si bien dépeint par ce Vers d'Horace;

Cereus in vitium flecti; monitoribus asper.

La tâche de M. *Elsner* fut d'autant plus pénible que ce College étoit tombé dans une espece d'anarchie sous le Recteur précedent, que sa trop grande douceur avoit exposé à des mouvemens séditieux, qui degéneroient presque en insultes. Le nouveau Recteur conjura la tempête, & rétablit le calme. Il se fit craindre & respecter; & la Nature l'avoit heureusement doüé pour cet effet de tout ce que l'air, le ton de voix, & les qualités extérieures ont d'imposant.

Il prononça le 28. Octobre 1722. son Discours inaugural, *sur l'obligation de joindre la Piété au Sçavoir.* Le mois suivant, il fut aggrégé à la Société Royale des Sciences.

Pendant son Rectorât, M. *Elsner* donna quelques Programmes sur des matieres intéressantes, par exemple, sur l'*Urim & Thummim*, sur le *Schilo*, &c. Le second Volume de ses *Observations Sacrées*, contenant les Epitres, & l'Apocalypse, vit le jour en 1728.

Les occupations de M. *Elsner* ne l'empêchoient pas de paroître de tems en tems en Chaire; & ses Sermons étoient extrêmement goûtes. Comme il avoit toujours eu une grande prédilection pour le Ministere de l'Evangile, il quitta le Rectorat en 1730. & fut pourvû de la place de Pasteur de l'Eglise Paroissiale du Cloitre, le Troupeau de cette Eglise l'ayant élû en cette qualité aprés la mort de M. *Schmidtmann*; & quoique les revenus de cette place fussent beaucoup moindres que ceux qu'il perdoit, il ne balança point à l'ac-

 cepter.

cepter. Il s'y distingua véritablement, surtout par la Prédication pour laquelle il avoit de grands talens, qui lui ont attiré la foule des Auditeurs jusqu'à la fin de sa carrière. On admiroit en lui une récitation pathetique, une diction pure, noble, touchante, cette Action en un mot, qui est regardée à bon droit comme la principale partie de l'Orateur, quand elle ne se jette point dans les frivoles écarts de la Déclamation. Ceux qui, sous prétexte d'éviter ce défaut, sont de marbre & de glace, peuvent avoir tout ce qui fait d'habiles Docteurs ; mais je ne pense pas qu'ils doivent prétendre au titre d'eloquens Prédicateurs.

M. *Elsner* fut fait en même tems Conseiller du Directoire Ecclesiastique des Eglises Reformées, & conserva l'Inspection qu'on nomme *Visitation*, sur le College dont il avoit été Recteur.

Un Archimandrite Grec, nommé *Athanase Dorostamos*, qui collectoit pour les Chrétiens esclaves en Turquie, étant venu à Berlin, eut des liaisons particulieres avec M. *Elsner*. Il en résulta un Ouvrage Allemand, imprimé en 1737. sous le titre de *Nouvelle Description de l'état des Chrêtiens Grecs en Turquie*. On a voulu révoquer en doute la bonne foi du guide que M. *Elsner* avoit suivi : mais l'attention qu'il avoit apportée à confronter tous ses récits avec les Auteurs les plus dignes de foi, qui ont traitté ces matieres, rend l'imposture, au cas qu'il y en ait eu, peu dangereuse.

En 1742. M. *Elsner* devint Directeur de la Classe de Belles-Lettres dans la Société Royale ; lorsque cette Société fut renouvellée en 1744. avec le titre d'Académie Royale des Sciences & Belles-Lettres, il conserva le même caractère qu'il a toujours soutenu avec distinction, tant par son assiduité aux devoirs Académiques, que par les savantes Dissertations dont il a enrichi nos Mémoires.

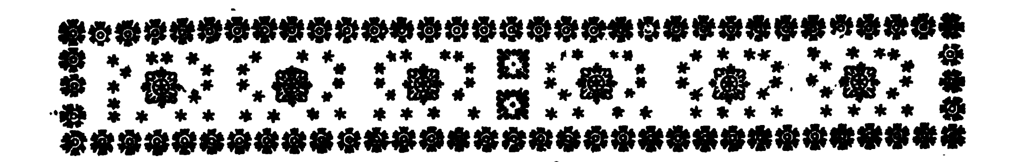
Il fit imprimer en 1743. des Sermons en Allemand, sur l'Epitre de S. Paul aux Philippiens. Il ne s'est pas borné à y traitter le Dogme

Dogme & la Morale ; il y a joint des Remarques de Grammaire, d'Antiquités, de Critique & d'Histoire.

Il épousa en 1737. Madame la Veuve *Senning*, née *de Stosch*, qui lui a survécu.

La carrière de M. *Elsner* n'etoit pas fort avancée, & sa constitution paroissoit promettre qu'il la pousseroit encore bien loin, lorsqu'il fut attaqué, & tout à coup atterré, par une fievre violente, qui l'emporta au bout de quinze jours. Il mourut le 8. Octobre 1750.

Je m'abstiens de tracer la caractère de ce celèbre défunt. Ce n'est pas pour former un préjugé injurieux à sa mémoire ; mais c'est parce que j'aurois à combattre quelques préjugés, qui ne feroient pas faciles à dissiper. Ce même air imposant, ce même ton d'autorité, qui lui donnoient du relief dans les fonctions publiques, diminuoient un peu les agrémens du commerce & la douceur des rélations qu'on pouvoit avoir avec lui dans la Société. Il n'y a rien de plus dangereux que de soulever l'amour propre des autres, en ne déguisant pas assez le sien ; quoiqu'au fonds ce ne soient pas toujours ceux qui en montrent le plus, qui en ont la plus forte dose. Le grand art, mais peu commun, c'est de réprimer cet amour qu'on peut regarder comme inné, mais surtout de le bien cacher, toutes les fois qu'il ne peut manquer d'irriter celui des autres ; & les plus habiles dans cet art font ceux qui, paroissant n'avoir point de prétentions, obtiennent tout, d'autant plus aisément qu'on ne les soupconne pas de rien exiger. Après tout, M. *Elsner* rachetoit le défaut de montrer qu'il connoissoit un peu trop son mérite, s'il faut convenir qu'il l'avoit ; il le rachetoit, dis-je, par plusieurs bonnes qualités. L'amour du bien public étoit une des principales ; & il s'est manifesté dans ses dispositions testamentaires.



EXPOSE'
CONCERNANT L'EXAMEN DE LA LETTRE DE
M. DE LEIBNITZ,
ALLEGUÉE PAR M. LE PROF. *KOENIG*, DANS LE MOIS DE MARS, 1751. DES ACTES DE LEIPZIG, A L'OCCASION *DU PRINCIPE DE LA MOINDRE ACTION.* (*)

M. *de Maupertuis*, Préſident de l'Academie Royale, ayant démontré par pluſieurs argumens trés convainquans, que non ſeulement dans l'etat d'équilibre des corps, mais auſſi dans les mouvemens produits par des forces quelconques, il y avoit toujours la moindre quantité d'action poſſible, en ſorte qu'on a tout lieu de regarder ce principe de la moindre action comme renfermant la Loi la plus générale de la nature; M. le Profeſſeur *Kœnig* a fait ſes efforts en pluſieurs manieres pour détruire cette grande découverte. Premièrement, il n'accorde aucun lieu à ce principe dans l'etat d'équilibre des corps, & prétend qu'on ne doit pas y chercher la *minimité* d'action, comme il parle, mais qu'il ne s'y trouve que la *nullité*. Pour cet effet il indique quelques cas dans lesquels il montre que ce qui, ſuivant

(*) On verra aiſément par la ſeule lecture de ce Mémoire, qu'il étoit du nombre de ceux dont la publication ne peut être retardée.

suivant ce principe, devroit être un *minimum*, se réduit réellement à rien: mais cette objection n'est pas de grande importance, puisqu'il est suffisamment reconnu dans le calcul *de maximis & minimis*, qu'il peut souvent arriver que ce qui est un *minimum*, évanouïsse entierement. Mais quoique cela puisse avoir lieu dans certains cas, il n'en résulte nullement qu'on doive l'étendre à tous les cas d'équilibre, comme y arrivant toujours nécessairement: tout au contraire, il y a des cas sans nombre dans lesquels cette quantité d'action n'est point nulle, mais se trouve réellement un *minimum*; ce qui met hors de doute que la Nature a pour but, non la *nullité* de l'action, mais sa *minimité*. En effet si nous considérons l'exemple si connu de la courbe appellée Chainette, où la quantité qui represente l'action totale est réduite à la distance où le centre de gravité de cette courbe est du centre de la Terre, il est manifeste que cette distance n'est point du tout égale à zero, mais que c'est plutôt, & très effectivement, la plus petite possible. Il est bien vrai que la force de gravité, s'il n'y avoit point de résistance, entraineroit toute cette chaine au centre de la Terre, & que la chaine n'auroit point de repos que son centre de gravité ne fût réüni au centre de gravité de la Terre même; mais parce que la chaine est arrêtée par l'état de suspension, l'effet de la gravité se borne à rendre la distance du centre de gravité de cette chaine au centre de la Terre la plus petite qui soit possible. Nous ne faisons donc pas difficulté d'accorder à M. *Kœnig*, que la formule qui exprime la quantité d'action, se réduit veritablement à rien, toutes les fois que les circonstances le permettent, comme cela arrive dans les cas qu'il a produits: mais quand, par des obstacles quelconques, cette réduction à rien ne sçauroit avoir lieu, comme nous venons de le voir dans la Chainette, alors cette formule devient toujours de la moindre valeur; comme si la Nature appliquée à la production de l'effet total, vouloit en approcher, autant qu'il lui est permis de le faire; ce qui suffit pour mettre en evidence, non seulement la verité de ce principe si fecond, mais encore la raison sur la-

quelle il eſt fondé, & pour détruire entièrement les objections de M. *Kænig*, qui, bien loin de porter atteinte à ce principe, servent merveilleusement à le confirmer. Car c'eſt faire une difficulté tout à fait vaine à celui qui établit que la moindre quantité d'action a lieu, que de dire qu'il y a des cas où cette quantité évanouït entièrement: puisque l'action ne ſçauroit aſſurément devenir moindre que rien. Cependant cette objection ſeroit de quelque importance, ſi dans tout état d'équilibre la quantité d'action ſe réduiſoit à rien, & M. *Kænig* ſemble l'inſinuer; mais tant s'en faut qu'il l'ait prouvé, qu'il y a tout au contraire une infinité de cas, où il eſt manifeſte que la quantité d'action ne devient point nulle, & qu'elle eſt ſeulement la plus petite poſſible; ce qui a lieu, quand il ne ſe peut qu'elle devienne abſolument nulle. Outre l'exemple de la Chaînette, Mrs. *D. Bernoulli* & *Euler* ont démontré que les courbes élaſtiques de tout genre, & les autres figures que prennent les corps fléxibles, lorsqu'étant dans l'equilibre ils ſont ſollicités par des forces quelconques, peuvent être trouvées par la methode de *maximis & minimis*, attribuant à la formule qui renferme dans chaque cas la quantité d'action, une valeur qui ſoit la moindre, mais point du tout nulle.

Pour ce que M. *Kænig* a avancé dans la même Diſſertation contre l'autre partie de cet excellent principe rélative au mouvement, quoiqu'il n'y ait rien qui puiſſe porter la moindre atteinte à ſa verité, cette diſcuſſion demande un examen beaucoup plus approfondi. Car ne pouvant ébranler le fonds même de la doctrine, il s'efforce à ôter la gloire de l'invention à M. *de Maupertuis* pour la donner à M. *de Leibnitz*, alléguant dans cette vüe un fragment de certaine Lettre, qu'il prétend avoir été écrite autrefois par M. *de Leibnitz* à M. *Hermann*, & dont voici les termes.

" L'action n'eſt point ce que vous penſez, la conſidération du
" tems y entre; elle eſt comme le produit de la maſſe par le tems;
" ou du tems par la force vive. J'ai remarqué que dans les modifi-
" cations

» cations des mouvemens, elle devient ordinairement un *maximum*
» ou un *minimum*. On en peut déduire plusieurs propositions de
» grande conséquence ; elle pourroit servir à déterminer les courbes
» que décrivent des corps attirés à un ou plusieurs centres. Je voulois
» traitter de ces choses entr'autres dans la seconde partie de ma Dy-
» namique, que j'ai supprimée ; le mauvais accueil que le préjugé a
» fait à la premiere, m'ayant dégouté ?

Il s'ensuivroit de ce passage, que M. *de Leibnitz* a eu non seulement une connoissance parfaite de ce principe sublime de la moindre action, mais même qu'il lui étoit si familier, qu'il s'en étoit servi pour déterminer ces lignes courbes, que parcourent les corps attirés, tant par un que par plusieurs centres : ce qui a rendu d'abord ce fragment fort suspect, d'autant plus que la Lettre même de M. *de Leibnitz*, d'où ce fragment doit être tiré, n'a jamais été renduë publique. En effet il s'agissoit de procurer une conviction entiere, que cette Lettre avoit été effectivement écrite par M. *de Leibnitz*, en indiquant l'endroit où l'Original existoit : autrement un semblable témoignage ne mérite aucune creance, surtout dans un cas tel que celui-ci, & qui concerne une découverte aussi importante. Ces raisons ont fait juger qu'il étoit d'une nécessité indispensable de s'informer plus exactement des preuves qui pouvoient justifier l'authenticité du fragment cité. Et d'abord, comme on a recherché si soigneusement & publié tant de Lettres de M. *de Leibnitz*, dans lesquelles on a lieu d'appercevoir & d'admirer ses méditations sublimes en tout genre de science ; il ne paroit assurément point du tout vraisemblable que dans un Commerce Epistolaire aussi étendu, M. *de Leibnitz* ne se soit jamais ouvert à aucun de ses Amis, excepté M. *Hermann* seul, au sujet de cet admirable principe de la moindre action. On sçait l'étroite familiarité qu'il entretenoit avec le célébre M. *Jean Bernoulli*, & qu'il lui parloit souvent fort au long dans ses lettres des matieres surtout de la Dynamique. Cependant on ne trouve dans tout ce Commerce

merce Epiſtolaire pas le moindre indice, qui puiſſe faire juger que dans ce tems-là il eut ſeulement penſé à ce principe, quoique ces Lettres renferment pluſieurs diſcuſſions ſur les forces vives & la véritable eſtimation de l'action. Quand on penſe en particulier, que M. *de Leibnitz* n'a rien caché à M. *Bernoulli* de tout ce qui pouvoit confirmer ſa nouvelle Théorie des forces vives, & démontrer toute l'etenduë de ſon uſage, on ne ſçauroit aſſurèment imaginer aucune raiſon, pourquoi dans cette conjoncture il auroit voulu lui faire un ſecret de cet excellent principe.

Enſuite, pour ce qui regarde cette détermination même des lignes courbes, que dècrivent les corps attirés vers un ou pluſieurs centres de forces, la Methode *maximorum & minimorum*, dont il auroit fallu ſe ſervir pour la trouver, n'etoit pas alors aſſez dévelopée, pour mettre en état, quand même cette quantité d'action qu'il faut rendre la plus petite, auroit été connuë, d'en déduire la nature des courbes décrites. Et quoique la gloire de M. *de Leibnitz* ſoit fondée ſur pluſieurs découvertes du premier ordre, le principe de la moindre action n'eſt aſſurèment au deſſous d'aucune d'entr'elles; & il n'y a pas lieu de croire qu'il l'eût négligé au point de n'en faire part qu'au ſeul M. *Hermann*.

Toutes ces conſidérations affoibliſſant déjà beaucoup l'autorité du fragment cité, M. le Préſident *de Maupertuis*, qui avoit propoſé ce principe comme ſien, a crû devoir diligemment rechercher tout ce qui pouvoit ſervi à la vérification du fait, pour ſe mettre à l'abri de tout ſoupçon de plagiat. Car, bien qu'il n'exiſte aucune trace de ce principe dans tous les Ecrits de M. *de Leibnitz* qui ont vû le jour jusqu'à préſent, il étoit pourtant à propos de prévenir l'accuſation calomnieuſe qu'on auroit pû former, qu'il avoit tiré ſon principe de la même Lettre de M. *de Leibnitz*, que quelque hazard auroit fait tomber entre ſes mains. Ainſi perſonne n'etoit plus intéreſſé que lui à s'aſſurer de la vérité de cette Lettre. M. *de Maupertuis* commença donc par s'adreſ-

s'adresser à M. *Kœnig* même, qu'il requît amicalement par une Lettre du 28 Mai, 1751. de lui indiquer l'Original de cette Lettre de M. *de Leibnitz*, & d'en constater l'authenticité. La réponse de M. *Kœnig* ne fut écrite que le 26 Juin. Elle portoit que cette Lettre lui avoit été communiquée par ce fameux *Henzi*, qui fut décapité à Berne il y a trois ans pour quelques séditions excitées dans l'Etat; & que ledit *Henzi*, comme étant fort attaché à l'etude, avoit rassemblé plusieurs Lettres anecdotes de *Leibnitz*, avec d'autres qu'il auroit publiées, si la destinée ne l'en avoit empéché. M. *Kœnig* envoyoit en méme tems à M. *de Maupertuis* une Copie de la Lettre entiere, dont il avoit cité un fragment; elle est datée du 16 Octobre 1707. & les paroles alléguées se trouvent en effet à la fin, mais pourtant avec quelque difference d'expression; car au lieu que dans la citation il y avoit,

„*Elle* (l'action) *est comme le produit de la masse par le tems,*
„*ou du tems par la force vive &c.*

ce qui renferme une contradiction manifeste, on lit dans la Letre même ces mots ainsi corrigés:

„Elle est comme le produit de la masse par celui de l'espace &
„de la vitesse, ou du tems par la force vive, &c.

Difference, qui ne pouvant être rejettée sur une simple faute d'impression, augmente encore considérablement les soupçons contre ce fragment. Car quand même la Lettre entiere ne pourroit pas être rejettée, il y a tout lieu de croire que quelques phrases, & peut-être des periodes entieres, y ont été inserées; & qu'il a falu les corriger, parce qu'on ne les avoit pas d'abord renduës assez assortissantes au Texte. Mais, sans s'arrêter à ce soupçon, il paroissoit fâcheux que toute l'autorité de ce fragment dépendît du témoignage d'un homme qui avoit perdu la tête; & cela n'etoit pas fort propre à la confirmer. M. *de Maupertuis* ne crut pas néanmoins devoir s'en tenir à cette répon-

réponse; mais comme il n'y a peut-être point de papiers qu'on garde plus soigneusement que ceux qui ont appartenu à des criminels d'Etat, il pria M. le Marquis *de Paulmy*, Ambassadeur de S. M. T. C. en Suisse, d'interposer son credit pour faire faire à Berne des recherches exactes à ce sujet. Après qu'on eut fait une revuë très attentive des papiers délaissés par *Henzi*, on n'y trouva non seulement aucunes Lettres de *Leibnitz*, mais pas la moindre trace même, que *Henzi* eut jamais eu en son pouvoir quelques unes de ces Lettres.

Le 7 d'Octobre de l'année derniere, M. le Président *de Maupertuis* fit rapport à l'Académie Royale de ce qui s'etoit passé jusques là, dans l'intention que l'affaire fut traittée dans les formes, & qu'on prit les mesures convenables pour la terminer. L'Académie jugeant aussi-tot, que dans une Question où il s'agissoit de découvertes aussi importantes, il étoit de son devoir de proceder à un examen scrupuleux de ce qui appartenoit au grand *Leibnitz*, & de ce à quoi ses propres Membres avoient droit, chargea M. *Formey*, en qualité de Secretaire, d'ecrire à M. *Kœnig* une Lettre, qui fut en effet écrite le surlendemain, pour le requérir encore à l'amiable de confirmer l'authenticité du fragment qu'il avoit allégué, & de produire l'Original de *Leibnitz* dans l'espace d'un mois. Mais comme M. *Kœnig* avoit déjà visiblement usé de tergiversations dans cette affaire, afin qu'il ne pût prétexter que cette Lettre s'étoit perduë, on l'adressa à M. *de Hellen*, chargé des affaires de Sa Majesté auprès des Etats Généraux; & on reçut la déclaration de M. *de Hellen* qui attestoit que la Lettre avoit été remise le 19 Octobre. Le 11 Decembre, comme il y avoit plus d'un mois d'écoulé sans qu'on eut aucune réponse, l'Académie jugea à propos de réïterer la même sommation; & elle eut certitude que M. *Kœnig* l'avoit reçuë avec une Lettre écrite par M. le President, par la même voye, le 6 Janvier de la présente année.

Pendant ce tems là, le Roi, Protecteur de l'Academie, avoit requis lui-même par une Lettre le Magistrat de Berne, de faire cher-

cher

cher la Lettre susdite de M. *de Leibnitz* avec tout le soin possible parmi les papiers qui avoient appartenu à *Henzi*. Cette recherche ayant été faite par des personnes auxquelles le Magistrat confia l'autorité requise, la réponse fut, qu'on n'avoit absolument rien trouvé.

Avant que la seconde Lettre de l'Académie à M. *Kœnig* lui fut parvenuë, M. *de Maupertuis* en reçut une de sa part datée du 10 Decembre, qu'il fit lire dans l'Académie le 23 du même mois. Quoique cette Lettre fut pleine de politesses, M. *Kœnig* etoit si éloigné de produire l'Original de la Lettre de M. *de Leibnitz*, ou d'indiquer seulement dans quel lieu il existoit; qu'il faisoit plutôt ses efforts pour détourner l'Académie de l'examen de cette Question, & l'impliquer dans d'autres controverses tout à fait étrangeres. Il se plaignoit aussi beaucoup de l'injustice qu'on lui faisoit, en attentant à la liberté dont les Savans ont coutume de jouïr: comme s'il y avoit quelque chose d'injuste à exiger d'un Savant qu'il fournisse les preuves d'une Lettre, qu'il rend publique.

Le même jour M. *de Maupertuis* lût à l'Académie la réponse qu'il avoit faite à cette Lettre, dans laquelle il faisoit voir que l'Académie étoit pleinement en droit, dans de semblables Questions, de s'assurer de l'authenticité d'Ecrits, qui servoient à décider, à qui appartenoit quelque découverte; qu'ainsi on ne faisoit aucun tort à M. *Kœnig*, en exigeant qu'il produisît l'Original de la Lettre de M. *de Leibnitz*; qu'il ne s'agissoit d'ailleurs d'aucune Controverse, & qu'on ne requéroit autre chose, sinon qu'il constatât l'autorité de la Lettre qu'il avoit citée: droit qu'on ne sçauroit assurément refuser à aucun particulier dans sa propre cause. M. *de Maupertuis* donnoit avis dans la même Lettre à M. *Kœnig* des deux recherches qu'on avoit faites en vain à Berne, per ordre du Roi, & de l'Ambassadeur de France. Cette Réponse ayant été confirmée par le consentement de toute l'Académie, fut expédiée; & lui parvint le 6 Janvier de cette année, avec la seconde Lettre que l'Académie lui avoit adressée.

Il fit enfin à ces Lettres une Réponse en date du 15 Fevrier, dans laquelle, comme dans la précedente, il se plaint amérement de ce qu'on viole à son égard le droit établi entre les Gens de Lettres, en interposant l'autorité de l'Académie dans une Controverse Littéraire: car il dissimule perpétuellement l'état de la Question, & ne répond point directement à la seule chose qu'on lui ait demandée, qui étoit de confirmer l'autorité du fragment qu'il avoit cité, en produisant la Lettre originale de M. *de Leibnitz.* Il cherche partout des échapatoires; tantôt en disant que ces paroles *de Leibnitz* n'otent rien à la découverte du principe de la moindre action, que M. *de Maupertuis* demeure toujours en plein droit de s'attribuër, parce que cette Lettre a été tout à fait inconnuë jusqu'à présent, & que M. *de Leibnitz* n'a exposé nulle part avec plus d'etenduë ses idées à ce sujet; tantôt en faisant de M. *de Leibnitz* même un adversaire de cette doctrine, comme s'il avoit eu un tout autre principe dans l'esprit; par où M. *Kœnig*, en révoquant en doute la vérité du principe de M. *de Maupertuis*, ne cherche qu'à amener toute la question au point qu'on mette à l'écart l'authenticité de la Lettre, pour s'attacher à discuter la verité du principe même. A' la fin pourtant il semble venir davantage au fait, en disant qu'il avoit écrit à un Ami, pour le prier de chercher cet Original, & qu'il en attendoit encore la réponse.

Ici il ne faut pas passer sous silence, que M. *Kœnig*, afin de prouver que cette découverte de M. *de Leibnitz* lui étoit connuë depuis longtems, en appelle dans la même Lettre à sa Harangue inaugurale, où il dit qu'il a désigné cette découverte, en la montrant, pour ainsi dire, du doit. Quoique cette assertion eût besoin d'être pareillement prouvée, & qu'il falût également quelque autorité pour la rendre digne de créance dans la République des Lettres; on ne trouve au fonds, dans l'endroit de sa Harangue que M. *Kœnig* allégue, autre chose, sinon que M. *de Leibnitz*, las des censures de Juges très

très iniques, n'avoit pas voulu mettre au jour la seconde Partie de sa Dynamique, au dommage irréparable des sciences; afin que l'ignorance ne regardât pas ses principes comme de monstrueuses chimères. On voit assez combien peu cette suppression a de rapport avec l'affaire présente, où l'on se borne à demander à M. *Kœnig* qu'il justifie le fragment par lui cité, en produisant la Lettre originale.

On a dans le même tems fait encore d'autres recherches à Bâle, où M. *Hermann* est mort, & ailleurs, pour déterrer les Lettres qu'il avoit reçuës de M. *de Leibnitz*; & il en résulte assez clairement que ces Lettres sont depuis longtems entre les mains de M. *Kœnig*, & que c'est peine perduë de les chercher en d'autres endroits: ce qui est d'autant plus vraisemblable, qu'on n'a pu les trouver nulle part, & qu'il n'est pourtant pas à présumer qu'elles se soyent perduës.

Le Magistrat de Bâle en étant requis par le Roi a fait examiner avec la derniere attention tous les Ecrits délaissés par feu M. *Hermann*, & conservés par ses Héritiers. M. *Jean Bernoulli*, Professeur de Mathematiques, qui a été chargé de cette commission, n'a trouvé que trois Lettres de M. *de Leibnitz* ou il n'est pas fait la moindre mention du principe de la moindre action.

M. *Kœnig* dit aussi dans une Lettre du 12 Mars qu'il a cherché en vain à Bâle par le moyen d'un Ami cette Lettre de *Leibnitz*, parmi les papiers délaissés par M. *Hermann*; & il envoye en même tems la réponse qu'il a reçuë à ce sujet. Il ajoute encore que l'attente de cette réponse est la cause qui l'a obligé à ne toucher jusqu'ici que legèrement à la question principale; mais qu'ayant à présent donné des preuves suffisantes de sa diligence dans la recherche de cet Original, il croit avoir satisfait, autant qu'on peut l'exiger, au desir de l'Académie.

Les choses etant telles qu'on vient de les expoſer ; le fragment étant premierement par lui même ſuſpect, & M. *Kœnig* d'un autre coté, depuis qu'il a été rapporté que l'Original de la Lettre de M. *de Leibnitz* n'exiſtoit point dans les papiers de *Henzi* qui a été ſupplicié, n'ayant point produit cet Original, ni pû, ou oſé aſſigner le lieu où il eſt conſervé ; il eſt aſſurément manifeſte que ſa cauſe eſt des plus mauvaiſes, & que ce fragment a été forgé, ou pour faire tort à M. *de Maupertuis*, ou pour exagérer, comme par une fraude pieuſe les loüanges du grand *Leibnitz*, qui ſans contredit n'ont pas beſoin de ce ſecours. Toutes ces conſidérations duëment peſées, l'Académie ne balancera pas à déclarer ce fragment ſuppoſé, & à le dépouïller par cette déclaration publique de toute l'autorité qu'on auroit pû lui attribuër.

PROTOCOLLE
DE L'ASSEMBLÉE DE L'ACADEMIE
DU JEUDI 13 AVRIL 1752.

PRÉSENS.

M. *de Keith.*, M. *de Redern.* — Curateurs.

M. *de Marſchall.*, M. *de Cagnony.* — Honoraires.

M. *Eller.*, M. *Heinius.*, M. *Euler.* — Directeurs.

M. *Formey*, Secret. perpet.

ORDINAIRES.

M. *Pelloutier.* M. *Pott.*
M. *Sprœgel.* M *Küſter.*
M. *M.M.Ludolff.* M. *Becmann.*
M. *Gleditſch.* M. *C. L. Ludolff.*
M. *de Beauſobre.* M. *Kies.*
M. *Meckel.* M. *Merian.*
M. *Sulzer.*
M. *la Lande* Aſſoc. ext.
M. *Heſſe.*, M. *Hirzel.* — Etrangers.

M. le Curateur *de Keith* a remis à l'Académie la Lettre ſuivante de M. le Préſident *de Maupertuis*, dont le Secretaire a fait la lecture.

MON-

MONSIEUR,

Comme c'est aujourdhui que l'Académie doit entendre le Mémoire de M. Euler *au sujet de la Lettre citée par M.* Kœnig *, & porter son jugement sur cette affaire, j'aurai l'honneur de vous dire, que m'y trouvant impliqué, & ne desirant de M.* Kœnig *aucune réparation, je prie l'Académie de s'en tenir uniquement à la vérification du fait; c'est à dire à juger sur l'authenticité de la Lettre de M.* de Leibnitz *que M.* Kœnig *a citée. J'ai l'honneur d'être &c.*

MAUPERTUIS.

Le Secretaire a mis ensuite sur le Bureau toutes les Pieces qui concernent l'affaire de M. *Kœnig* avec l'Académie; en a donné une récapitulation, & a lu en leur entier quelques Pieces qui n'avoient point encore été communiquées à l'Académie, & qui sont une Lettre de M. *Kœnig* à M. *Formey* du 15 Fevrier 1752. une Lettre de M. *de Maupertuis* à M. *Kœnig* du 9 Fevrier 1752. & la Réponse de M. *Kœnig* à cette Lettre, du 12 Mars 1752. à quoi il a joint l'exhibition des derniers témoignages concernant les Lettres de M. *de Leibnitz*, envoyés à S. M. par MM. les Magistrats de Bâle.

M. le Directeur *Euler* a lû ensuite un Rapport Latin, (*) où il a allégué toutes les preuves, tant de raisonnement que de fait, qui démontrent que le passage allégué par M. *Kœnig*, comme étant un fragment d'une Lettre de M. *de Leibnitz*, ne peut être regardé que comme suspect par lui-même, & manifestement faux par les circonstances.

Sur quoi, M. le Curateur *de Keith* ayant recueilli les voix de tous les Membres de l'Académie présens, en demendant à chaque Aca-

(*) *Ce Rapport est le Mémoire qu'on vient de lire traduit en François.*

Académicien son sentiment, le résultat unanime de la délibération a été:

Que le passage produit par M. Kœnig, *dans le Mémoire qu'il a inséré dans les* Acta Eruditorum *de Leipzig, comme faisant partie d'une Lettre de M.* de Leibnitz, *écrite en François à M.* Hermann, *porte des caractères évidens de fausseté; & ne peut avoir par conséquent aucune ombre d'autorité pour porter atteinte aux légitimes prétentions qu'ont les Membres de l'Académie intéressés dans cette affaire, de revendiquer les principes qu'ils ont proposés comme étant dûs à leur méditation & à leurs recherches, aussi bien que toutes les conséquences qu'ils en ont tirées, tant dans les Mémoires que l'Académie a adoptés, que dans les autres Ouvrages qu'ils ont publiés: Et qu'ainsi les conclusions que M.* Euler *a tirées à la fin de son Rapport, doivent être censées justes & valables dans toute la force des termes où elles sont exprimées. L'Académie, en considération de la Lettre de M. le Président* de Maupertuis *luë au commencement de la seance, n'a pas voulu pousser la chose plus loin, & étendre sa délibération jusqu'au procédé de M.* Kœnig *dans cette occasion, & à la maniere dont elle seroit autorisée à agir rélativement à ce procedé.*

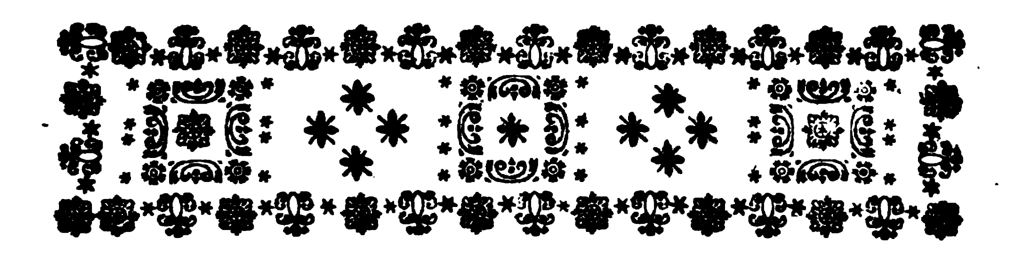
KEITH. REDERN.
ELLER. HEINIUS. EULER.
FORMEY Secr. perp.

MEMOI-

MEMOIRES
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES LETTRES.

CLASSE DE PHILOSOPHIE EXPERIMENTALE.

* * *



SUR LA NATURE ET LES PROPRIETÉS DE L'EAU COMMUNE CONSIDERÉE COMME UN DISSOLVANT,

PAR M. ELLER.

L'Eau ayant obtenu sa fluidité de la chaleur, ou plutôt du mélange d'une certaine quantité de molecules du feu, acquert par cette union un mouvement intrinseque & continuel dans ses plus petites parties constituantes, tout de même, que tout autre corps fondu, qui par le moyen du feu se meut & agit de tous cotés. C'est aussi par cette qualité que l'eau exerce sa force dissolvante, ou du moins ce mouvement lui procure cette action de pouvoir pénétrer & dissoudre la plûpart des corps connus dans la Nature. L'eau doit donc uniquement sa fluïdité au feu, comme je viens de dire. Cette matiere ignée, comme le dissolvant universel, (ce que je montrerai après,) la pénétre & fait rouler ses plus petites parties les unes sur les autres; qui, sans ce mélange, dont l'effet cause la chaleur, s'attirent réciproquement & se convertissent en un corps solide connu sous le nom de Glace; tout comme la diminution de la chaleur fait de la graisse, de la cire, de la poix, du souffre, & des metaux fondus, des corps solides presque dans un instant.

Je ne prétens pas rechercher ou approfondir à présent ce qui arrive aux premiers élémens de l'eau, lorsqu'elle agit sur les corps pour les dissoudre, ni ce qui arrive aux petites parties dissoutes &

cachées dans le sein de l'eau; la petitesse extrême & peut-être indéterminable de ces molecules, jointe à leur transparence, n'étant nullement proportionnées à nos organes, nous en fait seulement juger par les effets qui en résultent. Sa résistance invincible à toute compression, éprouvée par tant d'expériences par les Philosophes de l'Academie *del Cimento* à Florence, a fait naitre la pensée à feu Mr. *Boerhaave*, que ses dernieres particules constituantes devoient être extremement solides & immuables, vû qu'aucune force extérieure n'est capable de les altérer; car nous voyons, par exemple, qu'une planche se fend & se casse lorsqu'on en frappe l'eau avec violence, une bale de plomb tirée d'un fusil sur la surface d'une riviere ou d'un lac, à un angle fort aigu, s'applatit comme si elle avoit été lancée contre une pierre ou quelque autre corps solide.

Quoiqu'il en soit, il arrive à l'eau par le feu, ou par l'introduction de la chaleur, la même chose que nous voyons arriver aux autres corps solides, savoir un allongement, ou une expansion, dans les plus petites molecules de sa substance. Nous sommes convaincus de cette verité par les expériences faites avec le *Pyrometre* sur les lames de fer ou de quelques autres mètaux. Quelques Philosophes modernes, surtout les Hollandois, auxquels cet élément liquide est autant profitable, par rapport au Commerce, qu'il est dangereux par les inondations dont il les menace si souvent, ont taché d'approfondir, plus que les autres, l'intérieur de la composition de l'eau commune par bien des expériences; ils n'ont pas oublié de mesurer l'expansion qu'elle souffre par les differens degrés du feu, & ils ont trouvé qu'elle s'etend d' $\frac{1}{20}$ à compter du degré de sa congélation, jusqu'à celui où elle commence à bouillir; Mr. *Muschembroeck* le met à $\frac{1}{20}$. J'ai eu la curiosité d'en faire l'epreuve moi-même; pour cet effet, j'ai pris un tube cilindrique de verre environ de trois lignes de diametre, dont un bout étoit fermé hermétiquement: après l'avoir rempli d'eau commune jusqu'à $\frac{2}{3}$ de sa longueur, je le plaçai dans un mélange de neige avec du sel jusqu'à ce que je remarquai que l'eau

com-

commençoit à geler; je le retirai alors, après avoir marqué l'endroit où l'eau ainsi rèfroidie s'arrêtoit dans le tube; je l'enfonçai après dans un bain-marie, & y ayant mis le feu, je l'y laissai jusque à ce que l'eau du bain commençât à bouïllir. Je trouvai alors que l'eau du tube étoit montée, & avoit augmenté son volume d'une $\frac{1}{21}$ partie environ. Cette constriction & dilatation que l'eau souffre par l'application de differens degrés de Chaleur, nous rend raison aussi, d'où vient que sa pesanteur spécifique change si souvent; car, outre les differens corps qui s'introduisent dans l'eau dans sa source, ou que l'eau de pluye enveloppe en tombant, & qui altèrent son poids, Mr. *Muschembroeck* a fort soigneusement remarqué que les differens degrés de chaleur, dont nous venons de parler, peuvent augmenter ou diminuer d'un $\frac{1}{65}$ le poids specifique de l'eau; puisqu'il a trouvé qu'un pied cubique Rhenan d'eau pesoit en hiver 64 livres, pendant qu'en Eté la même quantité en pesoit 65.

Outre le feu, ou la chaleur, dont l'entremise nous fait paroitre ce corps sous le nom d'Eau, nous y rencontrons encore une troisième matiere également dispersée, & peut-être mesurée par rapport à son volume à la quantité de l'eau où elle demeure; c'est une matiere aërienne, qui prend la nature de l'air elastique dans le tems seulement, qu'elle se trouve contrainte de quitter son domicile. Car l'expérience a fait voir, que la surface de l'eau, qu'on a mise au feu pour bouïllir, commence à un certain degré de chaleur, à s'émouvoir un peu, & à élancer de petites pointes, qui glissant les unes contre les autres, s'unissent sous la forme de petites vessies, & qui alors crévent & poussent un air elastique, avec ce bruit qui est si propre à l'air comprimé mis en liberté par le mouvement. Cet air ne se retire de l'eau, que lorsqu'elle a atteint le 150 degré de chaleur selon le Thermometre de *Fahrenheit*. Mais lorsque toute cette matiere aërienne est chassée de cette facon, & que la chaleur dans l'eau augmente jusqu'au 212 degré, elle commence à bouïllir, c'est à dire, que les particules du feu ayant rempli toute la masse de l'eau, traversent & passent

ſent avec impétuoſité par ſon volume, élevant ſes couches ſupérieures en vapeurs elaſtiques, ſemblables à celles qu'on voit ſortir de l'Eolipile; mais afin qu'on ne ſe trompe point, & qu'on ne prenne pas les premieres petites bulles, dont je viens de parler, pour un air ſuppoſé, en les croyant auſſi des vapeurs aqueuſes que le feu éleve & dont il forme un air élaſtique, on n'a qu'à avoir recours à la pompe pneumatique, qui nous montre, que l'eau commune, même celle qui eſt toute froide, commence à élancer les mêmes petites veſſies, auſſi-tôt qu'on a ôté par la pompe l'équilibre de l'Atmoſphere, & ſa preſſion ſur la ſurface de l'eau ſous la cloche de la machine. D'ailleurs il eſt fort remarquable, & cela mérite quelque attention, que cet air, qu'on a fait ſortir de la ſubſtance de l'eau, n'y a point occupé ſa place dans ſa nature élaſtique; ce dont on peut s'aſſurer par pluſieurs expériences & phenomenes, ſi on y veut faire ſeulement quelque attention. Il eſt évident, que le volume de l'eau, dont on a tiré l'air ſous la cloche, ne diminuë point: il eſt auſſi prouvé, que l'air naturellement enfermé dans l'eau, n'y montre point cette élaſticité qui lui eſt ſi propre, parce que cette eau ne ſouffre aucune compreſſion. D'ailleurs l'air ne retourne que fort lentement dans une eau purifiée de cet élément comme il faut; il demande pluſieurs jours, ou ſemaines, avant que d'y rentrer en juſte proportion, & l'on ne gagne rien en voulant forcer l'eau par des ſecouſſes violentes pour recevoir un air élaſtique, comme le célébre Mr. *Mariotte* l'a prouvé par cette expérience. Il a fait boüillir de l'eau pendant quelques heures de ſuite, pour en chaſſer l'air entierement; avec cette eau ainſi préparée, il a rempli une Phiole, ou matras de verre, juſqu'à l'ouverture de ſon col; il a fermé l'ouverture avec le pouce, après avoir fait rentrer dans cette eau, en renverſant le matras, une petite portion d'air de la groſſeur d'une noiſette; puis il a enfoncé le col de la phiole dans un vaiſſeau rempli d'une même eau purifiée d'air, & ayant auſſi-tôt retiré le pouce de l'ouverture, il a remarqué que cet air, qui s'etoit arrêté au fond de la phiole renverſée, ne ſe diminuoit que peu à peu,

juſ-

jusqu'à ce que tout son volume fût resorbé dans l'eau après plusieurs heures de tems. Après avoir fait rentrer de nouveau une semblable portion d'air dans cette même eau purifiée, & ayant observé les mêmes précautions, il s'est apperçu que cet air nouveau demandoit beaucoup plus de tems que le premier pour se cacher dans l'eau. Il répéta cette déglutition de l'air dans la même eau, jusqu'à ce qu'il remarqua, que la portion d'air ne diminuoit plus pendant la suite de plusieurs jours ou semaines. Ce phénomene extraordinaire a fait dire à M. *Mariotte*, & après lui à Mr. *Boerhaave*, qui a répété cette expérience avec plus d'exactitude encore, qu'il se faisoit icy une solution plutôt qu'un simple mélange de particules d'air dans l'eau, parce que l'air perdoit par cette solution sa nature élastique, aussi longtems qu'il étoit détenu prisonnier dans l'eau.

Mais comme Mr. *Mariotte*, ni les autres Physiciens plus modernes, comme les celebres Mrs. *Boerhaave*, *Muschembroeck*, *Nollet*, *Hamberger*, &c. qui alléguent & confirment cette expérience, n'ont pas déterminé, non plus que le premier, la quantité de l'eau, qu'ils ont prise pour faire l'expérience en question, ni le volume de l'air, qu'ils ont fait rentrer de nouveau dans cette eau purifiée, j'ai jugé la chose digne d'une recherche ultérieure, pour tâcher, s'il étoit possible de déterminer un peu plus au juste, la quantité de l'air, qu'une portion d'eau mesurée peut contenir & loger naturellement dans son sein. Pour cette fin, j'ai fait purifier l'eau de tout air, autant qu'il m'a été possible, tantôt par une décoction suffisante, tantôt à l'aide de la Pompe pneumatique; & ayant mesuré la phiole, pour marquer le poids de l'eau qu'elle contenoit, j'y ai fait entrer un petit verre cylindrique, qui renfermoit dans son creux, étroitement bouché, par une petite oublie ou pâte de farine mouïllée, un pouce cubique d'air, mesure de Rhin; & ayant versé l'eau récemment purifiée, & encore tiède, là dessus, jusqu'à ce que la phiole fut entierement remplie, comme dans l'expérience de Mr. *Mariotte*, je remarquai bientôt, l'ayant renversée & enfoncée dans un vaisseau pareillement rempli de la même eau puri-

purifiée, que le couvercle de pâte du petit verre cylindrique s'ouvrit, par la force émolliente de l'eau, & fraya le chemin à l'air qu'il contenoit, lui permettant de sortir & de se ranger aù bout de la phiole renversée; & afin que l'air extérieur ne rendit pas l'expérience équivoque & douteuse, je fermai le col de la phiole dans le vaisseau où il étoit enfoncé fort étroitement, pour empêcher tout air extérieur de s'y mêler. Cette précaution m'a appris à la fin que la portion de l'air contenu naturellement dans l'eau, n'excedoit pas sa 150 partie.

Cette faculté de l'eau, d'avaler l'air par une espece de solution, m'a fait naitre l'idée, que cet air enfoncé dans l'eau pourroit être la cause du bruit du tonnerre, lorsque les vapeurs aqueuses extrêmement condensées dans une nuée se rejoignent en gouttes prêtes à tomber par la pluye, & imprégnées de cet air avalé, étant exposées quelques heures aux rayons perçans d'un Soleil ardent, qui communiquent le feu, & élevent en Eté sans cesse des exhalaisons inflammables pêle-mêle avec les vapeurs aqueuses, surchargées alors de cette matiere phlogistique, il arrive, que lorsque celle-cy, par un frottement subit de ses molecules, s'allume & cause l'éclair, ce feu perçant rend la liberté, & en même tems l'elasticité à cet air avalé dans l'eau des nuages suivant la direction de l'éclair. Or quiconque connoit la force de l'expansion d'un air élastique dans un degré de chaleur tel que le cause l'eclair, ne fera pas étonné du bruit éclatant que le tonnerre produit, lorsque cet air dilaté se fraye le chemin par mille directions opposées, pour écarter l'air & l'eau de l'Atmosphere voisine par où il passe. Mais cecy soit dit seulement en passant.

Ainsi l'eau commune est un composé 1. de sa matiere primitive glaciale, 2. de l'Air, & 3. du Feu. C'est de ce dernier élément qu'elle tire principalement sa fluïdité & son action. Mais il paroit pourtant extraordinaire, que la quantité du feu, ou de la chaleur, qu'elle est capable de recevoir, n'augmente pas son poids, ni l'air son volume, puisqu'il est connu, que ce dernier élément exerce sa force expansive 20 fois plus résistante que l'eau; & pour ce qui est du

feu,

feu, chaque partie d'eau est capable de supporter 180 degrés de chaleur, sans qu'elle change de pesanteur, & avant qu'elle s'echappe en vapeurs; car il est prouvé, que l'eau, dès le 33 degré de chaleur, suivant le Thermometre de Fahrenheit, peut recevoir les molecules du feu jusqu'au 212, lorsqu'elle commence à bouïllir & à se dissiper, sans que sa nature fluïde, ni son poids, en souffre le moindre changement.

Jusqu'icy j'ai jugé à propos d'examiner les parties constituantes de l'eau, afin de parvenir à mieux comprendre la vertu qu'elle exerce à pénétrer & à dissoudre les corps; mais comme cette action dépend principalement de la petitesse de ses parties, il faut voir, ce que les Philosophes en ont pû découvrir jusqu'à present. Les Anciens y ont fait fort peu de réfléxion, se contentant de regarder l'eau comme un Elément simple & primitif; il leur suffisoit de la déclarer un corps humide & froid, qui à cause de sa fluïdité prêtoit le vehicule pour charrier les matériaux, qui faisoient croître les animaux aussi bien que les végétaux & les mineraux. Les Modernes ont montré un peu plus d'application à vouloir attrapper la petitesse des dernieres molecules qui constituent ce merveilleux corps; mais ils ont été forcés de s'arrêter en chemin, & de se contenter d'avoir remarqué par leurs expériences innombrables, que la division sans bornes de ces dernieres molecules n'etoit nullement proportionnée, ni à leurs organes, ni aux instrumens par lesquels ils l'examinoient. Sa surprenante divisibilité, qui refuse toute mesure, se manifeste en plusieurs façons: par exemple, les ouvertures de ces vaisseaux, ou veines, sous l'epiderme de notre peau, par lesquels l'eau s'échappe de la masse de notre sang, sont si petites, qu'un grain de sable, selon le calcul de *Leuwenhoek*, en peut couvrir 24 mille. Le degré de chaleur qu'on introduit dans l'eau, lorsqu'on la fait bouïllir, cause une telle subdivision de ses petites particules dissoutes en vapeurs, qu'elle occupe un espace 13 mille fois plus grand que celui qu'elle occupoit, lorsqu'elle restoit encore sous la forme de l'eau; comme cela se prouve par

par une seule goutte d'eau qu'on fait tomber dans un tuyau de verre à boule, dont on se sert pour faire des Thermometres. Quand on chauffe cette boule sur les charbons allumés, jusqu'à ce que cette goutte d'eau se convertisse en vapeurs, elle remplit toute la capacité de la boule & de son tuyau, puisqu'elle en chasse l'air tout à fait, en faisant un vuide parfait, qui se remplit d'eau, ou de mercure, lorsqu'on a soin d'enfoncer à l'instant le tuyau dans l'un ou l'autre de ces fluides. Celui qui voudra comparer le diametre de la goutte d'eau avec celui de la boule de verre qu'il a employée, en comparant les cubes de leur diametres, trouvera à peu de chose près, la force expansive de l'eau déterminée cy-dessus.

Je m'eloignerois trop de mon but, si je voulois examiner icy, si toute eau, étenduë tellement en vapeurs élastiques, & encore plus élastiques peut-être que l'air même, regagne tout à fait son premier état liquide sous la forme de l'eau: ou si l'action du feu n'y a pas causé plutôt une métamorphose dans les derniers élémens sphériques de l'eau, en les entortillant en très menus cylindres spirales élastiques de nature aërienne? Certes, quelques expériences faites avec l'Eolipile, avec le Digesteur de Papin, avec une espece d'Eolipile appliqué à la Pompe pneumatique, & surtout la manœuvre de souffler un gros ballon de verre, ou Récipient chymique, moyenant une bouchée d'eau poussée par la canule d'acier dans une grosse boule compacte de verre fondu, sans qu'on y remarque le moindre retour de cette vapeur sous la forme d'eau commune, me rendent assez hardy pour adopter cette hypothese, jusqu'à ce qu'on me fasse voir le contraire par des expériences incontestables.

J'ai examiné l'eau commune jusqu'icy par raport à ses parties constituantes, aussi bien qu'à l'égard des qualités qui résultent de l'union des differentes parties qui lui viennent de dehors, & qui toutes ensemble, quoique d'une petitesse inconcevable, n'empêchent point leur solidité extrême, qui refuse toute compression. J'ai démontré le degré de leur extension, comme aussi leur expansion surprenante,

qui

qui les confond & les précipite dans la nature de l'air. La premiere chose qui me reste à éplucher, pour me rapprocher peu à peu de mon but, est l'examen de la qualité pénétrante de l'eau; mais comme cette qualité a trop de rapport avec sa force dissolvante, je m'arrêterai un peu à examiner comme il faut cette propriété de l'eau. Tout le monde lui accorde cette faculté en général; & peu s'en faut que quelques grands hommes n'ayent prouvé qu'elle est un dissolvant universel. *Sa* pénétration dans les plus petits recoins de plusieurs corps, qui refusent l'admission de l'air même, semble favoriser cette hypothese. La maniere par laquelle l'eau commune opére la solution des corps, paroit être bien differente selon les principes differens, que plusieurs Philosophes en ont imaginé. Il y en a qui prétendent prouver, que l'eau par sa pesanteur specifique, & par l'extrème petitesse de ses molecules, entre dans les corps qu'on lui présente à dissoudre, écarte les plus petites parties les unes des autres, & les pénétre si avant, qu'elle les distribuë également, en les faisant nager entre ses molecules. Et pour mieux faire comprendre cecy, ils déterminent la propriété des espaces, des interstices & des pores des corps; ils considerent leurs figures, l'homogeneïté de leur matiere, leur cohésion naturelle &c. Pour y trouver quelque chose à redire, il falloit encore mieux voir & tâter les derniers élémens & les atomes de toutes les matieres, que ces Messieurs s'imaginent d'avoir vû & tâté.

Il y en a d'autres, qui avec plus de solidité & de circonspection regardent les corps dissolubles par l'eau, comme un assemblage de petites particules homogenes, que nos yeux, aidés même des meilleurs microscopes, ne pourroiont appercevoir séparément les unes des autres; il est fort probable, disent-ils, que ces particules, lorsqu'elles sont réünies, & qu'elles font masse, laissent entre elles de petits intervalles, dans lesquels l'eau se peut insinuer, & pénétrer dans les plus intimes recoins de la cohésion de ces particules, par la même cause apparament, qui fait monter l'eau & qui la fait entrer dans les cylindres capillaires. Ils supposent donc cette cause & cette force

de pénétrer, telle qu'elle puiſſe être, plus puiſſante que la cohéſion ou la force avec laquelle les parties du corps ſoluble ſont jointes enſemble; de ſorte que l'eau non ſeulement ſe peut gliſſer entre elles; mais elle les écarte, comme il paroit, & les ſépare les unes des autres, après quoi les molecules déſunies de cette maniere flottent dans le diſſolvant, & ne font, ſelon l'apparence, qu'un compoſé avec lui. Et quoique les parties d'un corps, diſſoutes dans l'eau, ſoient ordinairement plus peſantes que ce fluide, elles enfilent à leur tour les pores de l'eau, & ſe diſtribuënt uniformément dans toute la maſſe de l'eau, dans laquelle, malgré leur excès de peſanteur, elles demeurent ſuſpènduës par le frottement ou par la même cauſe, qui les a fait monter: ce qui ſe prouve par l'expérience, lorsqu'on diſſout une quantité déterminée d'un ſel quelconque, dans l'eau pure, ſans que ſon volume, en augmente, ou que le vaſe qui la contient, en devienne plus plein.

Il y en a encore d'autres, qui, pour expliquer l'action diſſolvante de l'eau, ont recours au grand principe de l'attraction, dont l'application à nôtre ſujet paroit fort ingénieuſe. Ils s'expliquent à peu près de cette façon. Les particules d'un corps diſſoluble dans l'eau, lorsqu'elles ſe trouvent dans une grande quantité de ce fluïde, ſont attirées avec plus de force qu'elles ne peuvent s'attirer elles-mêmes, à cauſe de l'eloignement de ces molecules les unes des autres. Quand on met cette eau en moûvement par des ſecouſſes réïtérées, elle attire ou diſſout plus d'un corps ſoluble que quand elle reſte en repos. La même choſe arrive lorsqu'on met cet élément liquide en mouvement par le feu; car l'expérience nous montre, que l'eau chaude diſſout plus que l'eau froide, & cela ſelon les differens degrés de chaleur. Cette hypotheſe acquert une grande probabilité par les phénomenes qui arrivent dans la cryſtalliſation des ſels. Un ſavant homme qui la ſoutient, s'explique là deſſus à peu pres de cette façon: „ Lorsqu'on diminuë la quantité de l'eau d'une „ diſſolution ſaline à un certain degré par l'évaporation, on diminuë auſſi

„ aussi par conséquent cette attraction qui subsistoit entre l'eau & le sel;
„ car on remarque d'abord, que les atomes de sel se touchent alors de
„ trop près, & par leur poids specifique, par lequel ils surpassent ceux
„ de l'eau, ils s'attirent réciproquement, & se joignent étroitement
„ ensemble; ce qu'on appelle dans la Chymie *Crystallisation de sels.*
„ Mais il faut remarquer néantmoins, que cette opération est empê-
„ chée par le mouvement quelconqué, soit qu'il soit causé par les se-
„ cousses, ou par la chaleur. C'est pour cette raison, que cette cry-
„ stallisation ne réüssit, que dans un certain dégré de froid, dans un
„ *vase* qui reste immobile."

Je ne prétends pas vouloir critiquer, ou décider sur les sentimens de ces Savans, qui se sont donné beaucoup de peine pour rendre cette opération intelligible. Mais j'espère qu'il me sera permis d'ajouter icy ce que les expériences & le raisonnement m'ont enseigné sur ce sujet. Pour m'expliquer avec plus de clarté, je ne m'arrête pas icy à examiner la vertu dissolvante de l'eau commune toute seule; je toucherai aussi en passant les autres corps, auxquels on attribuë une force de dissoudre, & qui sont quelquefois bien differens de nôtre élément liquide, puisqu'on en rencontre, & même de puissans, dans quelques corps secs. Lorsqu'on examine les expériences, qui prouvent la force dissolvante de l'eau commune, on remarque que cette force est toujours proportionnée à la quantité de chaleur, ou de feu, qu'elle contient; nous voyons qu'un petit degré de chaleur communiqué à l'eau, ne fait que mollir quelquefois un corps, pendant que ce même corps est entièrement dissous en peu de tems, par l'augmentation de la chaleur dans l'eau, laquelle on fait bouïllir. Les Sels, qui de tous les corps sont ceux, que l'eau dissout le plus facilement, me semblent confirmer, ce que je viens d'avancer. Huit onces par exemple d'eau pure, qui n'a que le premier degré de chaleur qui la rend seulement liquide, c'est à dire le 33 du Thermometre de Fahrenheit, dissolvent à peine la 64 partie de leur poids du sel commun; & à mesure que le froid extérieur augmente à un tel point, que ce petit

degré de chaleur se retire & permet à l'eau de commencer à se glacer, ce peu de sel se retire aussi & se ramasse au fond du vaisseau. Mais au contraire, si vous augmentez la chaleur dans l'eau de 10 ou 12 degrés seulement, vous verrez qu'elle dissoudra jusqu'à 2 onces de sel; & si vous y ajoutez autant de chaleur qu'elle peut en supporter, savoir lorsqu'elle commencera à bouïllir, elle en aura dissout presqu'autant qu'elle pese. Retirez l'eau du feu alors, & vous remarquerez aisément, qu'à mesure que la chaleur se dissipe, ou qu'elle se retire de l'eau, le sel s'echapera de la solution, & se précipitera au fond du vase; & si vous êtes en etat d'ôter à l'eau tous les degrés de chaleur successivement, jusqu'à l'etat prochain de congélation, vous verrez tout votre Sel précipité au fond du vaisseau, & abandonné de l'eau, destituée de tout degré de chaleur, dans le moment qu'elle commence à perdre sa fluïdité par la congélation.

Cette expérience m'a appris: 1. Que l'eau commune destituée de tout degré de chaleur ne dissout rien. 2. Que l'eau commune sert seulement de véhicule à la chaleur, ou aux molecules du feu qui s'y enveloppent. 3. Que l'eau commune ne peut recevoir que 212 degrés de chaleur, même par la plus grande force de feu qu'on y applique, le reste de la chaleur passe au travers de l'eau & se perd dans l'air, ou dans les corps voisins. 4. Que lorsqu'on cesse de chauffer l'eau par dehors, toute la chaleur se retire peu à peu, & il n'y reste que ce degré que l'air, qui l'environne, y entretient; & alors la force dissolvante de cette eau est proportionnée à ce degré de chaleur. Mais lorsque l'air en hyver perd aussi sa chaleur jusqu'au dessous de 33 degrés, l'eau perd toute la faculté de dissoudre à mesure qu'elle approche de ce degré.

Ainsi la force dissolvante de l'eau, étant toujours proportionnée aux degrés de chaleur qui lui sont communiqués, les corps qui souffrent la dissolution à ces degrés, tirent ordinairement leur origine des Végétaux, ou des Animaux. Mais quand on fait contraindre l'eau à recevoir & à garder une tant soit peu plus grande quantité de cha-

chaleur, elle peut passer les bornes de sa force dissolvante naturelle, comme cela paroit par les expériences faites avec le Digesteur de Papin, où l'air dilaté qui couvre l'eau avec une force extraordinaire, empéche que le feu, qu'on continuë à communiquer à l'eau bouïllante, ne se dissipe si vite en la traversant seulement; mais poussé par l'eau qui lui sert de vehicule, il entre dans les cornes, dans les ongles, dans les os des animaux, avec une telle violence, qu'ils se trouvent dissous en peu de minutes jusqu'aux parties terrestres qui tombent en poussiere; même le plomb & l'étain commencent à couler dans ce degré de chaleur communiqué à l'eau de cette façon.

Tout cecy, ce me semble, montre assez, que ce n'est pas l'eau, mais uniquement le feu, qui cause la solution des corps; & que l'eau ne sert qu'à engloutir les atomes dissous, & à les distribuër également par tout son volume qui doit être proportionné à la quantité des molecules qu'il doit garder.

J'ai considéré jusqu'icy la premiere Classe des dissolvans qui est la plus simple, où le feu exécute la solution des corps qui sont d'une legère cohésion par le moyen de l'eau dans laquelle il se trouve. Dans cette Classe, le feu communiqué à l'eau de dehors, est simple & uniforme, sans que quelque autre matiere y ait part, ou s'y mêle. Mais il y a une seconde Classe de dissolvans où le feu est concentré dans une matiere huileuse, végétale & inflammable, que la fermentation a jointe à l'eau commune, & y a liée si etroitement, qu'il n'y a que la flamme qui les puisse séparer, & les disperser dans l'air en les détruisant. Les Esprits de Vin, de Froment, & de plusieurs autres végétaux, en sont témoins. L'eau commune y est encore la base qui a enveloppé cette matiere phlogistique, laquelle étant mise en mouvement par l'application du feu extérieur, pénétre, sépare & dissout les corps, qui sont d'ailleurs impénétrables par les dissolvans de la premiere Classe, où il n'y avoit que le feu simple, arrêté dans l'eau simple aussi. Quoique l'action de cette seconde Classe se borne aussi à la dissolution des Végétaux, d'où cette sorte de dissolvans a tiré son origine,

origine, elle eſt toujours plus puiſſante que la premiere, parce qu'elle pénétre & diſſout les corps huileux & réſineux, que les premiers n'avoient pas la force d'entamer. D'ailleurs l'eau commune prête également icy auſſi le vehicule à la matiere du feu, avec cette difference, qu'elle eſt intimément jointe à l'eau par la fermentation, pour produire ce qu'on appelle communément *Eſprits vineux*, dont la partie la plus ſubtile, purifiée par la diſtillation, & connuë ſous le nom d'*Alcohol*, brûle & entretient la flamme la plus pure, jusqu'à ce que tout ſoit conſommé. Mais quand on a l'adreſſe de pouvoir arrêter les vapeurs, que l'Alcohol diſſipe en brûlant, on trouvera que ce ne ſont que l'eau ſimple toute pure, & que la matiere inflammable n'a été que la portion la plus petite de l'Alcohol.

Les jus vineux, tirés des Végétaux par la fermentation, dont je viens de parler, ſi on les expoſe une ſeconde fois à cette opération fermentative, on les convertit en Acide, lequel concentré par la diſtillation, fournit un Eſprit acide, qui eſt d'une nature bien differente de l'Alcohol, puisqu'il pénétre & diſſout la plûpart des Métaux & des Minéraux qui ſe ſoutiennent entierement dans l'Alcohol.

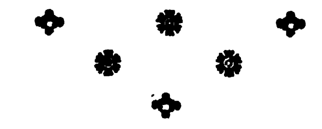
Mais ſi la Fermentation opére dans les Végétaux en produiſant l'Alcohol & l'Acide, la Putréfaction montre une production analogue dans les Animaux en développant dans ces corps détruits l'Alcali volatil, lequel enveloppé de l'eau commune produit les Eſprits volatils de l'Urine, du Sang &c. La Putréfaction même n'eſt pas toujours néceſſaire à la production de ces ſortes d'eſprits alcalins; l'etroite union des ſels avec les parties graſſes & huileuſes, que la Circulation des humeurs opére dans un animal vivant, ſuffit déjà à produire une *alcaleſcence*, ou diſpoſition à la formation d'un Alcali: ce que nous montre l'Eſprit volatil de Corne de Cerf, du Crane, de la Soye, &c. que la diſtillation ſeule nous fournit de ces corps ſans le ſecours de la Putréfaction.

Outre cette ſeconde Claſſe de diſſolvans, l'eau commune prête encore ſon miniſtère à une troiſieme ſorte de diſſolvans, dont la force

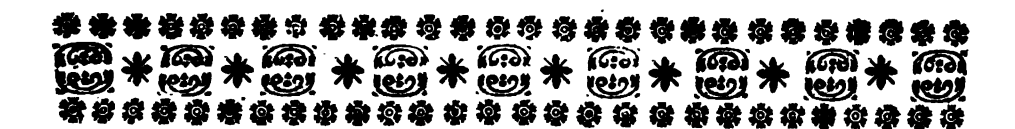
eſt

est infiniment plus puissante que celle des premiers, puisque les molecules de feu sont concentrées d'une maniere tout à fait incompréhensible dans une matiere acide, qui gagne en naissant, & dans la suite de son existence, diverses matrices, lesquelles fournissent aux Physiciens Chimistes des dissolvans auxquels obeïssent les corps les plus durs qui sont connus dans la Nature. L'origine simple de cet acide paroit être d'autant plus merveilleux, que nous le rencontrons dispersé dans l'*air*, sous la simple enveloppe des vapeurs aqueuses; ceux qui *doutent* de son existence dans ce lieu, n'ont qu'à exposer un sel *alcali* bien pur dans une chambre où l'air peut circuler aisément pendant quelque tems; ils trouveront leur alcali changé en sel moyen tout comme s'ils eussent employé un acide vitriolique pour convertir l'alcali en Tartre Vitriolé. Le tems, & moins encore mon but, ne permettent pas d'éplucher à present le moyen dont la Nature se sert pour produire cet Acide Universel. Parmi les exhalaisons infinies, que de ses produits innombrables nôtre Globe permet de s'elever dans les airs, il n'y a point de doute qu'il ne s'en rencontre quelques unes propres à recevoir & à concentrer dans leurs atomes cette matiere ignée, que l'Astre du jour, cette source du feu & de toute chaleur, lance incessament par ses rayons dans une matiere propre à lui servir de vehicule: ce qu'il me suffit d'avoir touché seulement à présent. Mais comme nous ne pourrions pas nous en servir sous cette enveloppe impalpable & invisible, la Nature bienfaisante a choisi encore d'autres matrices bien plus traitables pour nous, où elle renvoye cette mince engeance du feu solaire de retour avec les Météores vers notre Globe, pour y être avalé dans l'Ocean pour la pluspart, ou dans quelques terres calcaires, alcalines, metalliques ou bitumineuses, où ce feu, enveloppé par une espece de solution, se niche, & y forme sa matrice & son domicile, & où il se présente à nous, tantôt sous la forme du sel marin, ou de l'Alun, ou du Salpetre, ou du Vitriol, & tantôt sous la forme du souffre commun. Et qui est-ce qui ne sait pas avec quelle force ce feu concentré dissout les

les corps les plus compacts que les entrailles de la terre nous fournissent, lorsque par l'extrême violence d'un feu chimique ce feu solaire est chassé de ses différentes matrices, & lorsqu'il nous paroit sous le nom d'esprit acide mineral, different en quelque maniere, je l'avoüe, mais c'est par l'altération qu'il a soufferte dans ses differentes matrices. Il feroit bien superflu de marquer icy la nature ignée de cet acide; celui qui en doute, n'a qu'à l'éprouver, & il trouvera bientot qu'il brûle autant, & quelquefois davantage, que le feu de nos foyers. C'est encore l'eau commune qui fournit le véhicule à ce feu acide, & qui favorise sa puissante action. Pour se convaincre de cette vérité on n'a qu'à verser un de ces Esprits acides, soit celui de sel marin, ou de Vitriol, sur quelques corps terrestres absorbens, comme sur de la craye pilée, & on sera surpris de voir la quantité d'eau commune insipide qui surnage sur la craye, lorsqu'après la destruction de l'acide ce feu a disparu. Au reste tout ce que j'ai avancé jusqu'icy, prouve assez, que le feu est l'unique dissolvant universel dans la nature, & que la petitesse extreme & inaltérable des molecules d'eau commune lui sert seulement de véhicule & d'enveloppe pour communiquer sa force dissolvante à tous les corps altérables. C'est pourquoi les anciens Philosophes Hermetiques ont eu raison d'assurer, que leur mystere le plus caché consistoit dans la combinaison parfaite & inséparable de ce feu avec la substance mercurielle metallique la plus pure & la plus homogene pour la production d'un dissolvant universel, & pour la perfection du grand oeuvre. Je ferai voir dans un autre Mémoire les phenoménes qui résultent, en dissolvant toutes sortes de sels dans l'eau commune.



SUR



SUR LES PHENOMENES QUI SE MANIFESTENT, LORSQU'ON DISSOUT TOUTES SORTES DE SELS DANS L'EAU COMMUNE SEPARÉMENT,

PAR M. ELLER.

Dans le dernier Mémoire, que j'ai eu l'honneur de lire dans cette Assemblée, il y a quelques semaines, j'ai tâché d'expliquer la nature & les propriétés de l'eau commune. Tout ce que j'y ai avancé, se trouve entièrement confirmé par les Expériences. J'ai prouvé entre autres choses, que l'eau commune ne peut paroitre sous cette forme fluide & coulante où nous la voyons, que moyennant certaine portion de feu, ou de chaleur, qui lui procure cette fluïdité; mais que l'eau, ayant reçu cette qualité du feu, lui sert à son tour de vehicule, afin qu'elle puisse exercer sa force dissolvante. J'ai fait voir les différens moyens, par lesquels les molecules du feu s'introduisent dans l'eau. Le premier est le plus simple, où le feu se communique de dehors selon les differens degrés de la chaleur extérieure. Les autres moyens, par lesquels le feu s'unit à l'eau, sont un peu plus cachés, de sorte qu'on perd presque l'idée de l'eau commune, lorsqu'on rencontre sous cette forme un fluide âpre, ou corrosif, qui ne tient plus rien de la nature douce & insipide de l'eau, si l'on en excepte la fluïdité. Mais l'eau souffre cette altération extraordinaire de fort differentes façons; car tantot cette matiere du feu se joint à l'eau par la Fermentation, tantot par la Putréfaction: une autre fois on l'attrappe par la Destruction de quelques sels minéraux sous la forme d'un Acide corrosif, quoique tous ces fluïdes dissolvans ne soyent

autre chose qu'une matiere inflammable, sulfureuse, & ignée, délayée dans l'eau commune qui lui sert d'enveloppe & de vehicule.

Cette considèration est d'autant plus nécessaire à mon but, qu'elle rend raison en quelque maniere des Phénomenes qui se manifestent quand on dissout differentes sortes de sels dans l'eau commune. Les Physiciens modernes ont déjà remarqué, que cette eau, quelque pure & simple qu'elle puisse être, souffre un changement remarquable, par rapport à son degré de température, dès qu'on y jette du sel pour le dissoudre. Car aussi-tôt qu'elle commence à agir pour achever la dissolution, sa chaleur diminuë presque toujours, & elle devient plus ou moins froide selon la qualité, ou selon la composition differente de chaque sel. C'est par ce moyen qu'on peut produire de la glace, même dans les plus grandes chaleurs de l'Eté. Je n'ignore pas, que Mr. *Geoffroy* à Paris en a déjà fait quelques Expériences qu'il a communiquées à l'Académie Royales de Sciences en 1700, & que Mr. *Amontons* a reïterées à la Cave de l'Observatoire de Paris, selon son rapport fait à la même Académie en l'année 1705. & qu'outre cela Mr. *de Muschembroeck*, dans son excellent Commentaire sur les expériences de l'Académie *del Cimento*, a de nouveau fait cette recherche, pour déterminer les degrés du froid, que quelques sels produisent dans l'eau, lorsqu'on les y jette pour les dissoudre. Mais comme les rapports de ces Messieurs sont bien differens entre eux, par ce qu'ils n'ont pas examiné toute sorte de sels, & qu'ils ont négligé presque tout à fait les sels moyens artificiels, j'ai cru qu'il pourroit être de quelque utilité, par rapport à la théorie du feu aussi bien qu'à la connoissance de la structure differente de ces sels, si j'entreprenois de nouveau cette recherche.

Pour cette fin j'ai pris toutes les précautions nécessaires pour saisir cette exactitude que les Expériences physiques demandent. J'ai eu grand soin auparavant de choisir les sels bien purs & secs, réduits en poudres impalpables; & comme la quantité de l'eau que telle ou telle sorte de sel demande pour la dissolution diffère beaucoup, j'avois déjà décou-

découvert & déterminé cette quantité differente, dont je donnerai cy-après le précis. Les fels préparés, comme je viens de dire, & enfermés dans des phioles bien bouchées, furent placés avec l'eau, qui devoit fervir à leur diffolution, quelques heures auparavant dans une chambre, où le Thermometre m'indiqua la température de l'air de ce jour là; & comme je me fuis fervi d'un Thermometre de la ftructure de Mr. de Reaumur, j'ai eu foin de l'enfoncer pendant quelques minutes dans cette eau deftinée aux expériences pour eprouver fa température. L'ayant retiré, je remarquai qu'il montroit 6 degrés de chaleur. Je pris enfuite huit onces de cette eau pour chaque effai, & de chaque fel autant qu'elle pouvoit en diffoudre. Le Vitriol verd ne montra qu' $1\frac{1}{2}$ degré de refroidiffement dans l'eau, mais le Vitriol bleu $3\frac{1}{2}$ degré. L'Alun, réfroidit l'eau de $2\frac{1}{2}$, mais l'Alun calciné ne montra aucun changement. Le Salmiac au contraire fit voir le plus grand, puisque le Thermometre baiffa de 6 degrés de chaleur, jusqu'à un peu au deffous de 5 degrés de froid; par conféquent ce fel réfroidit l'eau presqu'à 12 degrés. Le Salpetre raffiné caufa un refroidiffement de 8 degrés, & le Criftal mineral de 7. Le Sel commun & le Sel marin ne réfroidirent l'eau que de 2 degrés. Le Tartre vitriolé & l'*Arcanum duplicatum* furent à 3 degrés; mais la Creme de Tartre ne montra aucun changement. Le Sel d'Epfom caufa 2 degrés de froid, & le Sel de Seignette 7. Mais le Sel de Sedlitz fit monter le Thermometre de 6 degrés à 9, & augmenta par conféquent la chaleur à 3 degrés. Le Sel admirable de Glauber montra à peu près le même Phénomene, puisqu'il chauffoit l'eau de 4 degrés. Mais ce ne fut rien en comparaifon du Vitriol defféché à blancheur, qui augmenta la chaleur dans l'eau de 16 degrés, le Vitriol blanc de 7 degrés, & le Sel alcali fixe de 4. Le Sel alcali volatil de Corne de Cerf au contraire, réfroidit l'eau de 6 degrés, le Sel volatil d'Urine, & le Sel Polychrefte feulement de 2. &c.

On voit affez par ces expériences, que les degrés de froid, que les Sels communiquent à l'eau pendant leur diffolution, font auffi dif-

 ferens

ferens presque que leur nombre. Il y en a même parmy, qui, au lieu de réfroidir l'eau, lui communiquent encore des degrés de chaleur assez considérables. Tout ce qu'on en peut conclurre de décisif est, que les Sels qui ont joint l'alcali volatil à l'acide minéral réfroidissent l'eau le plus, comme le Salmiac, le Salpetre, le Cristal mineral; & même le Sel volatil de Corne de Cerf tout seul nous montre cet effet. Je sçais fort bien, qu'on s'embarasse très peu de trouver la solution du problème, pourquoi les Sels réfroidissent l'eau, vû que plusieurs des Physiciens modernes se contentent de dire, que toute chaleur consiste dans le mouvement, & que le froid n'est que la diminution de ce mouvement. Le réfroidissement donc, que le sel apporte à l'eau, vient de ce que les parties salines étant sans mouvement, & partageant celles de l'eau, diminuënt par conséquent ce mouvement; ce qui produit le réfroidissement plus ou moins grand dans cet élément lequide &c. Mais il me semble qu'il arrive icy justement le contraire; car, pendant que ce dissolvant agit pour s'insinuer dans les pores ou interstices du sel, & pendant que le sel, à cause de sa solidité, résiste à son tour à cette action, il arrive sans contredit une action mutuelle, ou une pénétration réciproque de l'eau dans le sel, ou du sel dans les pores de l'eau: ce qui doit plutôt augmenter que rallentir le mouvement en question.

Il y en a d'autres, qui, après avoir vu l'insuffisance de ces raisonnemens, ont tâché d'expliquer ces Phénoménes d'une tout autre façon. Ils supposent, que l'attraction, ou la cohésion des fluides avec quelques autres corps, est proportionnée aux points du contact, ou à la densité de ces corps. Ainsi le feu étant le corps le plus fluïde connu dans la nature, est attiré, & s'attache par conséquent en plus grande quantité aux corps qui ont plus de masse sous le même volume qu'à tous ceux qui n'ont pas cette solidité; ce qui se manifeste, disent-ils, dans l'air, qui ne peut pas être échauffé autant que l'eau, qui est environ 800 fois plus pesante; & les métaux, ayant depuis 7, jusqu'à 20 fois plus de masse sous le même volume, que l'eau, attirent

rent & gardent le feu incomparablement plus longtems que ce fluide. Or les Sels, ajoutent-ils, ayant plus de densité que l'eau, attirent par conséquent, lorsqu'on les y jette, les molecules du feu qui se trouvent dans l'eau; ce qui doit la rendre nécessairement plus froide &c. Je souscrirois volontiers à cette hypothese, qui paroit d'ailleurs assez bien imaginée, si les Expériences vouloient seulement la soutenir. Car d'où vient par exemple, que le Vitriol blanc, le Sel de Sedlitz, & le Sel admirable de Glauber, augmentent la chaleur dans l'eau au lieu de la refroidir? Ces Sels n'ont-ils pas des corps aussi solides que les autres qui rendent l'eau plus froide? Les principes constituants de ces Sels ne sont-ils pas les mêmes que ceux que nous rencontrons dans plusieurs autres sels qui montrent pourtant un effet tout contraire? Dailleurs, comme les degrés du réfroidissement, que les Sels produisent dans l'eau, sont si differens, je m'imagine qu'il faut tâcher de trouver la Solution du Problème dans la recherche de la nature & de propriétés de ces sels mêmes; une petite remarque pourroit peut-être apporter ici quelques lumieres. J'ai fait voir dans le Mémoire précédent, que ces sels participoient de l'Acide universel, qui n'est autre chose qu'un feu concentré dans l'eau qui lui sert de vehicule & d'enveloppe, & qui se procure par ce moyen des corps differens en dissolvant diverses matieres terrestres, ou metalliques, qu'il rencontre dans le sein de la terre. Ce feu potentiel donc, lorsqu'il se trouve développé par la dissolution dans l'eau commune, attire probablement les molecules du feu qu'il rencontre dans l'eau, & la rend par conséquent plus froide pour quelques minutes. Ce qui me paroit confirmer cette hypothese, est l'expérience qui suit. Je versai environ la moitié d'un seau d'eau dans une terrine de grés, & je trouvai par le Thermometre de Mr. *de Réaumur*, que cette eau gardoit pour lors 5 degrés de chaleur. J'y remis le Thermometre, & ayant fait chauffer une barre de fer jusqu'à rougeur, je la plongeai dans cette eau vis à vis, de l'autre côté du bord de la terrine, où le Thermometre étoit appuyé. Je remarquai incessament, qu'il baissa de

de 3 degrés dans la premiere minute après l'immersion de la barre. Cette expérience me fait croire, que le feu de la barre communiqué à l'eau, cause dans l'instant une espece d'attraction des particules du feu contenuës dans l'eau, ce qui la rend plus froide pour quelques momens; car quelques instans après toute l'eau de la terrine acquit le degré de chaleur que la barre échauffée lui doit naturellement communiquer.

Le second Phénomene qu'on rencontre dans la dissolution des Sels, c'est la differente quantité de l'eau que chaque espece demande pour être entierement dissoute. Comme cette quantité differe beaucoup, selon la differente composition, aussi bien que selon la proprieté particuliere de chaque sel, j'ai employé encore toute l'exactitude requise pour la déterminer comme il faut. Pour cette fin j'ai pris une eau de fontaine bien pure; & pour m'assurer d'avantage de cette derniere qualité, je l'ai fait distiller auparavant. Pour chaque Sel bien purifié, & mis en poudre, j'ai pris huit Onces d'eau. La température de l'air étoit alors, selon le Thermometre de *Fahrenheit*, entre 40 & 42 degrés, & selon celui de Mr. *de Réaumur*, entre 8 & 10. Le Mercure dans le Barometre s'arrêtoit dans ce tems là à 27 pouces 10 Lignes, mesure de Paris. Ayant déterminé ainsi tout ce que je viens de dire, j'ai éprouvé, que huit Onces de cette eau distillée en ont dissout 9½ de Vitriol verd, ou de fer, 9 Onces de Vitriol bleu, ou de cuivre, 3 Onces & 6 gros de Vitriol de Goslar, desséché à blancheur, 4 Onces & demie de Vitriol blanc, 2 Onces & demie d'Alun, 1 Once & demie d'Alun calciné, 4 Onces de Salpetre raffiné, 3 Onces & 4 Scrupules du Sel commun de la fontaine de Halle, 3 Onces & demie de Sel fossile, & autant à peu près de Sel marin, une demi Once de Crême de Tartre, 1 Once & demie de Tartre Vitriolé, 1 Once & 5 Dragmes d'*Arcanum duplicatum*, 3 Onces & demie de Nitre antimonial, 3 Onces de Crystal minéral, 3 Onces & demie de Sel admirable de Glauber, 4 Onces de Tartre soluble, 4 Onces de Sel d'Epsom, 5 Onces & demie de Sel de Sedlitz, 3 On-

3 Onces de Sel de Seignette, 2 Onces & demie de Salmiac purifié, 1 Once & demie de Sel volatil de Corne de Cerf, 4 Dragmes & demie & 10 Grains de Borax, 1 Once & 2 Dragmes de Sucre de Plomb, 24 Onces de Sucre raffiné, &c.

Après cette recherche exacte, je croyois trouver un moyen de pouvoir rendre raison de la differente quantité d'eau que ces Sels demandent pour leur dissolution : mais comme la chose me parut bien embarassante, il me vint dans l'esprit, que cette difference dépendroit peut-être de la solidité differente de ces sels ; savoir, que ceux qui avoient plus de masse sous le même volume, & qui par conséquent étoient plus poreux, auroient besoin d'une moindre quantité d'eau que les autres qui etoient plus compacts. Pour m'en éclaircir, comme il faut, j'ai taché de trouver, par le moyen de plusieurs expériences, le poids spécifique de chaque espece de sel, par rapport à l'eau. Pour le déterminer au plus juste, je me suis servi d'un cylindre de verre de 4 à 5 lignes de diametre que j'avois fermé à un bout ; je le remplis d'eau commune jusqu'à la moitié environ, je marquai exactement l'endroit où l'eau s'arrétoit dans le cylindre ; je versai là-dessus encore une Once de la même eau que j'avois pesée exactement, je marquai encore avec beaucoup de précision l'endroit où cette Once d'eau étoit montée, de sorte que j'avois alors la mesure nette d'une Once d'eau entre les deux marques du cylindre. Après avoir déterminé cecy, comme je viens de le dire, j'ôtai cette derniere Once d'eau, & je la remplaçai par les Sels en gros morceaux, dont je fis glisser autant au fond du cylindre, jusques à ce que l'eau y eut remonté de la premiere marque à la seconde. Ayant changé l'eau pour chaque sorte de Sel, il ne m'étoit pas difficile d'en déterminer de cette maniere le poids spécifique qui remplit l'espace d'une Once d'eau dans cette machine cylindrique. Ainsi une Once d'eau commune fut remplacée par 2 Onces & un quart de Vitriol verd, par 2 Onces de Vitriol bleu, par 3 Onces & demie de Vitriol desséché à blancheur, par 3 Onces de Vitriol blanc, par 2 Onces & 1 Dragme d'Alun de roche,

che, par 2 Onces & demie d'Alun calciné, par 2 Onces 5 Dragmes & demie de Salpetre raffiné, par 2 Onces & 3 Quarts de Sel commun, par 3 Onces de Sel fossile, par 6 Dragmes de Crême de Tartre, par 3 Onces de Tartre vitriolé, par 3 Onces d'*Arcanum duplicatum*, par 2 Onces & 6 Dragmes de Nitre antimonial, par 3 Onces de Cryſtal minéral, par 3 Onces & demie de Sel admirable de Glauber, par 3 Onces & demie de Tartre ſoluble, par 3 Onces de Sel d'Epſom, par 3 Onces & demie de Sel de Sedlitz, par 2 Onces & demie de Sel de Seignette, par 1 Once & 5 Dragmes de Salmiac, par 3 Onces de Sel volatil de Corne de Cerf, par 2 Onces de Borax, par 4 Onces de Sucre de Plomb, par 1 Once & demie de Sucre raffiné, &c.

Quoique j'aye eu le plaiſir d'avoir trouvé par toutes ces expériences pénibles le poids ſpécifique de chaque Sel par rapport à l'eau, je n'avois pourtant pas la ſatisfaction d'arriver au but, pour lequel je les avois entrepriſes : car j'ai remarqué, que le Vitriol blanc, le Sel foſſile, le Tartre vitriolé, l'*Arcanum duplicatum*, le Sel d'Epſom & le Sel volatil de Corne de Cerf étoient d'un même poids, ayant maſſe égale ſous le même volume, & que tous ces ſels demandent pourtant une quantité d'eau fort differente pour leur diſſolution : comme, par exemple, le Sel de Corne de Cerf demande trois fois autant d'eau que le Vitriol blanc, & les autres à proportion.

Cette recherche n'ayant donc rien décidé, & le poids ſpecifique des Sels n'entrant pour rien dans le calcul qui devoit déterminer la quantité d'eau diſſolvante, je crus trouver quelques éclairciſſemens ſi je remontois à l'origine ou à la génération de ces Sels, ſavoir, à leur differente production ; parce qu'il eſt évident, que non ſeulement les diſſolvans acides ſont bien differens entre eux, mais auſſi les matieres que les acides diſſolvent pour ſe corporifier & pour paroitre ſous la forme ſaline, ne ſont pas moins differentes. Car nous voyons que, lorſque tel ou tel acide diſſout tel ou tel autre corps, ſoit terreſtre ou métallique, pour en former des Sels, ces productions ſali-

salines doivent naturellement exister differentes, selon que la nature des ingrédiens, qui les a produites, differe entre eux. De là il arrive, que leur liaison peut devenir plus ou moins forte, nonobstant la differente pesanteur des corps qui ont été dissouts & transformés en Sels. Les Sels moyens surtout, qui prennent ordinairement leur origine d'une destruction ou plutôt d'un combat entre l'alcali & l'acide, demandent deux ou trois fois plus d'eau pour leur dissolution, que ces deux Sels ne demandoient séparément avant leur union. Pour développer entierement cette matiere, j'ai tâché de faire quelques progrès; mais ayant trouvé la carriere trop vaste, les expériences trop douteuses, & le profit qui en pourroit résulter trop chétif, j'ai abandonné une recherche ultérieure qui seroit d'ailleurs pénible.

Après cette petite digression, je reviens encore à mon propos, pour examiner les autres phénomenes, qui se montrent dans l'union des Sels avec l'eau commune. Un des plus remarquables de ces phénomenes est, qu'on peut dissoudre certaine quantité de sel dans l'eau commune, sans que son volume en augmente, ou que le vase dans lequel on fait l'opération, en devienne plus plein. Pour déterminer au plus juste la quantité de chaque espece de sel, qui se cache dans l'eau de cette façon, j'en ai fait des expériences très exactes de la maniere qui suit. J'ai choisi un vaisseau de verre formé d'une boule creuse & d'un tube long de 10 à 12 pouces, dont le diametre intérieur n'avoit que 3 lignes environ, la capacité de ce verre étoit proportionnée à la quantité de 8 Onces d'eau qui remplissoient la boule & la moitié du tube environ: je marquai exactement l'endroit où l'eau s'arrêtoit dans le tube; je changeai l'eau pour chaque sorte de Sel que je fis entrer bien purifié & mis en poudre. Ainsi 8 Onces d'eau distillée absorboient, sans augmenrer son volume, ou sans passer la marque du tube, de Vitriol verd 1 Dragme & 10 Grains, de Vitriol bleu 40 Grains, de Vitriol seché à blancheur 2 Dragmes, de Vitriol blanc 1 Dragme & demie, d'Alun 40 Grains, d'Alun calciné 50, de Salpetre raffiné 1 Dragme & demie, du Sel commun 1 Dragme

& 40 Grains, de Sel fossile pareille quantité, de Crême de Tartre 50 Grains, de Tartre vitriolé 2 Dragmes, d'*Arcanum duplicatum* 2 Dragmes aussi, de Nitre antimonial 1 Dragme, de Crystal minéral 1 Dragme & 40 Grains, de Sel admirable de Glauber 1 Dragme & demie, de Sel d'Epsom autant, de Sel de Sedlitz & de Sel de Seignette 1 Dragme, de Tartre soluble 2 Dragmes & demie, de Borax une demi-Dragme, de Sucre de Plomb 40 Grains, de Sucre raffiné 30, de Salmiac purifié 1 Dragme & 20 Grains, de Sel alcali fixe 2 Dragmes, & de Sel volatil de Corne de Cerf 40 Grains, de Gomme Arabique une Dragmé & demie, &c.

Quoique ces expériences, tout comme les précédentes, soient insuffisantes pour nous expliquer l'étroite liaison du sel avec son dissolvant, sans que son volume en augmente; & qu'elles ne puissent pas non plus rendre raison, pourquoi telle espece de Sel s'introduit en plus grande quantité dans l'eau sans en écarter les molecules, que telle autre espece, elles nous menent pourtant à la découverte d'une verité incontestable, savoir, que les plus petites parties constituantes de l'eau sont doüées de pores ou d'interstices, dans lesquels les atomes de Sel se peuvent nicher, sans augmenter leur volume. J'en étois déjà convaincu par l'expérience alléguée dans le Mémoire précédent, où j'ai fait voir qu'on peut chasser quantité d'air élastique de l'eau par la machine pneumatique, sans que son volume ni son poids se trouve diminué. Dailleurs, la porosité des corps est une chose evidente & reconnuë, puisqu'on n'en trouve aucun parfaitement solide dans la nature; l'or même, le plus solide de tous, est convaincu par les plus grands Philosophes modernes, d'avoir autant de pores que de matiere; mais quand on voudroit introduire de la matiere étrangere dans les pores de tout autre corps, on s'apercevroit d'abord que leur volume en augmenteroit, si j'en excepte le vif argent, qui en cela imite cette propriété de l'eau commune, puisque j'ai remarqué que le Mercure engloutit certains corps métalliques sous la forme d'Amalgame sans que sa masse en soit augmentée. Pour rendre raison

de

de ce phénomene, il faut avoir recours, ce me semble, à une considération exacte de la derniere division des molecules qui constituent ces fluides. L'Eau & le Mercure ont ceci de commun, que tous deux sont extrèmement mobiles, & que leurs parties roulent les unes sur les autres, d'abord qu'on donne la moindre pente à la surface où ils reposent. Or tout le monde sçait, que la figure sphèrique des corps est la seule qui favorise un mouvement si rapide; de là on pourroit bien, je crois, inférer, ou décider en quelque maniere, que les derniers élémens de l'eau ne peuvent avoir d'autre figure *que sphèrique* où spheroïde, puisque toute autre résisteroit à cette grande mobilité. Il est vray que les meilleurs Microscopes connus jusqu'icy nous refusent leur secours; ce qui n'est pas étonnant, parce que la transparence de ces dernieres molecules, jointe à leur petitesse inconcevable, ne peuvent pas renvoyer l'objet à nos organes. En attendant, l'analogie de l'eau avec le vif argent paroit soutenir encore cette hypothese; car nous savons par l'expérience, que ce fluïde metallique, divisé presqu'à l'infini par certaines opérations de Chymie montre encore dans cette extrème division des atomes sphèriques, à l'aide d'un bon Microscope. Quelques Physiciens modernes ont fait passer les vapeurs, qui s'elevent d'une eau bouïllante, à travers un rayon de Soleil qui traversoit une chambre obscure, & par le moyen d'une loupe ils les ont trouvées d'une figure ronde, ou sphèrique. J'ai fait la même expérience, & encore avec le vif argent échauffé dans un petit creuset à un tel degré de chaleur, que ce metal fluïde commença à s'echapper en fumée, qui montra dans un rayon de lumiere, par le moyen d'une loupe, le même phénomene.

La sphericité, ou figure globulaire, des particules de l'eau commune, se prouve aussi par le goût. Tout le monde sçait, que l'eau pure est parfaitement insipide: elle n'affecte en aucune maniere les Nerfs de la langue: ce qu'elle feroit sûrement comme tous les autres corps, qui sont composés de parties aiguës, tranchantes ou angulaires.

Mais comme l'eau doit uniquement sa fluïdité aux molecules du feu, comme tout autre corps fusible dans la nature, c'est apparemment par l'action de cette matiere ignée, que les derniers élémens de l'eau s'emoussent, & gagnent par conséquent cette figure ronde, qui les rend propres à glisser si rapidement les uns sur les autres. Posons à cette heure que la matiere du feu, jointe aux petites molecules sphèriques de l'eau, rencontre un sel quelconque qu'on y jette, les interstices, ou les pores de ce sel permettront, selon toute probabilité, une entrée libre aux-dites molecules infiniment petites de l'eau, pour se glisser par toute la masse saline, & pour en écarter les particules, lesquelles étant d'ailleurs d'une foible cohésion, seront tellement desunies, que leur petitesse disparoitra à nos yeux, & qu'elles flotteront également suspenduës dans toute la masse du dissolvant. Au reste je n'ose pas décider ici, si cette pénétration de l'eau dans la masse du sel se fait par la même cause qui dispose l'eau à entrer dans les tuyaux capillaires, ou si cela arrive plutôt par une attraction mutuelle de ce fluïde avec l'eau & le feu, enveloppés dans l'Acide, qui sont les parties essentielles qui composent tous les sels. Cette petite digression a été faite pour prouver seulement la possibilité que les derniers élémens de l'eau, étant sphèriques, ou globulaires, peuvent loger la quantité de Sels ci-dessus déterminée, dans les interstices que l'assemblage de ces corps sphèriques laissent entre eux, sans que leur volume, ou la masse, en grossisse. Il en est comme d'un boisseau, ou d'une caisse remplie entierement de boulets de Canon, où l'on peut faire entrer encore une grande quantité de balles à Mousquet, & celles-cy permettront l'entrée à une quantité considerable de dragée ou de menu plomb, laquelle n'empêchera pas qu'on n'y puisse faire entrer de nouveau une portion extraordinaire de sable, & à la fin une quantité pas moins remarquable d'eau, ou d'autre liquide de la même nature.

Il reste encore un autre phénomene que nous rencontrons dans la dissolution des Sels, qui n'est pas moins curieux que le précédent; c'est

c'eſt qu'on remarque que l'eau étant parfaitement ſaoulée d'une ſorte de Sel, en peut diſſoudre encore une deuxième, ou une troiſième, ſans qu'elle ſoit contrainte d'abandonner quelque portion de la premiere. Il eſt vray, que quelques Auteurs modernes en parlent, comme Mrs. *Muſchembroeck*, l'Abbé *Nolet*, & *Clare*; mais comme ils touchent ſeulement en paſſant ce phénomene extraordinaire, ſans en donner le précis, ma curioſité m'a porté encore à déterminer par des expériences exactes cette combinaiſon amiable, que nous voyons arriver entre pluſieurs ſortes de Sels dans leur diſſolvant commun. Pour ne me point tromper dans ces Eſſais, j'ai pris les précautions néceſſaires; le Thermometre de Mr. *de Réaumur*, qui étoit entre 11 & 12 degrés de chaleur, m'indiquoit la température de l'air; je pris les Sels bien ſecs, bien purifiés & mis en poudre, & l'eau pour les diſſoudre, étoit pure & paſſée par l'alembic: j'en ai déterminé la quantité à huit *Onces* pour chaque eſſai, comme dans les expériences précédentes. Ainſi j'ai remarqué, que cette portion d'eau, après être entierement ſaoulée de 9½ Onces de Vitriol verd, a encore diſſout, de Sel de Sedlitz 1½ Onces, de Salpetre raffiné 2 Dragmes, & de Sucre raffiné 3 Onces. Les Diſſolutions de

9 Onces de Vitriol bleu ont encore diſſout - - 1 Once de Salpetre 3 Dragmes de Sel commun & 1 Once de Sucre

3¾ Onces de Vitriol deſſéché à blancheur - 2¼ Onces de Sel com. & ½ Dragme de Salpetre.

4½ Onces de Vitriol blanc - - 1 Once de Sucre raffiné.

2½ Onces d'Alun. - - - 6 Dragmes de Sel com. & 1 Dragme de Sel d'Epſom.

4 Onces de Salpetre raffiné - - 1 Onces & 5 Dragmes de Sel alc. fix. & ½ Once de Sel commun.

3 Onces, 1 Dragme & 20 Grains de Sel commun. - 3 Dragmes de Salpetre & 5 d'Alcali fixe.

3½ Onces de Sel foſſile. - - ½ Once de Salpetre raffiné.

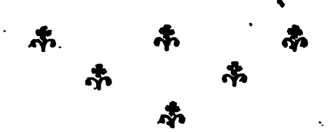
½ Once

½ Once de Creme de Tartre	- ½ Once de Sel de Sedlitz & de Sel alcali.
1½ Once de Tartre vitriolé -	- ½ Once de Sel alcali fixe.
1 Once & 5 Dragmes d'*Arcanum dupl.*	1 Once de Sucre raffiné.
3½ Onces de Nitre antimonial.	- 2½ Dragme de Tartre soluble.
3½ Onces de Sel admirable de Glauber.	- 2 Dragmes de Salpetre & de Sucre.
4 Onces Sel d'Epsom. - -	- 1½ Once de Sucre raffiné.
5½ Onces de Sel de Sedlitz. -	- ½ Once de Sucre & de l'alcali fixe.
4 Onces de Tartre soluble -	- ½ Once de Salpetre raffiné.
2½ Onces de Salmiac - -	- 5 Dragme de Sel fossile.
1½ Once de Sel volat. de Corne de Cerf.	- 1 Once de Salpetre & ½ Once de Sucre.
½ Once & 40 Grains de Borax	- ½ Once de Sel alcali fixe &c.

Pour expliquer ces phénomenes, les Physiciens modernes ont recours aux interstices & aux pores, qu'ils rencontrent aussi bien dans l'eau dissolvante que dans les Sels à dissoudre. Personne ne doute plus de la porosité des corps; le phénomene précédent prouve assez je crois, les interstices qui se trouvent entre les boules sphèriques qui composent les derniers élémens de l'eau. Il est même vraysemblable que ces petites sphères, quelques solides & quelques incompressibles qu'elles puissent être, selon les expériences des Académiciens *del Cimento*, & de Mrs. *Boerhaave* & *Muschembroeck*, peuvent néantmoins avoir des pores; & comme ces petites masses sphèriques de l'eau peuvent être aussi de differente grandeur, les pores, par conséquent, peuvent avoir, pour ainsi dire, un different calibre. Mais comme tout ceci est hors de la portée de mes expériences, je n'ose pas décider, si ces pores sont triangulaires, quarrés, pentagones ou polygones, pour accorder ou pour refuser l'entrée aux molecules différemment figurées que les Sels gagnent, lorsqu'ils sont dissouts dans les plus fines parties qu'on est capable de s'imaginer.

Au

Au reste, ce qu'il y a de plus probable, c'est, que l'eau par sa propriété particuliere, que j'ai prouvée auparavant, ne se glisse pas seulement entre les molecules de sel qui tiennent ensemble, mais par son mouvement intrinséque causé par la matiere du feu, elle les sépare les unes des autres & les partage en atomes invisibles, & aussi menus peut-être que ceux de l'eau même; de sorte qu'ils deviennent propres à enfiler à leur tour les pores de l'eau, & à se distribuër également dans toute sa masse qui les tient suspendus & flottans, par son mouvement intrinséque, malgré leur excès de pesanteur. Mais les pores de l'eau étant probablement differens entre eux, comme je viens de le dire, les molecules de Sel le sont bien aussi: de là vient, que les molecules homogenes d'une espece de Sel, ne peuvent remplir que les pores de l'eau proportionnés à cette espece, pendant que la même eau, en peut recevoir d'autres, dont les figures sont differentes de la premiere. Ceci se prouve encore par les Observations faites avec le Microscope; j'ai eu soin, pour cette recherche, de prendre les dissolutions de toutes sortes de sels bien saoulées; & j'ai pris de chacune autant que je pouvois enlever avec la pointe d'une epingle; après avoir étendu cette petite portion entre les deux plaques transparentes de Talc de Russie d'un bon Microscope, j'ai rencontré, en les regardant, une variété etonnante entre toutes ces especes de Sel par rapport à leur figure, dont j'ajouterois volontiers icy la description entiere, si je n'étois convaincu, que la représentation de toutes ces figures, peut mieux, & tout d'un coup instruire les yeux, qu'une description embarassante les oreilles. J'aurai donc soin, de les faire dessiner & de finir par là ce Mémoire.



ESSAI SUR LA MANIERE DE PRÉPARER DES VAISSEAUX PLUS SOLIDES, QUI PUISSENT SOUTENIR LE FEU LE PLUS VIOLENT, ET QUI SOIENT LES PLUS PROPRES À CONTENIR LES CORPS EN FUSION,

PAR M. POTT.

Traduit de l'Allemand.

Le ſujet que j'entreprens de traitter, n'eſt pas d'une auſſi petite importance qu'on pourroit d'abord ſe le perſuader, en le regardant plutôt comme l'objet du travail d'un Potier, que comme une matiere convenable à ces Mémoires. Ceux qui ſont en état de juger ſainement du véritable prix des choſes, reconnoitront ſans peine l'importance & la difficulté de ces recherches. En effet elles ont non ſeulement une liaiſon étroite avec la Pyrotechnie Phyſique; mais elles ſervent à procurer la connoiſſance de divers Corps, à découvrir leur mixtion intérieure, l'altération d'action que le feu peut leur faire produire, & les rapports qu'ils ont les uns avec les autres; en ſorte qu'on peut regarder ce que je vais dire comme une application particuliere de ma *Lithogeognoſie*, faite aux corps, qui ſervent à la préparation des Vaiſſeaux dont il s'agit dans ce Mémoire. J'y examine ces corps rélativement à cette préparation; mais cet examen ne laiſſe pas de s'etendre plus loin à bien des égards, & de répandre du jour ſur la plupart de leurs propriétés. Dans ma *Lithogeognoſie* j'avois expoſé au feu les pierres, les terres, & leurs mélanges à la maniere ordinaire, dans un vaiſſeau fermé par devant, c'eſt à dire, dans un creuſet à fondre, & j'avois obſervé les phénomenes qui ſe manifeſtoient dans cette opération; mais à préſent j'ai mis une bonne partie de ces mémes

mêmes corps, sans les renfermer auparavant dans un creuset, au milieu même des charbons allumés, & dans le feu le plus violent; & ici il faut prendre en considération les cendres salées, que les charbons rendent en brûlant, & qui se mêlant parmi les matieres qu'on travaille, les disposent à la fluïdité, d'où résulte une action du feu beaucoup plus violente encore. C'est ainsi, par exemple, que dans la *Lithogeognosie* j'avois mêlé ensemble de la terre gypseuse & de l'argille, & les avois exposées à la fusion dans un creuset; au lieu qu'ici, dans le dessein de me servir de la composition même de ces terres pour en faire des creusets, je les expose immédiatement au feu le plus violent, où à la fin elles viennent à s'affaisser, comme je l'expliquerai dans son lieu.

Quoiqu'il en soit, & sans compter l'avantage général d'étendre la connoissance des choses naturelles, le dévelopement de la matiere qui nous occupe ici, a des influences considèrables, & des usages très importans dans la Chymie, & même dans plusieurs autres Professions. Ceux qui travaillent au Verre, à l'Acier, au Leton, à la fonte des Cloches, ou des Pieces d'Artillerie, à l'Orfevrerie, &c. sont suffisamment convaincus de l'importance de ce travail; & il leur arrive bien souvent de faire des pertes sensibles, lorsque leurs creusets ordinaires n'ont pas la force de contenir les matieres, & qu'ils les laissent échaper. Cet inconvenient est encore plus fréquent dans la Chymie de pure curiosité: tous les vaisseaux qu'on y employe pour évaporer, calciner, distiller, sublimer, les Alembics, Retortes, Mouffles, Coupelles, & autres vases semblables, ne rendent de vrais services dans les opérations, qu'à proportion qu'ils sont solides, qu'ils ne se brisent point, qu'ils n'absorbent rien des matieres qu'on y met, en un mot qu'ils sont en état de soutenir le degré de feu qu'on est obligé de leur donner. Mais il n'y a aucune sorte de vaisseaux où ces propriétés soient plus essentiellement requises que dans les creusets à fondre. Nous ne manquons [illegible]s à la verité de bons creusets, qu'on peut employer avec succès à bien des opérations; & qui, lorsqu'on est au fait de la

manie-

maniere de les manier, & qu'on agit avec précaution, sont assez surs; mais il nous reste encore bien des choses auxquelles on ne sçauroit se promettre de travailler avec satisfaction, tant qu'on n'en aura pas de meilleurs. Il y a un nombre assez considérable de matières, qui ne se laissent point gouverner dans tous nos creusets ordinaires, mais qui les détruisent, ou qui passant par tous les pores se répandent dans le feu, surtout lorsqu'il est indispensable de leur en donner un degré violent, & d'une longue durée. Alors on est obligé de reprendre souvent de nouveaux creusets pour continuer l'ouvrage, & d'ecarter pendant ce tems-là le feu; ce qui ne manque pas de causer de la perte; comme quand le Regule d'Antimoine, le Cuivre, le Plomb, & d'autres choses semblables, doivent demeurer longtems dans un flux fort coulant. Les principales difficultés se manifestent surtout, quand il s'agit de travailler avec des chaux de plomb, des verres fusibles de plomb, des sels qu'on veut rendre caustiques, & autres alcalis dont on se propose la plus exacte purification, & dans les mélanges de sels qui sont d'une promte fusion. Toutes ces choses rongent le creuset fort vîte, & se vitrifient avec lui; ou bien elles pénétrent si parfaitement à travers toutes sortes de creusets, qu'il n'y en demeure aucunes traces. Il y a aussi quantité de travaux, dans lesquels on ne parvient à un changement bien remarquable, ou à quelque utilité réelle, qu'après avoir laissé les matieres fort longtems exposées à l'action du feu. Par exemple, plus le verre de plomb peut être tenu longtems à un feu violent, plus il durcit. C'est ce qui fait que jusqu'à présent on a recherché combien de tems un creuset ordinaire pouvoit contenir le verre de plomb; & il est rare que cela aille au delà d'une demi-heure, ou de trois quarts d'heures. Quand ce tems est écoulé, il faut l'en tirer, & le mettre dans un creuset frais; ou bien il faut se faire faire des creusets beaucoup plus épais que les creusets ordinaires, ce que le tems, ou d'autres circonstances ne permettent pas toujours. En un mot il se rencontre de toutes parts des difficultés à cet égard; & ce sont celles dont j'espere de venir à bout par le moyen de mes

Expé-

Expériences & de mes Recherches. Quand même je n'aurois pas épuisé ici tout ce qui se peut dire là dessus, j'aurai du moins frayé la route, dans laquelle d'autres pourront aller plus loin, & s'epargner beaucoup de peine & de travail dont je les aurai déchargé.

Avant que d'entamer la matiere des compositions mêmes, je crois qu'il est à propos de faire quelques remarques préliminaires sur les opérations générales, auxquelles il faut être attentif dans la préparation des creusets, afin de n'être pas obligé de les rapporter & de les répeter à chaque composition particuliere. D'abord donc les *Masses* en général ne doivent être ni trop séches, ni trop humides, parce qu'autrement il ne se forme pas entr'elles une liaison assez étroite; de là vient que les creusets faits sur la roüe de potier sont rarement bons, parce qu'on est obligé d'y employer des masses trop humides, d'où se forme un tissu trop lâche. Il vaut beaucoup mieux les battre dans des formes de bois, ou de leton, specialement dans de grands creusets, ou même les soumettre à une forte presse, dont on réïtere l'action de tems en tems; ou aussi les couper avec des coûteaux recourbés, afin que tout ce qui avoit été auparavant humecté, puisse être bien travaillé & pétri à fonds. Ensuite il faut rebattre la *Patrone* avec des marteaux de bois, & cela toujours en diminuant de force, en enfonçant moins à chaque coup, & en retirant souvent; après quoi on desséche la matiere, & on la bat encore un peu, afin de l'empêcher de s'attacher en cuisant, surtout quand la plus grande partie est d'argille. Pour prévenir aussi qu'elle ne tienne pas à l'intérieur de la forme, on peut le frotter avec de l'huile, ou du lard, ou du sable fin, ou de l'argille déliée & seche, melée avec de la chaux, qu'on répand dessus en poids égal, ou même un peu supérieur à la quantité d'argille. Quand on a retiré le creuset, ce qu'il faut faire avec circonspection, on doit commencer par le laisser secher suffisamment à l'air, parce qu'autrement il se fait aisément des fentes, surtout à ceux où il entre beaucoup d'argille, lorsqu'ils ont été sechés trop précipitamment. Plus l'argille est grasse, plus les vaisseaux dans la

préparation desquels elle entre, doivent être fechés lentement: mais fi elle eft maigre, ou qu'il y ait une addition confidèrable d'autres matieres, les vaiffeaux peuvent être féchés beaucoup plus vite & plus fûrement, même en les expofant à la chaleur. Il y en a auffi quelques uns, où il eft néceffaire, parce qu'ils font encore raboteux & humides, de les regarnir, ou *armer* encore une fois, particulièrement en dehors, & de les laiffer de nouveau fecher fuffifamment. Les creufets pour les métaux qui ont un flux ferré, ou pour les cementations feches & les calcinations, les Mouffles, les Coupelles, &c. peuvent quelquefois être mis fur le champ au feu avec leurs matieres, fans qu'on ait befoin de les brûler feparément, & en prenant feulement garde que le feu par en-haut foit très doux, & que l'air ne tire point d'une façon fenfible, mais que le creufet brûle par embas. On ne doit pourtant y mettre aucuns fels ou métaux qui entrent vitement en flux, ni aucuns femblables verres. Quoique les creufets puiffent être employés de la forte, l'ordinaire eft néanmoins eft de les brûler à part dans un four à pots ou à briques, & cela en leur donnant d'abord un feu très doux, & en le continuant ainfi pendant affez longtems, jusqu'à ce qu'à la fin on augmente de plus en plus fa force. Plus l'argille eft graffe, plus il convient de gouverner le feu lentement; & au contraire plus elle eft maigre, plus le feu peut être promtement augmenté. Dans certaines compofitions il eft requis de mettre premierement les vaiffeaux fous un autre pot, ou de pofer deffus un autre creufet, pour les mettre brûler, afin qu'ils ne foient pas immédiatement expofés à l'action du feu. Dans quelques opérations de fufion, le feu qu'on employe pour brûler les creufets au fourneau de potier, & à d'autres femblables, eft trop foible, & il faut un degré de chaleur plus confidèrable; & c'eft à caufe de cela qu'il faut pouffer le feu à un degré beaucoup plus fort, parce qu'il arrive que les vaiffeaux qu'on brule, acquierent d'autant plus de folidité que le feu a de force. En particulier il eft néceffaire, quand on fe fert de fort grands creufets, de donner toujours un feu fort doux au commen-

mencement, au moins pendant une heure, & quelquefois davantage; sans quoi un feu vif les brise souvent, & plus aisément encore, quand ils sont mêlés d'une poussiere fine & forte. Les petits creusets & autres vaisseaux soutiennent toujours mieux l'action d'un feu vehément, que les grands: & on travaille avec plus de sureté dans les petites retortes & cruches que dans les grandes. Quand on travaille des sels ou des verres de plomb, il faut que les creusets soient si solidement brulés, qu'ils puissent étinceler en les frappant, si l'on veut qu'ils résistent au feu; & qu'on soit attentif à ce qu'ils n'éclatent pas. Aussi quelques unes des compositions que j'indiquerai dans la suite de ce Mémoire peuvent être renduës si compactes en les brûlant à un feu violent, qu'etant frappées contre l'acier, elles rendent des étincelles en abondance, comme les meilleures pierres à feu; on auroit aussi une extrème peine à les briser; mais dans la fusion les fentes s'y font assez aisément, si l'on n'a pas commencé par les tenir pendant longtems à un feu fort doux. Plusieurs compositions même, qui durent longtems & rendent de très bons usages, tant qu'on ne les expose qu'à un feu doux & moderé, éclatent d'abord à un feu violent, parce que l'air tirant avec trop de force ébranle la partie extérieure du creuset; elles résistent au verre de plomb, & aux sels en flux, mais l'action immédiate d'un air tirant leur est très dommageable, & il n'y a rien de mieux à faire que de les pourvoir d'une armure extérieure, qui détourne ce trait immédiat d'air de l'intérieur du creuset. Quelques compositions réüssissent bien en petit, mais non en grand; parce que la violence du feu, la subtilité des matieres en flux, ou la pesanteur des corps qui coulent, aussi bien que les cendres subtiles qui s'attachent, conspirent en quelque sorte à détruire & étendre les creusets, & y réüssissent à la fin, quand l'action extérieure & intérieure du feu les a attendris. Les Compositions qui dans la fusion deviennent poreuses, & s'imbibent des métaux, peuvent être améliorées, si l'on en frotte le fonds par dedans & par dehors avec de l'Huile de Tartre par défaillance, & qu'on les mette à

bruler,

bruler; car il ſe forme à la ſurface un vernis, qui rapprochant les pores empêche que les matieres ne puiſſent s'y inſinuer, & les faire fendre. On parvient au même but, mais il en coûte davantage, en les revêtant de verre de borax, que l'on employe volontiers, quand il s'agit de fondre de l'or; mais ni l'une ni l'autre de ces choſes n'eſt bonne pour la fuſion du verre de plomb; car j'ai éprouvé qu'à la fin il rongeoit une fente dans le creuſet, & qu'il s'elevoit intérieurement & extérieurement en forme d'écume. Pluſieurs creuſets, quand ils ſont trop poreux, ſe raccommodent en y verſant intérieurement une couche de fine argile liquide; mais il faut que cela ſe faſſe lorsqu'ils ſont encore un peu humides, car quand ils ſont tout à fait deſſéchés, ou même déjà brulés, cette couche ne prend plus, mais tout ſe détache enſuite d'après la ſurface. On réüſſit à l'egard de quelques uns, lorsqu'au plus fort de l'action du feu qui les brûle, on jette dans le feu une bonne quantité de ſel commun, qui produit une vapeur ou fumée épaiſſe, laquelle en s'elevant revêt les vaiſſeaux embraſés, & s'y attache. Par ce moyen ils ſe brulent d'une façon plus ſerrée, & cela leur donne extérieurement une apparence polie, qui tient du vernis. C'eſt de cette maniere qu'on fait uſage du ſel en brulant ces vaiſſeaux polis, qui nous viennent de *Waldembourg*, & d'autres ſemblables. Mais il n'en eſt pas de même, quand on méle du ſel commun parmi la maſſe toute cruë du creuſet; car alors les creuſets préparés ainſi éclatent aiſément dès qu'on les expoſé à un feu qui les embraſe. Si l'on a deſſein de conſerver les creuſets dont on s'eſt ſervi pour les employer à d'autres ouvrages, il faut après les avoir vuidé les mettre dans un four ardent, ou bien les retourner, les couvrir d'un autre vaiſſeau, & les laiſſer réfroidir lentement & ſucceſſivement afin d'empêcher que l'air libre ne les réfroidiſſe trop vîte, & qu'ils n'en éclatent. Les creuſets, dans lesquels on ſe propoſe de tenir du verre de plomb, du verre d'Antimoine, ou même quelque verre commun, longtems expoſés à un feu violent, doivent être faits avec un plus grand & ample fonds, afin qu'ils puiſſent embraſſer une plus grande

grande surface, qu'elle puisse se consumer avec une extrème lenteur, & que la pesanteur ne repose pas toute entiere sur un point. Au contraire ceux qui doivent servir à produire les régules des métaux & des demi-métaux, & qui n'ont pas besoin de demeurer si longtems au feu, valent mieux avec un fonds pointu, où la matiere se rassemble plus exactement; comme le voit dans les creusets d'épreuve (*Probier-Tuten*) à l'egard des vaisseaux épais, & qui au commencement éclatent avec facilité, il est souvent à propos de les brûler deux fois, & cela la premiere fois plus doucement, ou même en les couvrant avec un pot un peu plus poreux, afin que le feu ne les affecte pas immédiatement; & la seconde fois d'une maniere immédiate & avec un feu très-fort. Quand le mélange est fait, & humecté avec une quantité suffisante d'eau, il convient tout à fait de mettre ce mélange humecté un certain tems, le plus long est le mieux, dans une cave humide, ou si la portion est petite, les couvrir de vases de verre, afin que l'air libre ne puisse pas les dessécher; & outre cela bien travailler ces matieres tous les jours une ou deux fois, afin que l'argille puisse se résoudre dans ses plus petites parties, & se distribuer d'une maniere bien égale dans tout le mélange; c'est ce qu'on appelle abusivement le faire *pourrir*.

Il est assez connu que la matiere ordinaire de presque tous les creusets n'est autre chose que de l'argille, ou quelquefois une pierre argilleuse. Cependant toute sorte d'argille n'y convient pas, si l'on veut avoir des creusets bien solides, & qui soient propres à soutenir un feu long & violent. A' la vérité pour des travaux superficiels on se tire d'affaire en prenant une simple argille de brique qu'on fait pourrir avec du fumier de cheval; & les creusets qu'on en fait peuvent bien demeurer pendant quelques heures avec quelques métaux non précieux à un feu de fusion doux, pourvû seulement que ces metaux ne passent pas le poids d'une à deux livres; alors les creusets qu'on employe n'ont pas seulement besoin d'être brulés. Mais dès qu'il s'agit de travaux précieux, & qu'il faut donner un feu violent, on

 auroit

auroit grand tort de s'en ſervir. En effet la terre argilleuſe de brique contient des ingrédiens qui ne ſont point du tout propres à cet uſage, quoique leur proportion diffère conſidèrablement, comme le ſable, la marne, les parties ferrugineuſes, &c. C'eſt pour cela que les argilles communes de potier, qui ſont colorées, ne valent rien du tout; car quand elles entrent en efferveſcence avec l'eau forte, c'eſt un ſigne de la terre de marne, ou de chaux, qui s'y trouvent mêlées; & lorsqu'elles deviennent jaunes ou rouges au feu en brulant, c'eſt un indice de l'exiſtence de la matiere ferrugineuſe. La marne eſt de ces diverſes choſes la plus nuiſible, au lieu qu'il n'en eſt pas de même du ſable, ou de la matiere ferrugineuſe, dans une certaine proportion. Communément on doit donc prendre une argille blanche; & elle eſt d'autant meilleure qu'elle eſt plus blanche & plus pure. *Glauber* a déjà avancé que le moyen de reconnoitre la meilleure ſorte de cette terre, c'étoit d'en prendre un morceau de la groſſeur d'un oeuf, de la mettre à un feu véhément, & de remarquer s'il n'en éclatoit aucune partie conſidèrable, & ſurtout s'il n'en tomboit rien en pouſſiere; de ſorte que ſi cette maſſe demeuroit bien égale, & entiere, & ſans aucune fente, dans un feu mediocre, on pouvoit en inferer qu'elle ne contenoit point de marne. Cette preuve ne ſuffit pourtant pas, mais il ne faut en chercher d'autre que la non-efferveſcence de l'argille blanche avec l'eau forte, ce qui peut auſſi convenir à l'argille griſe ou bleüe, qui blanchit quand on la brûle. Ainſi les eſpeces d'argille les plus convenables à notre but, ſont celles qu'employent les faiſeurs de pipes, & quelques autres terres des foulons, parmi leſquelles celle de Zittau eſt renommée, qui n'éclatent point au feu. Ces terres pour la plûpart doivent être premierement ſéchées, enſuite battuës avec un maillet, afin que les plus groſſes pierres ſe ſéparent de la maſſe, & ne ſoyent pas réduites en pouſſiere, puis paſſées par un crible, & délayées dans l'eau, afin que le ſable s'en détache, & comme plus peſant, demeure au fonds; car le ſable en général ne vaut rien pour toutes les opérations, où il s'agit de

de vitrifier longtems. Et si l'argille contenoit beaucoup de ce sable délié, il seroit bon de répeter le délayement ; après quoi on la sèche, pour en pouvoir déterminer avec certitude le poids. On rencontre quelquefois des couches d'argille qui sont passablement nettes, ou dans lesquelles la proportion de sable n'a rien de nuisible ; les Potiers ont coutume de ne les pas délayer ; mais dès qu'ils en ont séparé les plus grosses pierres, ils en font des retortes, des cruches, & quantité d'autres vases semblables ; parce que tous les vases qui sont faits d'une argille grasse, à laquelle on n'a ajouté que peu ou point d'autres matieres, contiennent mieux les matieres fluïdes, que ceux d'une terre plus maigre ; & quand on les a rougis en brulant, ils résistent assez bien au feu, & peuvent même servir à la fusion ; pourvu néanmoins qu'on n'augmente pas la force du feu avec trop de rapidité, car autrement ils se courbent, ou s'affaissent aisément : & même ils doivent être pour la plûpart garnis. Cela ne convient d'ailleurs qu'à de petites pieces, & ne réüssit point dans les grandes, qui ont trop de facilité à se fendre, soit parce qu'elles sont minces, soit surtout à cause qu'elles sont exposées à l'action de l'air qui tire, & qu'elles n'eprouvent pas également dans toute leur étenduë celle du feu : ce qui est surtout dangereux pour les vases épais, qui d'ailleurs résisteroient bien à la pesanteur des corps liquides. J'ai mis souvent de ces petites cruches dans un pot bien fort, ou, ce qui vaut encore mieux, dans un autre creuset ordinaire avec du sable, ou bien je les ai garni avec un bon mélange argilleux, & les ai ensuite exposés à un feu violent avec du verre de plomb ; ce que ces vaisseaux ont soutenu sans peine une douzaine d'heures, pourvû que dans les commencemens le feu ait été donné avec beaucoup de lenteur. Avec les mêmes précautions, on peut employer les bouteilles blanches d'eaux minérales, ou les pots à beure d'Angleterre, pour y mettre avec succés du verre de plomb, ou pour les fusions les plus violentes des compositions qui approchent le plus en dureté & en éclat des pierres précieuses naturelles. Il ne s'agit que d'employer d'abord de petits charbons, ou de

la pouſſiere de charbon, pour entretenir un feu doux pendant pluſieurs heures. Il n'y a que cet inconvenient, c'eſt que les maſſes en fondant s'attachent ſi fortement au vaiſſeau, qu'on ne ſçauroit les en détacher à coups de marteau, comme des autres creuſets, ſans briſer la maſſe, de ſorte que ſi on veut la conſerver entiere, il faut les ſéparer en émoulant, ce qui coute de la peine & des fraix, quand on veut avoir de groſſes pieces. Il eſt auſſi difficile d'en tirer quelque choſe en verſant, parce qu'ils éclatent d'abord qu'ils viennent à l'air.

Comme les creuſets de pure argille demandent des précautions trop pénibles dans leur uſage, & que quand ils ſont embraſés, ils ne ſe laiſſent pas tirer du feu, pour verſer leur contenu, ſans recevoir des fentes, mais qu'il faut les laiſſer réfroidir lentement dans les fourneaux, de ſorte qu'ils ne peuvent être employés qu'une ſeule fois; la matiere qu'on a coutume d'ajouter le plus communément à l'argille, c'eſt un ſable blanc, ou du moins très peu coloré, ou de petits cailloux des champs, pierres à feu qu'on briſe, du *Quartz*, &c. Toutes ces matières doivent avoir fort peu de couleur, parce que dans bien des opérations la trop grande quantité de matiere martiale peut cauſer du préjudice. Mais cela fait une difference conſidérable, d'employer du ſable fin, ou du ſable à gros grains, comme celui des rivieres. Car quant au ſable fin, quand on n'en met que peu dans l'argille, la maſſe qui en réſulte, ſe fend aiſément au feu; ſi l'on en met davantage, elle devient tout à fait caſſante. Ainſi un ſable plus groſſier eſt celui qui convient le mieux. Les creuſets de Heſſe ſi renommés dans toute l'Europe en fourniſſent la preuve. Les Ouvriers qui les font, bien loin d'y mettre du ſable fin, commencent par le ſéparer exactement à l'aide d'un crible, & ne conſervent que le ſable d'une moyenne groſſiereté. De cette maniere ils peuvent mêler beaucoup de ſable parmi leur argille; & l'argille, dont le tiſſu n'eſt point interrompu par un ſable trop fin, ſe brûle d'autant mieux & plus ferme. Car ſi, à la place du ſable groſſier, on prenoit un poids égal de ſable fin, le creuſet ſeroit tout à fait

fragi-

fragile, & ne foutiendroit point le feu fans fentes, mais deviendroit plus fragile. J'ai remarqué dans mes effais les phenomenes fuivans, qui arrivent en fe fervant de fable fin avec l'argille blanche. J'ai fait des creufets d'une partie d'argille & de trois parties de fable fin des carrieres, mais ces creufets font fort fragiles; (j'entens toujours l'argille blanche délayée.) D'autres d'une partie d'argille & de deux parties de fable fin de Freyenwald, étoient encore affez fragiles, & fe fendoient auffi au feu. L'argille avec un poids égal de fable fin fe fend de méme, quoiqu'un peu moins. Au contraire deux parties d'argille avec une partie de fable forment la meilleure compofition; car quatre parties d'argille avec une partie de fable devenoient à la verité fort folides en les brûlant, mais on y appercevoit des des fentes confidérables; & huit parties d'argille avec une partie de fable fe fendoient encore plus à un feu vif. Quand on traitte les vaiffeaux faits fuivant ces dernieres proportions avec les mémes précautions que ceux qui font de pure argille, ils rendent à peu près les mémes ufages, pourvû qu'ils foient bien armés, & que le feu foit donné dans les commencemens avec une extrème lenteur; car ils font brulés d'une maniere qui les rend affez compactes, pour réfifter fuffifamment à l'action rongeante du verre de plomb. Seulement il faut que l'armure foit toute fraiche, & qu'on l'y ait mife, lorsque le vafe étoit encore *humide*; fans quoi elle ne prend pas bien, & s'écaille abondamment en brulant. On pourroit pourtant perfectionner un peu ce mélange; mais avec tout cela il ne devient pas fuffifant pour foutenir un feu violent & de longe durée. Par exemple, quatre parties d'argille & quatre parties de fable, avec une partie de craye, font une compofition affez folide à un feu modéré; de même quatre parties d'argille, quatre parties de fable, & une partie de Spath fufible, fe lient d'une maniere affez étroite. Au contraire fix parties d'argille, & dix-huit parties de fable, avec une partie de litarge, donnent un compofé encore fragile & caffant; & même quatre parties d'argille, & huit parties de fable, avec une partie de litarge, font encore

un peu fragiles. Cependant ces ſortes de mélanges ſont utiles pour faire des vaiſſeaux, qui ont un feu violent à ſoutenir, pourvu que les matieres qu'ils contiennent ne doivent pas entrer en flux. Au contraire douze parties d'argille, trois parties de ſable, & trois parties de verre pilé, peuvent devenir aſſez ſolides en les brulant; mais à un feu violent elles ſe gonflent comme de l'écume; quatre parties d'argille avec neuf parties de ſable, & une partie de craye, auſſi bien que quatre parties d'argille, douze parties de ſable, & une partie de craye, donnent à un feu modéré un mélange agréable & utile. Mais un ſable groſſier, des rivieres ou de la mer, d'une eſpece moyenne, dont on a ſéparé par un crible les parties les plus ſubtiles & les plus groſſieres, ſe ſoutient conſidérablement mieux que le ſable fin à un feu paſſablement fort & durable, parce que l'argille qu'on y méle, n'eſt pas auſſi interrompuë, pourvu qu'en commençant à brûler les vaiſſeaux qui en ſont faits, on ait ſoin de donner un feu aſſez fort. J'ai mélé de l'argille blanche avec un poids égal de pareil ſable groſſier, ou même avec deux, & jusqu'à trois parties de ce ſable, & j'en ai fait des creuſets. Ceux qui étoient du mélange avec deux parties, reſſembloient le plus par leur conſiſtance aux creuſets de Heſſe, & en cas de néceſſité, on pourroit les employer aux mémes uſages. Autrement on peut rendre les creuſets même de Heſſe propres à ſoutenir une plus longue fuſion, quand on en met deux l'un dans l'autre, & qu'on remplit l'intervalle qui les ſépare avec du verre pilé ou du ſable; ou bien en mettant le creuſet de Heſſe dans un creuſet d'Ypſe. En général les creuſets de Heſſe ſont plus propres que ceux d'Ypſe pour la fuſion des ſels, quand elle ne doit pas durer longtems; au lieu que ceux-ci ſont réciproquement plus propres pour la fuſion des métaux; car les grands creuſets de Heſſe ne ſauroient ſoutenir longtems les métaux en flux, & ſe fendent bientôt.

Mais comme les verres en particulier, tant le verre commun que celui de cryſtal, & encore plus vîte le verre de plomb, ou la chaux de plomb, auſſi bien que tous les mélanges de Spath fuſible

avec

avec des terres alcalines, s'attaquent au sable, tant fin que grossier, qui se trouve dans les creusets des especes précedentes, le résolvent, le vitrifient, & par ce moyen s'insinuënt & percent de plus en plus dans ces creusets, jusqu'à ce qu'ils ayent rongé une ouverture par laquelle ils s'échapent; au lieu que l'argille est beaucoup plus difficile à endommager, & résiste plus longtems aux attaques du verre. On trouve déjà dans les Ouvrages assez anciens de gens qui ont travaillé en Chymie, ou sur les Métaux, qu'ils déconseillent de rejetter du sable dans la composition des creusets, & qu'ils recommandent à sa place de l'argille brûlée, & ensuite pulvérisée, comme on le voit dans *Ercker*, *Cardilucius*, *Glauber*, &c. Par exemple, ce dernier, dans l'Ouvrage qu'il a intitulé *Fourneau Philosophique*, dit; " qu'avec " une partie d'argille blanche fraîche, il faut bien méler 2. 3. ou 4. " parties d'argille brûlée & pulvérisée, & battre de cette masse " des creusets en *patrones*; parce qu'une terre qu'on veut rendre pro- " pre à bien soutenir le feu, doit être préparée fort maigre." Une semblable terre ne se laisse plus travailler sur la rouë de Potier, mais il faut la battre dans des formes, ou bien on peut la découper intérieurement avec un couteau recourbé. A la place de l'argille brûlée, on prend aussi des pipes à tabac brisées, des cruches, ou boëtes à conserve, des retortes de pierre bien nettes, des Vases de *Waldemburg*, des bouteilles blanches d'eau minérale, & même de vieux creusets de Hesse nets & pilés. Cependant il y a dans ces derniers deux parties de sable contre une d'argille; ce qui à la vérité ne préjudicie en rien à plusieurs opérations, mais ne convient pas à toutes, parce qu'on trouve des compositions, pour lesquelles à l'argille brûlée on joint encore expressément une mediocre partie de sable. Aujourdhui les creusets qu'on employe pour l'ordinaire à la fusion du verre, à faire le léton, & à d'autres usages semblables, sont faits d'argille fraîche, & d'argille brûlée; & ils rendent en effet aussi de très bons services dans ces sortes de travaux, tant que les matieres n'entrent pas en flux; ou si elles y entrent, tant qu'il n'est pas trop délié & subtil, mais qu'il coule un

peu

peu en bouillie ; car tout ce qui coule avec trop de fluïdité, furtout quand il arrive que l'air tire avec force, ne manque guères de brifer & de fe faire paffage. Par exemple, dans les creufets ordinaires à verre, on peut tenir 24. heures, & plus longtems le plomb en flux, & dans un état de coction, mais non dans le fourneau à vent. Il n'eft pas non plus indifférent, dans quelle proportion on mêle l'argille brûlée. Moins on en joint à l'argille fraîche, & plus les vaiffeaux fe laiffent brûler d'une maniere folide & compacte; mais auffi d'autant plus facilement éclatent-ils, quand l'air tire d'une maniere inégale. C'eft pour cela que les Récipiens, comme ne devant point être immédiatement expofés aufeu, fe font du mèlange d'une partie d'argille avec $\frac{1}{4}$ feulement, ou $\frac{1}{3}$ d'argille brûlée ; ce qui ne vaudroit rien du tout pour les creufets ; & plus on employe d'argille brûlée, plus les vaiffeaux réfiftent longtems à un feu violent, mais en revanche ils font plus fragiles après avoir été brulés, & fe brifent plus aifément : l'air tirant leur eft moins nuifible ; mais comme ils font plus poreux, les métaux faciles en flux, & furtout les verres bien fufibles, les pénétrent bien plus vîte ; & à caufe qu'en brûlant ils ne font pas devenus affez compactes, mais qu'ils font demeurés fragiles, n'ont pas une liaifon de parties affez folides, & s'etendent inégalement, cela fait que la pefanteur des métaux en flux, ou des verres, les déjoint & y produit des fentes. On rencontre ici, comme à l'egard du fable, une difference fenfible, lorsqu'on met en oeuvre de l'argille brûlée qui eft en général pilée en fine pouffiere, ou lorsque féparant tout à fait ce qu'il y a de plus fin, on ne prend que le groffier, ou lorsqu'on laiffe le fin & le groffier pêle-mêle enfemble, ou enfin lorsqu'on les mêle enfemble en certaines proportions de poids. Car les creufets faits d'argille brulée, qu'on n'a que groffièrement pilé, font ceux qui réfiftent le mieux à la violence du feu & à l'air tirant, fans recevoir de fentes ; & c'eft ce qui rend la même compofition bonne pour des couvertes de creufet, des Piédeftaux, des Mouffles, Plates &c. Au contraire les creufets, pour lesquels on a pris de l'argille brûlée réduite

duite en pouſſiere fine, prennent beaucoup plus aiſément des fentes; de ſorte qu'en ſuivant ce principe on peut aiſément juger des Compoſitions ſuivantes. J'ai fait des creuſets avec de l'argille brûlée, paſſée par un crible fin ; une partie de cette argille avec deux d'argille fraiche, deviennent ſolides en brûlant, mais ſont faciles à éclater. Le produit de deux parties égales acquiert auſſi une ſolidité conſidèrable en brulant, & la ſurface prend même un poli de vernis : deux parties d'argille fraîche avec trois d'argille brûlée, valent encore mieux, & ſe brûlent bien : une partie d'argille fraiche, avec deux ou deux & *demie* d'argille brûlée, donnent encore une compoſition aſſez bonne, pourvu que le feu qu'on donne en les brûlant ait aſſez de force ; car, quand cela n'eſt pas, elle a plus de diſpoſition à éclater. J'ai auſſi eſſayé un creuſet fait d'une partie d'argille fraîche, & de deux parties de pipes à tabac pilées en y mettant du flux de craye & du *Spath* fuſible ; mais à la fin les matieres l'ont briſé. Avec trois parties d'argille brûlée il tient à la vérité mieux le feu, mais comme il eſt pourtant plus tendre, les parties s'en ſéparent plus aiſément par l'effet de quelque preſſion. D'ailleurs ces ſortes de vaiſſeaux, qui doivent paſſer ſouvent & rapidement de la chaleur au froid, pour verſer ce qu'ils contiennent, comme les teſts, creuſets, &c. doivent être faits d'une matiere maigre, ou bien il faut faire une addition conſidèrable d'autres matieres à l'argille ; car dès que la maſſe ne s'attache pas aux doits, il eſt fort difficile de la travailler ſur la rouë, & l'on eſt obligé de la battre dans des formes. Comme il y a auſſi pluſieurs vaiſſeaux qui, lorſqu'on les brûle, reçoivent le vernis de leur ſurface par le ſel qu'on répand vers la fin dans le feu, quelques perſonnes recommendent au lieu de ce ſel d'en mêler dans la compoſition. Pour juger du prix de cet avis, j'ai employé douze lots d'argille fraiche avec ſix lots d'argille brûlée, j'y ai mêlé un lot de ſel, & de cette compoſition j'ai fait un vaiſſeau : mais il écumoit fort en le brûlant, & par conſéquent ne pouvoit rendre aucun bon uſage. Ce qui vaut un peu mieux, c'eſt de tremper le vaiſſeau à demi-brulé

dans

dans une solution de sel, & de le remettre à brûler; cela fait quelque bien à la surface ; mais ce moyen n'est point suffisant, & le vaisseau n'en a pas moins éclaté dans la fusion. J'ai aussi renversé la proportion, en prenant une partie d'argille fraiche avec deux parties d'argille brûlée, pour faire un creuset ; mais il s'est pourtant un peu fendu, quoiqu'il ne se contraint pas comme les compositions précédentes. Cependant de l'argille fraîche avec poids égal d'argille brûlée & réduite en fine poussiere, quand on les réduit en pâte avec un blanc d'oeuf, & qu'on en recouvre intérieurement à diverses remises un creuset de Hesse, qu'on fait auparavant bien chauffer, en frottant surtout plusieurs fois les fentes qui sont sous la partie séche, donnent une armure très convenable pour divers travaux ; mais deux parties d'argille fraiche, avec une partie d'argille fine brûlée, ne se laissent pas bien sècher sans recevoir des fentes, quand même on appelleroit au secours le blanc d'oeuf. Au contraire en prenant à la place de l'argille brûlée réduite en fine poussiere d'autre qui soit pulvérisée plus grossièrement, & dont tout ce qu'il y avoit de fin ait été séparé, il en résulte les phénomenes suivans. Trois parties d'argille avec deux parties de cruches grossierement pilées font une composition de bon usage ; de même que neuf parties d'argille mêlées avec trois parties de creusets pilés ; l'argille fraîche avec poids égal d'argille brûlée grossiere a pourtant reçu quelques fentes avec le verre de plomb en flux : au contraire une partie d'argille fraîche avec deux parties d'argille brûlée grossiere résistent au verre de plomb sans se fendre, mais le verre de plomb passe au travers, parce que la matiere est trop poreuse ; une partie d'argille avec trois parties d'argille brûlée grossiere résiste encore mieux au feu, mais cette composition est encore plus poreuse, & le verre de plomb la traverse même plus vite. On voit donc que ces deux dernières compositions peuvent être employées fort utilement, pour en revêtir d'autres masses compactes, afin d'empêcher que l'air tirant ne les brise. Que si on vouloit s'en servir par elles-mêmes, il faudroit que ce fut pour des vaisseaux, où l'on mettroit des matières

qui

qui n'entrent pas en flux, comme pour *Koockers*, pour la cementation; ou bien si l'on se propose d'y mettre des matieres qui prennent flux, il suffit de les revêtir auparavant, & lorsqu'ils sont encore à moitié humides, eu y versant intérieurement de l'argille bien nette délayée.

Les Experiences qui viennent d'etre rapportées, font voir, qu'il s'agit principalement de chercher les moyens d'obvier à la porosité de tels creusets, qui d'ailleurs sont propres à soutenir l'action du feu; afin de les rendre plus compactes, & d'en resserrer les pores; d'ou il résulte par une conséquence naturelle, que pour arriver à ce but, il faut y ajouter une matiere renduë fluïde, qui en fonde ensemble les pores, en observant seulement de le faire dans un degré, qui ne rende pas la masse entiere trop fluïde. Or il se trouve diverses matieres de cette sorte, & je vais passer les principales en revuë. La premiere est le verre commun. Quand on en mêle pilé dans les compositions des creusets, j'y ai observé les propriétés suivantes: Douze parties d'argille fraîche, trois parties d'argille brûlée, & trois parties de verre, deviennent passablement solides; mais à la fin la masse vient à écumer, & ainsi cette proportion de verre est trop forte. Deux livres d'argille fraîche, une demi-livre d'argille brûlée, & un quart de livre de verre, se fendent encore: deux livres d'argille, une demi-livre de sable, & un quart de livre de verre ont le même défaut; au contraire cinq lots d'argille fraîche, cinq lots d'argille brulée, & un lot de verre prennent une consistance passable, & donnent une composition médiocrement utile. *Cardilucius*, dans ses Remarques sur *Ercker*, indique la proportion de huit parties d'argille fraîche avec quatre parties d'argille brûlée, deux de cailloux pilés, & une de verre; mélange que *Leutmann* a recommendé pour en faire des Moufflea, des Tests, & des Creusets. En effet cette composition devient passablement fermé; mais elle ne soutient pas les plus fortes épreuves, non plus que celle que *Schlüter* recommande, de douze parties d'argille, deux parties de sable, & deux de verre pilé. Car

il paroit en général que la mátiere glutineuse que le verre rend, n'est pas ce qu'il y a de plus ferme; elle n'est pas assez gluante. Le sel alcali peut bien produire une vitrification superficielle dans les creusets entierement brûlés, quand on en imbibe leur surface, & qu'on les brûle de nouveau; & cela les rend un peu plus propres à contenir les métaux, & à leur refuser passage: mais il n'y a aucun parti à en tirer pour les travaux de durée. Ce même sel, immédiatement mêlé dans les compositions des creusets, vaut encore moins. Le Borax calciné ne feroit pas à rejetter, mais il est trop cher pour l'employer à de grands vaisseaux. Autrement on peut bien fondre des choses qui ne prennent qu'un flux médiocre dans de pures retortes de verre, ou dans des alembics, quand la masse n'est pas trop considérable, ni le feu trop violent, ou trop long; en particulier si on met ces vases dans un creuset dans de la chaux. La Porcelaine de verre de M. *de Réaumur*, qui se fait de craye & de gypse, vaut encore mieux, & c'est ce qu'il y a de meilleur pour les matieres précieuses; à quoi la Porcelaine fine peut aussi être employée de la même maniere, & avec un meilleur succés.

Au contraire la chaux de plomb & le verre de plomb paroissent surpasser considèrablement en ceci le verre commun, & fournir une colle qui s'affermit beaucoup plus au feu. On peut prendre pour cet effet de la litarge, du vermillon, de la ceruse, ou d'autres cendres de plomb, & chaux de plomb, ou même du verre fusible de plomb, suivant que l'on rencontrera ces matieres sous sa main; seulement il faut en chercher l'exacte proportion; car il ne peut y en entrer beaucoup, sans que la masse s'affaisse & renverse. Par exemple, quatre parties d'argille fraîche & huit parties d'argille brûlée, avec une partie de litarge, ont déjà produit une composition qui s'est affaissée au feu, en y mettant à fondre des matieres qui entrent facilement en flux. Ainsi on ne doit y mêler qu'une 16e, 20e, ou même 24e partie, & même encore moins de cette matiere. Hors de là néanmoins, quand on se propose de ne les employer que pour des matieres qui n'entrent pas dans un grand flux, quatre

quatre parties d'argille fraîche & cinq parties d'argille brûlée, avec une partie de litarge, donnent un produit si solide, qu'il fait feu contre l'acier, comme une pierre à fusil. Il en est de même de six parties d'argille fraiche, avec douze d'argille brûlée, & deux de vermillon. Mais pour des vaisseaux à fondre, il vaut mieux prendre six parties d'argille fraîche, & douze parties d'argille brûlée, avec une partie de vermillon, & même encore moins du dernier; par exemple six lots d'argille fraîche, douze lots d'argille brûlée grossiere, & deux dragmes de vermillon, ou de litarge. Il y a aussi des mélanges préparés dans certaines vuës, pour lesquelles il est à propos d'augmenter la proportion de l'argille brûlée, & de diminuër celle de la chaux de plomb. Par exemple, quatre parties d'argille fraîche, douze parties d'argille brulée & une partie de vermillon; ou bien, huit parties d'argille fraîche, vint quatre d'argille brûlée, & une de litarge, donnent bien un bon mélange, mais qui est à la fin détruit par le verre de plomb. Si l'on prend toujours plus d'argille brûlée, la composition résiste à la vérité d'autant mieux au feu, mais elle est aussi plus fragile, & plus cassante, comme quatre parties d'argille fraîche, seize d'argille brûlée, & une de vermillon. J'ai été jusqu'à méler huit parties d'argille fraiche avec trente deux d'argille brûlée, & une de litarge. Ces sortes de compositions sont d'un très bon usage dans certains travaux; & ce que j'en ai dit en général jusqu'à présent, suffira pour découvrir leurs principes, leur application, & les moyens de les perfectionner, en se réglant sur les circonstances particulieres. Cependant comme je n'ai point encore rencontré dans ces compositions le plus haut degré de solidité que je cherche, il faut que j'aille plus loin.

On a en effet encore une matiere métallique, qui, étant employée dans les mémes vuës, paroit devoir l'emporter sur les précedentes, Je parle du Fer. Je n'entens pourtant pas le Fer en masse; la limaille ordinaire de fer ne vaut aussi rien pour l'usage en question, parce qu'elle écume aisément dans les mêlanges. Il faut donc employer le

fer brûlé, ou rouillé, qui a perdu de maniere ou d'autre son éclat métallique, & le *Phlogiston* de sa surface; comme le mâche-fer, la Terre de Vitriol doux, le *Caput mortuum* édulcoré du Vitriol, le *Caput mortuum* édulcoré de l'eau forte, toutes sortes de *Crocus* martiaux, toutes les écumes & émoulures de fer, toutes les terres ferrugineuses, telles que les *Bolus* rouges, les argilles colorées, la poussiere de briques, &c. En effet toutes ces matieres, quand elles sont mêlées dans leur juste proportion, me paroissent donner aux creusets une liaison plus gluante, & une dureté plus solide. Aussi la plûpart de ces produits, lorsqu'on les frappe, font feu avec beaucoup de force. Je dirois presque que l'Abbréviateur de *Glauber* a eu cet objet en vuë, s'il s'étoit seulement exprimé d'une maniere plus nette, lorsqu'il dit pag. 341. *Quand on donne à la surface interieure du creuset un enduit de Verre de Mars, il est rendu par là assez propre à contenir le verre de plomb.* Avec tout cela, cette sorte de creusets n'est pas appliquable à toutes sortes d'usages, surtout lorsqu'on y fait entrer beaucoup de matiere martiale, parce qu'elle se décharge aisément de sa couleur & teint les autres corps ; ainsi le crystal, & les flux qui doivent avoir une couleur claire, comme le flux de rubis, &c. ne se laissent pas bien fondre dans de semblables creusets, parce qu'ils y perdent beaucoup de leur lustre. Mais ces sortes de travaux étant exceptés, il en reste assez d'autres où les creusets dont nous parlons, peuvent rendre de très bons services. C'est un sujet d'etonnement, que ce metal qui est celui de tous dont le flux est le plus difficile, devienne, après qu'il est brûlé, d'un flux presque plus coulant qu'auparavant, & même qu'il mette en flux avec lui les terres les plus dures, & les pierres, les rendant en même tems fort compactes, comme je l'ai déjà remarqué dans ma *Lithogeognosie*. La Nature fournit de la Terre argilleuse déjà toute mêlée avec la matiere ferrugineuse ; & cette terre, en la brûlant, acquiert une si grande dureté, qu'elle fait feu, quand on la frappe, & qu'elle se laisse émoudre & polir comme le Jaspe. L'art peut diversifier en plusieurs manieres, &

par

par des proportions différentes ces produits qui résultent des mélanges de l'argille blanche avec la terre martiale, & imiter ainsi les *Bolus*, dont une lame mince se brûle quelquefois avec tant de force, qu'on ne sauroit la rompre avec les doits, quelque effort qu'on fasse. Il n'y a pas lieu de douter, que ces vases bruns de Misnie qu'on ne vernit point, après les avoir brûlés, mais qui sont émoulus, en quoi consiste précisement leur grand prix, sont formés d'un semblable mélange. J'en puis rapporter aussi divers Exemples que m'ont fourni mes propres essais. Que la proportion du *Crocus* martial à l'egard du reste de la masse doive être fort petite, c'est ce que montrent les épreuves suivantes. J'ai mêlé quatre parties d'argille fraîche, & autant de brûlée, avec quatre parties de mâche-fer pilées en parties fines, j'en ai fait des vaisseaux, & les ai mis ensuite à un feu violent, où ils se sont fondus; de même que ceux qui ont été composés de quatre parties d'argille fraiche, & huit de brûlée, avec une de mâche-fer; ou bien de quatre parties d'argille fraiche, douze de brûlée, & deux de mâche-fer. Je n'ai pas eu d'autre succès, en mêlant quatre parties d'argille fraiche, & quatre de brûlée avec une partie de *Caput mortuum* édulcoré du Vitriol; ou quatre parties d'argille fraiche, huit de brûlée, & une de *Caput mortuum*; ou enfin quatre parties d'argille fraiche & douze de brûlée, avec une de *Caput mortuum*: toutes ces proportions ont donné un produit qui s'est affaissé à un feu violent; & même seize parties d'argille fraiche, avec trente-deux d'argille brûlée, contre une partie de *Caput mortuum*, ont fait une masse, qui s'est encore un peu gonflée, parce qu'elle commençoit à devenir fluïde. Néanmoins il ne sera pas inutile d'armer les mélanges plus serrés, mais qui éclatent aisément, avec une semblable composition martiale, qui a un peu de fluïdité. Au contraire, quatre parties d'argille fraiche & douze de brûlée, avec une de mâche-fer, prennent assez de consistance à un degré de feu convenable. Il en est de même de huit parties d'argille fraiche & vint quatre de brûlée, avec une partie de *Caput mortuum* de Vitriol; aussi bien que de huit parties d'argille fraiche, trente-deux de brûlée,

&

& une de *Caput mortuum* de Vitriol. La proportion suivante à été recommendée par *Jungken*, & elle donne en effet un assez bon produit, sçavoir une partie d'argille fraiche, deux de brûlée, & une de brique pilée. Mais il est encore un peu meilleur, de deux parties d'argille fraiche mêlées avec quatre de brûlée, & une de poussiere de brique. A la fin pourtant, après un bon espace de tems, le verre de plomb est venu à bout d'y faire une petite fente. Autrement on peut prendre suivant la même proportion deux parties d'argille fraiche, & quatre de brûlée, avec une partie de *Bolus* d'Armenie, ou à la place de ce dernier, avec une partie de Terre scellée rouge; on en fera des creusets d'un bon usage, & d'une assez grande solidité. On peut mettre au même rang ceux qui se font de huit parties d'argille fraiche, & vint quatre de brûlée, avec une partie de mâche-fer. Pareillement sept lots d'argille fraiche avec quatorze lots de brûlée, & une dragme de *Caput mortuum* de Vitriol, ont soutenu pendant un tems assez considèrable l'action du Verre de plomb. Cependant, comme la longueur du tems, la pesanteur & la fluïdité déliée du verre ou du metal, & la force de l'air tirant, ont finalement percé la plûpart des vaisseaux faits suivant les compositions précedentes, ou les ont disposés à se fendre, j'en ai attribué en bonne partie la cause à ce que l'on n'y avoit employé l'argille brûlée que réduite en fine poussière; & j'ai entrepris de faire des épreuves, en séparant auparavant par un crible toute cette fine poussiere, pour ne mettre en oeuvre que celle qui étoit pilée plus grossierement, pour voir si cela ne réüssiroit pas mieux. J'ai eu la satisfaction d'être convaincu par mes propres yeux de la réüssite; & j'ai remarqué qu'alors la composition pouvoit supporter une plus grande quantité de matiere martiale, & même qu'elle la requéroit. En effet un creuset fait de dix lots d'argille fraiche avec autant d'argille brûlée fine, & une dragme de *Caput mortuum* de vitriol, prit d'abord quelques fentes, en le brûlant pour la premiere fois, & ne put ensuite contenir le verre de plomb que pendant une heure & demie. Un autre creuset de dix lots d'argille fraiche, cinq lots de brulée

brûlée en fine poussiere, & cinq de brûlée plus grossiere, avec une dragme de *Caput mortuum* de Vitriol, prit aussi des fentes au feu, mais qui ne lui furent point nuisibles, puisque j'y pus fondre un métal d'un flux ferré. Au contraire dix lots d'argille fraiche, avec autant de brûlée grossiere, & deux dragmes de *Caput mortuum*, se soutinrent considérablement mieux, & ne reçurent aucune fente. Cependant on ne sçauroit pousser beaucoup plus loin la proportion de la quantité de matiere martiale. En effet dix lots d'argille fraiche, & autant de brulée grossiere, avec un lot de *Caput mortuum* de Vitriol, font bien une composition qui est au commencement meilleure & plus solide, mais à la fin elle commence à s'affaisser un peu au feu, parce qu'il y a trop de parties martiales. Si l'on augmente la dose d'argille fraiche, il s'y fait d'autant plus de fentes; quinze lots de cette argille, avec dix de grossiere brûlée, & deux dragmes de *Caput mortuum* de Vitriol, se sont fendus au feu, avant même que le métal y eut été mis: au contraire dix lots d'argille fraiche, autant de brûlée grossiere, & trois dragmes de *Caput mortuum* de vitriol font un creuset, qui rend un bon son, & contient fort bien au feu les métaux qui ont un flux ferré. Le mélange suivant n'a pas à la vérité un son aussi bon, après avoir été brulé, mais il résiste autant, & presque mieux; sçavoir, sept lots d'argille fraiche, & quatorze de brulée grossiere, avec une dragme de *Caput mortuum* de vitriol. Ces mélanges sont assez forts à la vérité pour contenir les metaux; mais ils sont trop poreux pour le verre de plomb, qui avec le tems transpire au travers. Cependant on peut les améliorer considérablement, soit en les revêtant intérieurement d'argille délayée, ou en les armant extérieurement par le moyen de quelque bon mélange fin, & un peu fluïde. C'est ainsi que j'ai pris septs lots d'argille fraiche & quatorze de brulée grossiere, avec une dragme de *Caput mortuum*; ou bien dix lots d'argille fraiche, autant de brulée grossiere, avec une dragme de *Caput mortuum*; j'ai fait de chaque composition à part un creuset, je les ai revêtus intérieurement d'argille fraiche, je les ai ensuite brulés; & ces deux creusets ont sou-

tenu pendant un tems fort considérable du verre du plomb en flux à un feu violent. On les rend encore meilleurs, en les faisant plus épais, ou en les armant extérieurement.

Comme on trouve aussi de coté & d'autre, tant dans les Ouvrages imprimés que dans divers Manuscrits, des compositions de creusets rapportées, & dans lesquelles on joint à l'argille fraiche le sable, ou tel autre corps, avec quelque matiere propre à donner de la fluïdité, je ne veux point passer ici entierement ces mélanges sous silence. *Cardilucius*, par exemple, recommende une partie d'argille fraiche, avec deux jusqu'à trois parties d'un mélange préparé de poids égal de sable & d'argille brûlée. Cela fait un mélange passable; mais le creuset ne laissera pas d'être fort fragile, si on prend pour cela du sable ordinaire ; mais si l'on commence par rendre le sable plus fin, & qu'on réduise aussi l'argille brûlée en une poussiere subtile, les vaisseaux qu'on en fait, deviennent beaucoup plus solides, après avoir été brûlés. Il sera aussi d'une fermeté considérable, si c'est le produit de deux parties d'argille, trois parties de sable, & trois d'argille brûlée, avec un peu de *Caput mortuum* de Vitriol. *Schröder*, & d'après lui *Zwinger*, vantent un mélange d'argille fraiche, & de creusets pilés, une demi-livre de chacun, de *Bolus* rouge, de litarge, & de sable, huit lots de chacun, & de quatre lots de sel, que l'on doit mêler avec de l'argille de potier. Mais ce mélange est très pitoyable, & le sel aussi bien que l'argille de potier, n'y valent rien du tout. Je trouve ailleurs qu'il faut prendre huit livres d'argille fraiche, une livre de cailloux pilés, une livre de mâche-fer, & quatre lots de sel ; mais cette composition saute en éclats dès la premiere fois qu'on la met au feu, & le fer en sort en petits grains battus ; quand on n'y fait point entrer de sel, elle ne saute à la vérité pas, mais elle écume à un feu véhément, parce que le fer y est trop abondant. Je rencontre dans un Manuscrit de *Thurnheuser* l'indication d'un mélange de neuf parties d'argille fraiche avec trois de brûlée, autant de poussiere de brique, & autant de mâche-fer. Cette composition vaut mieux, elle devient si solide en brulant qu'elle fait feu ;

feu ; mais les creusets qu'on en fait, deviennent d'un brun noir, & le verre de plomb les ronge considérablement. Avec quatre parties d'argille fraiche, quatre de brulée, une de mâche-fer, & une de gypse, en prenant de l'eau d'alun, on fait un creuset, qui devient fort brun, mais qui écume en même tems, & s'affaisse, parce que ce mélange a trop de fluïdité.

Le Spath fusible, à cause de sa fluïdité gluante, a beaucoup de rapport au feu avec le fer, & il ne doit aussi être employé qu'en petite quantité ; autrement il s'affaisse aisément. En effet, lorque j'ai mélé trois parties d'argille fraiche & six de brulée avec une de Spath fusible, ce mélange s'est tout écoulé en écume. Huit parties d'argille fraiche & autant de brûlée, avec une de Spath fusible, s'ecoulent encore ; & même huit parties d'argille fraiche & seize de brûlée, avec une de Spath fusible se sont finalement encore un peu affaissées. Mais si le feu n'est pas de la derniere véhémence, six parties d'argille fraiche & douze de brûlée, avec une partie de Spath fusible, donnent un mélange qui acquiert assez de solidité: mais celui qui résulte de douze parties d'argille fraiche, vint-quatre de brulée, & une de Spath fusible, est considérablement plus solide & durable. Huit parties d'argille fraiche & vint quatre de brulée, avec une de Spath fusible, donnent aussi un fort beau mélange solide ; & celui de huit parties d'argille fraiche avec trente deux d'argille brûlée, & une de Spath fusible, ne lui en cede guères. Cependant, comme les vaisseaux faits de ces compositions reçoivent quelquefois des fentes par l'action de l'air tirant, à cause que l'argille brûlée y entre en fine pousfiere, j'ai cherché à y remédier ; & pour cet effet j'ai mélé ensemble douze parties d'argille fraiche, vint quatre de brûlée, & une de Spath fusible, j'en ai fait des creusets, & les ai revêtus ensuite d'une armure extérieure faite d'une partie d'argille fraiche avec deux parties de brulée grossiere ; ce qui les a rendu beaucoup plus propres à soutenir toutes les impressions. J'ai ausfi fait un mélange de vint quatre parties d'argille fraiche, & douze de brulée, avec une partie de Spath fusible, & mis

 l'armure

l'armure susdite au creuset ; ce qui a ausſi produit un aſſez bon effet. En faiſant encore des creuſets de ſix lots d'argille fraiche, neuf de brûlée, & deux dragmes de Spath fuſible, & les armant enſuite, on ſe procure des vaiſſeaux d'un bon uſage. Au contraire dix-huit parties d'argille fraiche, & autant de brulée, avec une partie de Spath fuſible, aprés qu'on a revêtu le creuſet qui eſt en eſt fait, m'ont paru donner la meilleure presque de toutes les compoſitions, & elle a ſoutenu aſſez longtems l'action du verre de plomb. Néanmoins comme l'argille brulée, qui eſt en fine pousſiére, laiſſe difficilement ſa coûtume d'eclater, & que pour peu qu'on manie trop précipitamment les vaiſſeaux où elle entre, ils ſe fendent aiſément ; j'ai ausſi fait un eſſai avec de l'argille brulée grosſiere, dont j'ai mélé dix-huit parties avec autant d'argille fraiche, & une partie de Spath fuſible, & j'en ai fait des creuſets, que j'ai d'abord revêtu intérieurement avec de l'argille délayée, & enſuite je les ai brulés. De toutes les compoſitions que j'ai indiquées, c'eſt celle qui a réſiſté le plus longtems au verre de plomb ; ſeulement il faut lui laiſſer dans le commencement du tems pour s'échauffer, & ne pas augmenter le feu trop vîte ; il convient auſſi de bruler le vaiſſeau dès la premiere fois, aſſez fermement ; & s'il doit être longtems en flux, on ne doit pas le rendre trop mince, mais il faut lui donner une épaiſſeur conſidérable, afin que le verre de plomb aye quelque choſe à ronger.

Je viens préſentement aux additions de terres alcalines, qui généralement ſe brulent au feu en une eſpece de chaux. On trouve déjà dans divers Ecrits connus, que les Auteurs recommendent de prendre un morceau de craye, de le creuſer en forme de creuſet, & de l'employer pour la fuſion. Mais comme tous les corps de cette nature ſe cuiſent mal, on auroit tort de s'y fier trop, & trop longtems, mais il ne faut y recourir que dans les cas de nécesſité, & pour un court eſpace de tems. Que toutes ces terres qui ne ſe fondent point elles-mêmes, mais qui étant mélées avec l'argille ſuivant certaines proportions, acquierent de la fluïdité, puiſſent devenir une colle

colle dans le feu ; c'eſt ce que j'ai ſoigneuſement dévelopé dans ma *Lithogeognoſie*, & dans cette vuë j'ai encore fait les eſſais ſuivans rélatifs aux creuſets. Quoique la plûpart de ceux qui ſont formés de ces produits ne puiſſent pas ſoutenir les épreuves les plus fortes ; ils ne laiſſent pas d'être aſſez bons à un feu modéré. M. *Mentzel*, dans ſon *Traitté de la Pierre de Bologne*, p.m. 294. remarque: " Qu'auprès de Colmar en Alſace, les Potiers font des creuſets parfaitement bons pour la fuſion des métaux, en prenant des pierres qui ſont pleines de coquilles de moules, que l'on pile en fine pouſſiere, & que l'ón méle avec un peu d'argille gluante." J'ai fait des creuſets de deux parties d'argille fraiche avec une partie de pierre à chaux ; qui ont été brulés, mais qui enſuite prennent aiſément des fentes, parce que la chaux brulée qui s'y trouve mêlée, attire l'humidité de l'air. Deux parties d'argille fraiche avec une partie de craye, ſe ſont entierement fonduës à un feu violent. De même une partie d'argille & deux de craye font un vaiſſeau, qui ſe ſoutient à la vérité à un feu médiocre, & réſiſte bien ; mais il eſt fragile, & facile à casſer : il en eſt de même d'une partie d'argille avec trois de craye. Au contraire trois parties d'argille & trois de ſable, avec une de craye, prennent une ſolidité conſidérable en brûlant, mais à un feu donné trop vîte le mélange écume un peu, & a même commencé à couler. Mais quatre parties d'argille & autant de ſable, avec une partie de craye, deviennent un mélange paſſablement bon ; deux parties d'argille & ſix parties de ſable, avec une partie de chaux, ſont un peu fragiles. Si l'on prend quatre à cinq parties d'argille avec deux de ſable, ou de Quartz, & une de craye, cette compoſition aura aſſez de ſolidité pour un feu médiocre, & elle eſt même aſſez dure pour faire feu. Il en eſt de même de trois parties d'argille, & ſix parties de ſable, avec une partie de craye ; de trois parties d'argille & neuf de ſable avec une partie de craye ; & de trois parties d'argille & neuf parties de ſable, avec deux de craye ; cependant cette derniere compoſition a déja un peu de fluïdité. Mais dès qu'on va

plus loin dans la proportion de la craye, la fluïdité devient trop grande. Huit parties d'argille, une partie de fable, & une de craye, font un beau mélange, qui résiste bien au verre de plomb ; feulement il faut le mettre à l'abri de l'air tirant par une armure. Vint parties d'argille, deux parties de fable, & une de craye, acquierent en les brûlant une folidité confidérable ; & il faut les gouverner comme la composition précédente. J'ai aussi pris en place de fable de l'argille brûlée, & j'ai obfervé les phenomenes fuivans. Quatre parties d'argille fraiche & huit de brûlée, avec deux de craye, donnent une composition qui fort du feu un peu fragile : au contraire quatre parties d'argille fraiche & huit de brûlée, avec une de craye, prennent une folidité confiderable ; & quatre parties d'argille fraiche, autant de brûlée, & une de craye, en ont encore davantage, car quand on les brule fuffifamment, la maffe donne du feu en la frappant. Vint parties d'argille fraiche avec deux de brulée, & une de craye, fe brulent aussi d'une maniere fort ferme, mais à un feu durable il s'y est fait pourtant de la courbure ; en forte que le produit de vint parties d'argille fraiche avec quatre de brûlée, & une de craye, est fort fupérieur, & va jusqu'à contenir très bien le verre de plomb, pourvû qu'on le fortifie d'une armure. Je ne devrois pas paffer ici fous filence ces creufets, qu'on vante publiquement d'une façon toute particuliere, & qui font faits de poids égal de craye, & de creufets à fondre pilés, qu'on mêle avec de l'huile de lin, que l'on bat dans des formes, & qui font enfuite brulés. Comme il n'entre point d'argille fraiche dans cette composition, on peut juger qu'elle doit être fort difficile à préparer, & que l'huile de lin est infuffifante pour remédier à ce défaut : aussi cette maffe en général fe cuit-elle mal, fe met mal en formes, ne feche qu' avec une extrème peine, fe gonfle à la fin en la brulant, & après avoir été brûlée, ne donne qu'un vaiffeau blanc, mais fort fragile, qui n'est bon à rien, & fe détruit à l'air, parce que la trop grande quantité de craye qui y entre, fe brule en chaux. En effet, lors même que j'ai brûlé cette composition au feu le plus violent, elle est toujours

jours demeurée considérablement fragile, & s'est gonflée. Il vaut presque mieux former ce mélange avec de l'eau ; par exemple, poids égal d'argille brûlée, & de craye, pétries avec de l'eau, se soutiennent à la vérité au feu, mais c'est une masse fragile : une partie d'argille brûlée & deux de craye donnent un produit presque plus fragile encore. Au contraire deux parties d'argille brûlée avec une de craye réüssissent le mieux ; la masse qui en résulte est si dure qu'elle fait feu, & mérite un examen plus particulier. J'ai aussi vû rapporter quelque part que quatre parties d'argille avec une de mâche-fer, une de cendre d'os, une de chaux, & une de verre, donnent la composition d'un creuset ; mais en faisant l'essai de ce mélange, j'ai trouvé qu'il s'écouloit entierement. Autrement la chaux rend de fort bons services, quand on veut fondre dans un verre quelque matiere qui n'a pas un flux trop serré ; alors on entoure le verre de chaux, on le met dans un creuset, & on le place posé sur un pied dans un fourneau de fusion pour entrer en flux, parce que la chaux durcit le verre, en s'y introduisant lorsqu'il est attendri par le feu, conformément à la manière dont se fait la Porcelaine de verre de M. *de Réaumur*. Cependant il ne faut pas que le feu soit trop fort, ni qu'il dure trop longtems.

On met à bon droit au rang des terres alcalines les os calcinés ; & quelques uns leur attribüent la faculté de resister beaucoup plus au feu, ce que je n'y ai pourtant point découvert, au moins à ce point ; car il y a en effet quelque difference, & c'est à bon droit que le célébre Professeur, M. *Jungker*, les a recommandés dans sa Chymie p. 283. & 436. Dans cette vuë j'ai essayé les mélanges suivans. De l'argille fraiche avec poids égal d'os brulés prennent à la vérité de la consistance & de la blancheur au feu ; mais ce mélange s'étoit pourtant gonflé par-ci par-là. J'ai fondu là dedans du verre de plomb de quatre parties de vermillon & d'une partie de sable ; mais en deux heures il s'etoit tout écoulé ; & je trouvai que le verre avoit considérablement rongé le creuset. Une partie d'argille avec deux parties d'os brulés, prenoient à la vérité beaucoup de solidité & de blancheur,

cheur, mais il y avoit aussi un peu de gonflement. Une partie d'argille & deux parties d'os brulés, avec un peu de *Caput mortuum* de Vitriol, s'ecouloient en peu de tems en écume : une partie d'argille fraiche, deux de brulée, & une d'os brulés, donnent un produit d'une fort belle apparence; mais il s'etoit pourtant un peu affaissé par en haut; & y ayant tenu pendant longtems du plomb massif en fusion, le creuset en fut rongé : & pour le verre de plomb, il le perça & le courba. Deux parties d'argille fraiche, & autant d'os brulés, avec une partie d'argille brulée, ont aussi souffert sensiblement de l'action du plomb, & le verre de plomb les a entiérement pénétrées. J'ai aussi mêlé des os brulés avec de l'argille brulée, sans argille fraiche; par exemple, deux parties d'argille brulée avec une partie d'os brulés prennent une solidité considérable en les brulant à un feu violent, & deviennent blanches, comme les mélanges précedens où la craye entroit : mais cette composition veut être brulée à un feu violent; car quand on la met simplement dans le fourneau de potier ordinaire, elle en sort toujours si tendre, qu'on peut la couper au coûteau.

L'ordre de ces recherches me conduit à présent aux terres gypseuses. Les vaisseaux qu'on fait de gypse, se soutiennent assez bien à un feu modéré. Aussi *Cajetani* a-t-il employé avec succés des bouteilles de verre, envelopées de gypse, & mises immédiatement au feu, pour la fusion de quelques métaux : cependant, lorsque le feu est bien violent, le gypse en brulant s'attendrit beaucoup, quoiqu'il n'en vienne pas jusqu'à se fondre. J'ai traitté à la vérité déjà dans ma *Lithogeognosie* des mélanges des terres gypseuses avec l'argille; mais je n'ai parlé que de ce qui leur arrive, lorsqu'on les enferme dans d'autres creusets, au travers desquels le feu est obligé de pénétrer, sans exercer son action immédiate sur ces mélanges. A présent que je me propose de faire des creusets de ces mêmes matières, il faut que le feu agisse sur elles immédiatement, & par conséquent avec beaucoup plus de violence. J'ai employé ici sans distinction, tantot de l'albâtre, tantôt de la pierre de gypse, tantôt du vieux

vieux gypse déjà employé, tantôt de la pierre spéculaire; & j'ai remarqué que les mélanges, qui en les brûlant renfermés dans des creusets, acquéroient une dureté considerable, sans pourtant entrer en flux, s'affaissoient présentement, & se fondoient au feu immédiat. Par exemple, l'argille avec poids égal de gypse, qui au feu précedent se bruloit d'une maniere solide, s'est écoulée en matiere toute claire à ce feu découvert; l'argille avec poids égal de gypse, pétrie avec l'eau d'alun, s'est considérablement affaissée à un feu fort; l'argille avec poids égal de pierre de gypse, ou avec deux parties de cette pierre, ou même avec trois, s'est toujours écoulée à un feu violent: à un feu un peu plus modéré, celle qui étoit avec trois parties de gypse s'est assez bien soutenuë, mais pourtant il s'y est fait des crevasses. Deux parties d'argille avec une d'albâtre se sont aussi fonduës en une masse blanche à un feu violent. Ces expériences me déterminerent à regarder le gypse au feu comme une matiere glutineuse, & à le traitter comme tel, auquel cas il produit aussi son effet. Quand on ne lui donne qu'un feu modéré, il sert à produire les mélanges suivans qui sont utiles. Par exemple; de l'argille & du gypse, cinq lots de chacun, avec un lot de verre; ou six lots d'argille, autant de gypse, & un lot de verre; quatre parties d'argille, six parties de sable, & autant de pierre de gypse, ou aussi un peu moins; six parties d'argille, huit de sable, & deux d'albâtre; quatre parties d'argille, six parties de sable, & trois de gypse; toutes ces compositions se soutiennent à un feu modéré, mais quand il est violent, elles s'affaissent, ou se gonflent, & reçoivent ensuite des fentes. Après cela je fis aussi des épreuves avec l'argille brulée. Les suivantes ont bien réüssi, surtout à un feu médiocre; savoir, quatre parties d'argille fraiche & huit de brulée, avec une partie de pierre de gypse; deux parties d'argille fraiche & six de brulée, avec une partie de pierre de gypse. Une partie d'argille fraiche & trois parties de brulée, avec une partie de gypse, ou d'albâtre, donnent un produit d'une solidité considérable; aussi bien que quatre parties d'argille fraiche & douze de brulée, avec

une partie d'albâtre. Quatre parties d'argille fraiche & autant de brulée, avec une partie de gypse, forment une masse utile au même degré de chaleur ; mais quand je joignis à ce mélange deux parties de gypse, le produit n'en fut plus bon ; celui de quatre parties d'argille fraiche, avec cinq de brulée, & une de gypse, est solide ; aussi bien que ceux de quatre parties d'argille fraiche, & huit de brulée, avec une partie de pierre de gypse ; de huit parties d'argille fraiche, autant de brulée, & une partie de gypse ; & de deux parties d'argille fraiche & six de brulée, avec une partie de gypse. Cependant comme la plûpart de ces mélanges ont encore coutume de s'affaisser à un feu violent, je diminuai la dose du gypse ; car quatre parties d'argille fraiche & huit de brulée, avec une partie de gypse, s'etoient encore considérablement affaissées. Ainsi je pris huit parties d'argille fraiche, & vint quatre de brulée, avec une partie de gypse ; cela fit une composition fort solide ; celle de huit parties d'argille fraiche & trente-deux de brulée, avec une partie de gypse, le fut encore davantage ; & celle de quatre parties d'argille fraiche & douze de brulée, avec une partie d'albâtre, fut encore assez bonne. Avec tout cela, quand les creusets qu'on prépare de ces matieres, sont exposés à un feu violent avec des choses pesantes, ou du verre de plomb dans un flux subtil, ils reçoivent pour la plûpart des fentes, & montrent par là que cette espece de matiere glutineuse n'est pas encore assez gluante pour soutenir un semblable feu, & qu'il faut venir au secours avec une armure. J'assayai à la vérité, s'il ne suffiroit pas d'ajouter à la composition une quantité de chaux de plomb, comme ; quatre parties d'argille fraiche, autant de brulée, & une de gypse, avec deux de litarge ; ou bien quatre parties d'argille fraiche, seize de brulée, & une de gypse, avec deux de litarge ; ces mélanges à la vérité ne prirent aucunes fentes, mais comme ils avoient trop de fluïdité, ils s'affaissoient & écumoient à un feu bien violent. Le suivant résiste un peu mieux, savoir quatre parties d'argille fraiche & douze de brulée, avec une de gypse, & autant de litarge ; & encore mieux huit parties d'argille fraiche, vint

quatre

quatre de brulée, deux de gypse, & une de litarge. Si l'on vouloit substituer à la chaux de plomb un martial, il faudroit que ce fut en très petite quantité; car, comme je l'ai déjà rapporté plus haut, quatre parties d'argille fraiche, & autant de brulée, avec une partie de gypse, & une de mâche-fer, commencent à écumer, puis s'affaissent; en sorte qu'il faut employer dans cette composition beaucoup moins de mâche-fer & de gypse, ou bien augmenter la proportion de l'argille brulée. Pour des fusions de matieres précieuses, mais qui n'auroient pas besoin d'un feu excessif, on pourroit employer des vaisseaux de Porcelaine de Dresde, ou autre semblable; & les entourer d'une bonne armure, ou les mettre dans des creusets ordinaires revêtus de sable ou chaux, & s'en servir ainsi.

On a cru généralement jusqu'à présent que le Talc ne souffroit aucune altération dans quelques mélanges qu'on l'employât, & à quelque feu qu'il fut exposé; & c'est à cause de cela que quelques Chymistes expérimentés l'ont recommandé d'une façon particuliere pour faire de bons creusets, en assurant qu'il résistoit merveilleusement au verre de plomb. Mais les épreuves faites conformement à cette idée, n'ont pas rempli les espérances qu'elle donne, & le Talc montre dans les mélanges où il entre, beaucoup plus de fluïdité qu'on ne se l'etoit imaginé. Dans le Mémoire que j'ai donné sur le Talc *, j'ai examiné la fusibilité qu'il a avec les sels, & avec les verres; il arrive la même chose à l'egard des creusets. *Becher* recommende d'en faire d'une partie d'argille fraiche & de deux parties de talc avec de l'eau de chaux. L'eau de chaux ne sert pas ici à grand' chose; cependant cette masse acquiert une solidité assez considérable, & n'est pas inutile, quand on appelle au secours les autres manoeuvres que nous avons souvent rapportées; car elle se soutient bien, & ne s'affaisse point: elle fait même feu en la frappant, mais le verre de plomb la ronge & la perce à la fin. Pour mettre le Talc en oeuvre, je l'ai d'abord calciné, & ensuite pilé. Le Talc avec poids égal d'argille réüssit aussi assez bien; au contraire deux gobelets d'argille avec un gobelet de Talc ont trop

* Voy. Année 1746. pag. 65. & suiv.

 de

de fluïdité, & à cause de cela se courbent au feu, sans quoi c'est un bon mélange à un feu moderé. Cinq lots d'argille & autant de Talc avec un lot de verre, deviennent aussi assez solides à un feu modéré. Il en est de même du mélange de deux gobelets d'argille & un de Talc, avec une vintieme partie de verre pilé; mais en le mettant à un feu violent il en est sorti tout courbé. Une partie d'argille & deux de Talc, avec un dixieme de verre; ou six parties d'argille, six de Talc, & une de litarge, font aussi une masse solide, mais qui n'a pas laissé de s'affaisser. Huit parties d'argille, une de sable, & une de Talc, se sont d'abord fenduës avec le plomb, qui s'en est écoulé, & le verre de plomb à un feu violent a passé au travers au bout de deux heures. Cinq parties d'argille, une de Talc, & une de gypse, se mettent tout en écume à la chaleur. Une livre d'argille, six lots de Talc, & autant de gypse, ont ausfi de la fluïdité. On indique & l'on vante beaucoup dans le *Lexicon Universale*, un mélange de poids égal de Talc & de craye avec du blanc d'oeuf, pour en frotter les creusets ordinaires par dedans & par dehors; mais il n'y faut pas faire beaucoup de fonds. En effet ce mélange, quand on le réduit en formes, ne se cuit point bien ensemble; & après qu'on l'a brulé, il est & demeure tendre, & friable. Au contraire le Talc qu'on appelle d'or, *Gold-talck*, ne vaut rien du tout pour les creusets, parce qu'il leur donne trop de fluïdité, à cause de la matiere ferrugineuse qu'il contient. L'argille en poids égal avec cette espece de Talc, ou bien une partie d'argille avec deux parties de ce Talc, ont fait un mélange qui s'est entierement écoulé, même à une chaleur ordinaire.

L'Alun de plume est dans une haute réputation auprès des Chymistes & des Physiciens, à cause de sa solidité au feu; mais il faut qu'on se soit trop hâté à faire une régle générale de ce qui lui arrive au feu ordinaire de fusion. Je trouve dans les Auteurs, qu'on doit frotter les creusets ordinaires par dedans & par dehors avec de l'Alun de plume dont on a fait une pâte avec du verre pilé & de l'eau, & qu'alors ils pourront résister plusieurs années au feu; mais cela n'a aucun fondement

ment. Voici les épreuves que j'ai faites à ce sujet. J'ai fait des creusets de poids égal d'argille & d'Alun de plume, mais ils se sont affaissés au feu, & le metal en est sorti; une partie d'argille & deux d'Alun de plume donnent à la vérité un produit compact & qui fait feu; mais il n'a pas laissé de s'ecouler comme en écume, à un feu de fusion assez modéré, & sans avoir rien mis à fondre dedans. Deux parties d'argille avec une d'Alun de plume, résistent à la vérité un peu plus longtems; mais à la fin elles commencent aussi à s'ecouler. Une partie d'argille avec trois parties d'Alun de plume, donnent à la vérité une masse encore plus ferme à un feu modéré, & qui rend même des étincelles, mais finalement elle commence aussi à fondre. Ainsi c'est avec très peu de fondement que tant le Talc, que l'Alun de plume, ont été mis au rang des matieres incombustibles, puisqu' au contraire suivant leur degré ils mettent d'autres corps en flux avec eux. Il faudroit donc leur joindre auparavant un meilleur secours par l'addition d'une quantité d'argille brulée, quand on veut s'en servir pour faire des creusets. Au reste tout ceci doit être entendu de l'Alun de plume, qu'on nomme meur ou fléxible; car celui qui n'est pas meur, manifeste au feu une structure considérablement plus compacte, & un flux plus serré; en sorte que l'Alun meur doit contenir caché en soi un peu plus de quelque substance saline propre à produire la fluidité. En effet une partie d'argille avec deux parties d'Alun de plume non meur, ont beaucoup de peine à fondre, & soutiennent en feu violent: mais lorsque j'y ai fondu un verre de plomb en flux, le vaisseau s'est à la fin affaissé: cependant les pieces en étoient si compactes, qu'elles faisoient abondamment feu en les frappent. Au contraire deux parties d'argille avec une de cet Alun de plume non meur, résistent bien plus longtems au feu, & ne s'affaissent pas ainsi, le verre de plomb y étant demeuré pendant quelques heures; en sorte qu'il est aisé de perfectionner cette composition. Il n'est point non plus indifferent d'employer de l'Alun de plume réduit en fine poussiere, & détrempé avec du blanc d'oeuf & de l'eau, pour en garnir intérieurement les creu-

fets de Hesse ; car cette armure rend assurément de très bons services, quand il s'agit de tenir le verre de plomb longtems en fusion, ce verre ayant besoin d'un long espace de tems avant que de venir à bout de percer cette armure en la rongeant. D'autres recommandent pour le même effet de mêler des parties égales d'Alun de plume & de craye avec du blanc d'oeuf, & de s'en servir ainsi.

Les mêmes choses conviennent à peu près à la Pierre-ponce, qui est produite par l'Alun de plume. Deux parties d'argille avec une de Pierre-ponce se sont affaissées, & il s'y est formé un vernis. Au contraire huit lots d'argille fraiche, & autant de brulée avec un lot de Pierre-ponce, donnent une bonne masse, & qui la a solidité nécessaire pour en faire des creusets, qui ont fort bien soutenu le Spath fusible mêlé avec la craye, mais à la longue ils n'ont pu résister au verre de plomb ; peut être que c'est l'extrême pesanteur de ce verre qui leur a fait le plus de dommage, inconvénient, auquel il y auroit encore espérance de pouvoir remédier. Une partie d'argille avec deux de Pierre-ponce se brulent aussi d'une maniere fort solide, brunissent, & prennent partout un vernis ; cependant le verre de plomb a fait une fente au fonds du creuset, qui s'est aussi tant soit peu affaissé.

La *Blende*, (*plumbago sterilis* ou *Pseudo-galena*,) qu'on met aussi au rang des choses incombustibles, prend de la disposition au flux dans les masses qui servent à faire des creusets. Comme j'avois *sous la* main de la *Pech-Blende*, (*plumbago sterilis picei coloris*,) je l'ai d'abord brulée, & ensuite mêlée avec quantité égale d'argille ; d'abord, en brulant le creuset pour la premiere fois, il s'en détacha quelque chose de côté vers le haut, & quand ensuite j'y voulus fondre du verre de plomb, il passa bientôt au travers, & fit aussi diverses fentes au creuset. Une partie d'argille avec deux parties de même Blende font une masse dont il ne se détache à la vérité rien comme de la précedente, & qui conserve encore assez bonne apparence après avoir été brulée ; pourtant le creuset s'est affaissé, quand j'y ai fondu du verre de plomb, & le verre s'est écoulé.

J'ai

J'ai aussi fait des essais sur la pierre brune connuë sous le nom de Magnesie, & j'ai trouvé qu'elle n'etoit pas propre à l'usage desiré. En effet l'argille & la Magnesie en poids égal se brulent & font un creuset gris, qui s'est ensuite entierement écoulé avec le plomb, & qui par conséquent est devenu d'une extrème fluïdité. Une partie d'argille avec deux de Magnesie s'écaillent au feu, & leur produit brulé est assez tendre, pour qu'on puisse ensuite le couper au couteau.

Je n'ai pas voulu omettre l'Emeri. J'ai pris une partie d'argille avec deux parties d'Emeri rouge ; cela devint solide en brulant, mais d'un brun obscur. L'Emeri noir dans la même proportion prend aussi en brulant une solidité considerable, mais la couleur en est d'un brun noirâtre à cause de l'abondance de matiere martiale qui s'y trouve.

La Craye d'Espagne & ses especes, la *Pierre ollaire*, le *Steatites* de la Chine, la Pierre grasse de Norwege, &c. dont j'ai déjà parlé dans un Mémoire particulier sur le *Steatites* *, promettent de fournir bien des avantages particuliers pour nos vuës, puisque déjà par elles-mêmes toutes ces matieres prennent une dureté si extraordinaire au feu. C'est pourquoi M. le Docteur *Kramer* de Vienne a déjà recommandé † ces pierres pour la fabrique des creusets, comme le moyen de plus propre à tenir le plomb très longtems en fusion, & comme une matiere tellement convenable à perfectionner les creusets qu'il feroit difficile d'en substituer une équivalente ; & je soupçonne fort que c'est ce que M. *Henckel* a eu principalement en vuë, quand il a dit : * "Pour découvrir des terres qui n'eclatent point au feu, & » en faire des vaisseaux, qui en particulier ne puissent pas, ou du » moins pas si aisément, être rongés & percés par le verre de plomb, » c'est une chose à laquelle on doit apporter tous les soins possibles ; » & j'en dis autant des pierres qu'on peut creuser, & employer en » guise de creusets, ce à quoi personne que je sçache n'a encore pensé. » Mais on ne sçauroit découvrir cette propriété dans les terres ou » dans les pierres par la simple inspection ; elle ne se manifeste que » par plusieurs expériences, & en particulier par la séparation des matieres

* Voyez Année 1747. pag. 57. & suiv.

† Dans le *Commerc. Litter. Norimb.* 1741. p. 224.

* Dans ses *Not. ad Respur.* p. 86.

" tieres étrangeres, & par les compositions." Par *la séparation des matieres étrangeres*, il ne sçauroit entendre autre chose que celle que j'ai indiquée & recommandée si souvent, & qui consiste à dégager l'argille du sable en la délayant. Quoiqu'il en soit la grande dureté, ou *compaction*, que toutes les pierres de cette espece acquierent au feu, fait voir que le fonds n'en consiste pas en une simple terre argilleuse, mais qu'il y entre encore quelque autre matiere d'un ordre singulier, qui fait que ces pierres, dans la plûpart des mélanges où elles entrent, augmentent bien la dureté, mais disposent aussi en quelque sorte au flux, & ont en même tems du penchant à éclater. La methode proposée par M. *Kramer* pour faire creuser ces pierres en forme de creusets, & s'en servir ensuite, est sujette à deux difficultés capitales; l'une, c'est qu'il en coûte beaucoup de se procurer de ces pierres en gros morceaux, aussi souvent qu'on en auroit besoin; l'autre que c'est un travail long & pénible de les creuser; à quoi il faut ajouter quelque chose de plus fort encore, c'est que malgré tout cela les creusets qu'on en fait, prennent souvent des fentes à un feu rapide & violent. J'avoüe pourtant que cela ne leur arrive pas à toutes également; le *Steatites* de la Chine, par exemple, résiste beaucoup mieux que celui de Bareuth, & peut-être que tous ceux de l'Europe; mais il est aussi d'une fort grande rareté; & quand on veut exécuter quelque chose avec ceux d'Europe, je crois qu'il est tout à fait expédient de commencer par les revêtir d'une armure convenable, avant que de les mettre en oeuvre, ensuite de les bruler. Comme d'ailleurs il est beaucoup plus aisé de se procurer de petites pieces de cette pierre en quantité, j'en ai pilé, & en ai mêlé avec de l'argille en differentes manieres, ce qui m'a donné les rapports suivans. De l'argille travaillée avec poids égal de Craye d'Espagne, fait un assez beau mélange; mais il faut commencer par sécher la masse suffisamment & assez longtems; après quoi, en la brulant, il faut donner le feu au commencement avec beaucoup de lenteur, & doux; autrement il s'en détache facilement quelque piece. Deux parties d'argille avec une partie de Craye d'Espagne

d'Espagne ont aussi de la disposition à éclater; & quoique ce produit ait déjà une solidité assez considérable, il y a pourtant trop de fluïdité, & il s'est un peu affaissé au feu. Une partie d'argille avec deux parties de craye d'Espagne font une composition très bonne, solide & d'usage. J'ai aussi fait entrer de l'argille brulée dans ce mélange, en mettant, par exemple, des quantités égales d'argille fraiche, de brulée, & de craye d'Espagne: cela fait bien une masse passablement bonne, néanmoins le feu y fait aisément des fentes; & en y ajoutant quelque chose de fluïde, elle s'affaisse bientôt. Par exemple, deux livres d'argille fraiche, autant de brulée, & huit lots de craye, donnent un mélange passablement bon, mais qui à la fin se courbe au feu: & une plus grande quantité de craye augmente sa disposition à entrer en flux. Pareillement une livre d'argille fraiche, autant de brulée, une demi-livre de craye d'Espagne, & huit lots de gypse, font un mélange qui résiste un peu plus longtems, que le précédent, mais à la fin il se courbe aussi au feu, & ce qui est le principal, la pesanteur des metaux qui sont dans le flux le plus fort, & celle des verres y causent finalement des fentes. C'est pourquoi il vaut mieux y faire une addition d'argille brulée, ou même encore mieux, ne pas mettre la craye d'Espagne en oeuvre, sans l'avoir auparavant bien brulée, après quoi on la pile fort menu, & on la méle ainsi avec l'argille; par exemple, poids égal d'argille, & de craye d'Espagne brulée, ou encore mieux, deux parties d'argille avec trois, & jusqu'à quatre, de craye d'Espagne brulée, & pour les lier par une matiere glutineuse, un peu de martial, ou de plomb. Le mélange de deux parties d'argille avec trois de craye d'Espagne brulée donne déjà des creusets bons, & fort solides; une partie d'argille aussi avec deux de craye d'Espagne brulée font encore une composition d'une grande solidité, & avec cela d'une extrême blancheur. Je trouve aussi que la craye d'Espagne cruë réüssit assez bien avec l'argille brulée, en les prenant à quantités égales; le mélange devient solide, mais comme il s'y fait aisément des fentes, il faut y remedier par quelque matiere glutineuse, ou par le secours d'une armure. Au reste,

ſte, quand on employe cette compoſition, ou bien celle de deux parties de craye d'Eſpagne fraiche, avec une partie de pipes à tabac nettes qu'on pile, & qu'on méle exactement enſemble, pour en revétir intérieurement des creuſets ordinaires ; cela rend auſſi de trés bons ſervices. Je trouve que la compoſition ſuivante convient aſſez par elle-méme aux creuſets, ſavoir, huit parties de craye d'Eſpagne & autant d'argille brûlée, avec une partie de litarge ; les creuſets faits de ce mélange deviennent ſolides & d'un beau blanc. J'ai auſſi mélé enſemble de la craye d'Eſpagne & du talc brulé en poids égaux ; & les ayant brulés, les creuſets qui en ont été faits, avoient beaucoup de ſolidité & de blancheur. De ſemblables creuſets de compoſitions blanches ſont ceux qui conviennent le mieux pour la préparation des compoſitions de bijoux artificiels d'une couleur claire luiſante qui ſont d'une fuſion difficile. Au contraire les eſpeces colorées de craye d'Eſpagne, ou de Pierre ollaire, ne valent pas grand' choſe pour les creuſets, à cauſe de leur matiere martiale. Par exemple, une partie d'argille avec deux parties d'une ſemblable eſpece jaune, ont fait une maſſe qui s'eſt bientôt écoulée.

La Pierre Serpentine de Saxe ayant une affinité remarquable avec les précedentes, c'eſt ici le lieu d'en faire mention : mais, comme ſa couleur prouve manifeſtement, qu'elle contient plus de parties métalliques, ou étrangeres, elle en a d'autant plus de diſpoſition à entrer en flux, & ne vaut pas grand' choſe pour la préparation des pierres précieuſes artificielles, qui ont une couleur claire. Les creuſets qu'on fait en creuſant des morceaux entiers de Serpentine, ont le défaut d'éclater aiſément au feu, ou du moins de reçevoir des fentes ; une partie méme entre à la fin en flux d'elle-méme, à plus forte raiſon quand on y met des matieres qui viennent en flux. J'ai pris donc principalement de la Pierre Serpentine pilée menu, pour les eſſais ſuivans ; deſquels je puis dire en général, que quand l'argille prédomine dans ces mélanges, le verre de plomb ne peut guères y cauſer aucun dommage, & il n'y a d'autre inconvenient que la diſpoſition aux fentes, qu'on préviendra par le ſecours d'une armure convenable.

nable. De l'argille & de la Pierre Serpentine pilée en poids égal se brulent d'une maniere solide, mais éclatent un peu. Deux parties d'argille avec une partie de Serpentine se brulent en une masse solide, qui fait feu avec force, mais qui creve presque encore plus que la précedente; quand on y met pourtant une bonne armure d'une partie d'argille fraiche, avec deux parties d'argille grossiere brulée, cela la rend beaucoup meilleure, & elle soutient assez bien le verre de plomb, comme aussi le mélange de Spath fusible & de craye. Une partie d'argille avec deux parties de Serpentine ont éclaté d'elles-mêmes avec force; mais avec l'armure précedente, elle resiste passablement, & est en particulier d'assez bon usage pour le mélange de Spath fusible & de craye. Au contraire, quand on commence par calciner la pierre Serpentine, le mélange d'une partie d'argille avec deux parties de Serpentine calcinée, donne une masse d'une solidité considérable & d'un bon usage. J'ai encore fait l'essai de quelques autres compositions; par exemple, de six parties d'argille fraiche, trois de brulée, & trois de Serpentine, avec une partie de Spath fusible; ce mélange est d'un assez bon usage, quand il a été revêtu. Huit parties d'argille, une à deux de sable, & une à deux de Serpentine, font aussi un bon mélange, sur lequel le verre de plomb a très peu de prise; il faut seulement le préserver des fentes qu'il recevroit, en y appliquant une armure convenable.

La *Pierre nephretique* de Saxe approche beaucoup dans son mélange de la précedente, & la principale difference qu'il y ait, c'est qu'elle renferme plus de cuivre. J'ai fait sur elle les essais suivans. De l'argille & de la pierre nephrétique pilée en poids égal, donnent à la vérité une masse compacte, mais elle est pourtant trop disposée à entrer en flux, & elle s'est courbée. Une partie d'argille avec deux parties de pierre nephrétique, résistent bien, & ne s'affaissent, pas mais les fentes gâtent ce produit. Deux parties d'argille avec une partie de pierre nephrétique commencent déjà à prendre flux. Mais si l'on calcine auparavant la pierre nephrétique, la chose réüssit mieux. En effet deux parties de cette pierre calcinée avec une partie d'argille, se

soutiennent bien, après avoir été brulées convenablement; il en résulte une masse solide, mais la couleur en est tout à fait brune, & par conséquent elle ne vaut rien pour les fluxions claires. Enfin la craye d'Espagne avec poids égal de pierre nephrétique, se soutiennent à la vérité au feu, mais après avoir été brulées, sont un peu tendres; défaut auquel il y auroit pourtant moyen de remédier.

M. *Brômel* * a recommandé particuliérement le tripoli pour les creusets: mais les especes qu'on employe ici ne remplissent pas cette idée avantageuse. En effet une partie d'argille & deux parties de tripoli deviennent à la vérité dures & solides en les brulant, mais elles s'affaissent pourtant à un feu violent. Une autre sorte de tripoli qu'on trouve en Prusse, employé dans la même proportion avec l'argille, s'est entierement écoulé; il en à été de même du mélange du tripoli avec poids égal de cruches pilées menu, en sorte que cette matiere est très peu convenable pour les creusets, quoiqu'elle puisse être employée utilement à d'autres usages. Si l'on veut pourtant la mettre à celui-là, il faut la bruler auparavant, ou la méler avec de l'argille brulée.

* Dans sa *Mineralogia Suecana*.

Le Plomb à écrire, ou Crayon, qu'on appelle en Allemand *Wasser-bley*, ou *Reiss-bley*, entre dans le nombre des ingrédiens, qui ont été mis en oeuvre jusqu'ici pour la fabrique des creusets. J'ai déjà dit quelque chose là dessus dans une Dissertation particuliere, que j'ai intitulée de *Plumbo scriptorio* †. Ces creusets noirs connus sous le nom d'*Ypse*, ou de *Passau*, qu'ils tirent du lieu où on les fait, sont principalement de cette matiere; & leur quantité est si grande qu'on en transporte par toute l'Europe. Jusqu'à présent ces creusets se sont fait reconnoître par des preuves suffisantes pour beaucoup préférables à ceux de Hesse dans la fusion des métaux; c'est pourquoi on ne cesse de s'en servir aux Monnoyes, chez les Orfevres, & chez toutes sortes de Fondeurs, pour fondre les métaux, pour en faire des mélanges, pour les souffrer, & aussi pour les Regules d'Antimoine. Cependant ils ont le défaut de ne pouvoir contenir aucuns sels, qui, à cause de leur porosité, passent d'abord au travers, & si parfaitement qu'il n'en

† Voyez Miscell. Berol. T. VI. p. 29.

n'en reste aucune trace. Les verres de plomb en flux les pénétrent aussi bientôt; & quant aux verres qui ont un flux serré, quand ils doivent conserver une couleur claire, ou transparente, ces creusets la leur ôtent, & les rendent obscurs & laids. Lorsqu'on veut aussi y brûler de la fine Porcelaine, elle en reçoit ordinairement une mauvaise couleur qui lui óte sa beauté. Ajoutez que tous les vaisseaux dans la préparation desquels entre ce plomb à écrire en grande quantité ne deviennent jamais bien solides en les brulant; ils demeurent au contraire tendres & fragiles, & se laissent couper au couteau, même quand *ils ont* eu un feu violent: (défaut qui donne lieu néanmoins à des usages très commodes, puis qu'on peut se servir de ces grands creusets découpés pour des Fourneaux portatifs.) On les employe sans les bruler, pourvû seulement qu'on les ait bien fait sécher; ils sont pour l'ordinaire plus gluans, & ont beaucoup moins de disposition à *éclater* que les creusets de Hesse, auxquels cela arrive fort aisément surtout lorsqu'ils sont grands, & qui résistent rarement plus d'une fois à un ouvrage qui demande un feu vif; au lieu que ceux dont il s'agit ici, si l'on s'en sert avec les précautions convenables, peuvent durer longtems, & être employés avec sûreté. On prétend que *Glauber* a laissé comme un secret particulier pour la composition des creusets, le mélange de quatre parties d'argille avec une partie de plomb à écrire. J'en ai fait l'essai; cela devient en effet passablement solide en le brûlant; mais les creusets ainsi faits éclatent aisément, ou du moins reçoivent des fentes, en sorte qu'il faut les manier avec précaution. Ils deviennent aussi tout bruns, après avoir été brulés; on peut en faire un assez bon usage. L'argille avec poids égal de plomb à écrire, se soutient bien au feu; mais ce mélange n'est pas aussi solide que le précédent, & reste un peu fragile. Une partie d'argille avec deux de plomb à écrire résistent bien aussi à la fusion; mais ne laissent pas d'etre un peu plus tendres que la composition précedente. Deux parties d'argille fraiche, quatre de brulée, & une de plomb à écrire, font une bonne composition pour les creusets, qui ré-

fiste au feu, & dont la couleur devient brune. De l'argille fraiche, de l'argille brulée, & du plomb à écrire en poids égal, font aussi des creusets bruns d'une grande solidité. Mais l'argille, la pierre ponce & le plomb à écrire, en poids égal, entrent en flux, & se font entierement écoulés en une fonte brune; ce à quoi l'on ne se feroit pas attendu. Quand on veut empêcher cette espece de creusets d'etre tendres, ce qui leur vient du plomb à écrire, on peut y ajouter un peu de chaux de plomb. J'ai fait des essais dans les proportions suivantes. Quatre parties d'argille & huit de plomb à écrire, avec une de litarge, font un mélange qui se soutient bien au feu, & devient d'un brun noir en le brûlant, mais qui, lorsqu'on le casse paroît encore un peu tendre. Si pour la même proportion on prend deux parties de litarge, la masse résiste aussi bien, mais elle est encore tendre. Quatre parties d'argille & six de plomb à écrire, avec deux de litarge, se soutiennent bien, mais demeurent aussi tendres. Il en est à peu près de même de quatre parties d'argille & autant de plomb à écrire, avec une partie de litarge. Au contraire, quatre parties d'argille & deux de plomb à écrire, avec une partie de litarge, acquierent une dureté & une solidité considérables; & ainsi l'on peut dans les proportions précedentes augmenter la dose de la litarge, ou bien ajouter aussi du *Caput mortuum* de Vitriol, ou du mâche-fer. Alors on employe l'argille & le *Caput mortuum* de Vitriol avec le plomb à écrire, comme un *Lutum* pour les vaisseaux de fer, les chaudieres, les creusets, & les retortes. Si pourtant on veut les mettre encore plus à l'abri des fentes, il est à propos d'employer plus de plomb à écrire que d'argille, & de ne faire entrer dans le mélange, ni sable, ni verre. Les mélanges où l'on met des cailloux, ont coutume d'être plus cassans: par exemple, poids égaux de cailloux & de plomb à écrire, avec autant d'argille qu'il est nécessaire; ou bien, quatre parties de sable, autant de plomb à écrire, & deux de mâche-fer, avec une portion suffisante d'argille. On peut aussi tirer parti des vieux creusets noirs brisés, en les pulvérisant, & en les mêlant dans quelque nouvelle composition, ou armure.

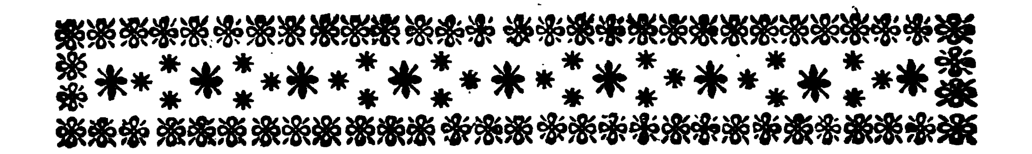
Ces

Ces mélanges rendent des services excellens, en qualité d'armures, quand l'intérieur du creuset est d'une composition compacte & solide; car en le revêtant d'une semblable armure, il dure d'autant plus.

Les Charbons serviront de conclusion à ces recherches. Et ce qui nous donne lieu d'en parler, c'est la remarque véritable & fort importante, que des charbons, dans un creuset bien fermé, peuvent résister, sans se consumer ni même s'altérer, au feu le plus long & le plus violent. *Glauber* est le premier qui ait avancé que des creusets de bonne argille & de poussiere de charbon, battus dans des formes, peuvent soutenir des années entieres le plomb & d'autres metaux en fusion; & il ajoute ailleurs, que des creusets de terre grasse mêlée avec de la poussiere de charbon, battus dans des formes de cuivre, servent aux longuès fusions du Regule d'Antimoine, & du cuivre, pour les dégager de l'or & de l'argent par le moyen du Salpetre. Mais il promet trop, J'ai fait de semblables creusets d'argille & de pousfiere de charbon; dès la premiere fois qu'il ont été brûlés, ils se sont un peu affaissés, & fort resserrés. Ils soutiennent bien le verre de plomb au feu un certain tems, mais à la fin il les perce. Deux gobelets d'argille, un gobelet de pousfiere de brique, & un de fine pousfiere de charbon réduits en masse avec de la biere, & battus ensuite dans des formes en creusets, font une composition à peu près pareille à la précedente. Au reste quand on creuse un charbon solide, & qu'on l'enduit extérieurement de terre grasse avec de l'eau de sel, cela soutient pendant un tems médiocre le verre de plomb. C'est aussi un joli artifice de bien enduire intérieurement des creusets noirs avec une pâte de pousfiere de charbon, d'y mettre ensuite de la chaux métallique, comme de la cendre d'etain &c. envelopée dans un papier, d'entasser dessus de la pousfiere de charbon bien pressée, ensuite de bien luter le creuset, afin que l'air ne puisse pas consumer les charbons; quand le tout est bien seché, alors dans le feu la cendre d'etain sera réduite, & un tel creuset soutient très longtems tous les metaux en flux & sans perte.

* * *

EXAMEN



EXAMEN

DES PARTIES QUI CONSTITUENT CETTE ESPECE DE PIERRES, QUI, APRÈS AVOIR ÉTÉ CALCINÉES PAR LE MOYEN DES CHARBONS, ACQUIERENT LA PROPRIÉTÉ DE DEVENIR LUMINEUSES, QUAND ON LES EXPOSE À LA LUMIERE; AVEC L'EXPOSÉ DE LA COMPOSITION ARTIFICIELLE DES PIERRES DE CETTE SORTE,

PAR M. MARGGRAF,

Traduit du Latin.

I.

J'ai déjà entretenu une fois l'Académie, * au sujet de certaines especes de pierres trouvées en Allemagne, qui, lorsqu'on les a calcinées par le moyen des charbons, deviennent propres à emprunter la lumiere des objets lumineux, & luisent ensuite dans les ténébres. J'ai promis alors † de traitter dans une autre occasion, non seulement des parties qui constituënt cette sorte de pierres, mais encore de la maniere artificielle de les préparer. C'est cette promesse que je vais dégager, autant que j'en suis capable.

II. J'ai déjà donné l'enumération des differentes especes de ces pierres, qu'on tire de diverses Mines d'Allemagne; mais, à parler exactement, toutes ces pierres peuvent se rapporter à deux genres principaux; le premier est celui des vrais Spaths fusibles pesans *; le second celui des pierres speculaires, ou *Marien-glass*. Le premier de

* Voyez le Volume précédent. pag. 56. & suiv.

† *Ibid.* §. XIX.

* *Ibid.* §§. XV. & XVI.

de ces genres, suivant les observations que j'ai déjà rapportées, ressemble à la Pierre de Bologne, quant à la faculté d'attirer la lumiere. Le second a une clarté plus foible ; & au lieu d'une lumiere rouge, il n'en jette qu'une blanche moins sensible. Pour ce qui regarde le mélange des parties qui les constituënt, elles ne laissent d'avoir pour la plus grande partie une entiere convenance entr'elles, comme cela paroîtra par la suite de mes propres Experiences que je vais rapporter.

III. La pesanteur particuliere, tant de nôtre Spath fusible que de la Pierre de Bologne, aussi bien que cette circonstance remarquable dont j'ai fait mention dans mon premier Mémoire §. IX. savoir que ces especes de pierres, après leur calcination avec les charbons, ont une odeur de souffre, & entrent même dans une effervescence sensible avec les acides, ce qui ne leur arrive point, lorsqu'elles sont cruës, ou qu'elles ont été calcinées sans charbons ; ces circonstances, dis-je, m'ont conduit à l'opinion que ces corps sont composés d'un acide vitriolique & d'une terre alcaline. En effet l'odeur de souffre découvre l'acide vitriolique, qui s'y trouve caché, & l'effervescence avec les acides indique la présence de la terre alcaline. Voici les expériences que j'ai faites pour m'assurer de la vérité de cette opinion.

IV. Après avoir choisi des Pierres de Bologne bien nettes, je les ai brisées en petits morceaux qui étoient de la grosseur de pois ordinaires. J'en ai mis deux onces dans une retorte de terre convenable, & bien revêtuë, & j'ai fait en sorte que le tiers de la retorte demeurât vuide. Je l'ai mise ensuite dans un fourneau, où je pouvois augmenter le feu jusqu'au degré le plus violent ; & après y avoir appliqué un récipient de verre bien net, & avoir exactement luté les jointures, j'ai commencé la distillation, & l'ai continuée par degrés, en donnant à la fin le degré le plus violent de feu, & faisant durer la distillation entre trois & quatre heures. Avec tout cela je n'ai pu tirer rien de liquide ; & tout ce qui s'est manifesté, c'est une espece de vapeur séche, à peine observable, qui s'etoit attachée au récipient. Après avoir brisé la retorte, j'ai remarqué non seulement que la cou-

leur de ma pierre de Bologne n'avoit pas beaucoup changé, mais encore que son poids n'avoit pas souffert la moindre diminution. Elle n'etoit pas aussi plus disposée à entrer en effervescence avec aucun acide. J'ai traitté de la même maniere quatre onces du Spath fusible pesant que j'ai indiqué au No. 1. du §. XVI. de mon Mémoire précedent, & auquel celui du No. 2. ressemble parfaitement. Mais, après la distillation, je n'ai rien pû trouver, ni de liquide dans le récipient, ni de sublimé ; & la pierre demeurée dans la retorte conservoit exactement son ancien poids de quatre onces. J'ai fait la même expérience sur quatre onces de pierre spéculaire choisie & bien transparente. Ici j'ai trouvé dans le récipient une liqueur aqueuse, qui n'avoit aucune odeur, ni saveur sensible ; & il est demeuré dans la retorte trois onces, & une dragme & demie, d'un résidu fort blanc & aisément friable. Ainsi la quantité susdite de pierre spéculaire avoit perdu six dragmes & demie de son poids dans la distillation ; ce qui fait voir que les pierres de cette espece renferment encore une médiocre quantité d'eau.

V. Je ne pûs donc, comme j'etois en état de le prévoir d'avance, rien tirer de mes diverses especes de pierre, excepté la quantité d'eau qu'a rendu la derniere ; & je n'ignorois avec quelle tenacité l'acide vitriolique tient à la terre de chaux. Pour séparer donc celui que je soupçonnois se trouver dans mes pierres, j'ai mis en oeuvre un *sujet* inflammable, parce qu'il trahit toujours l'acide vitriolique à l'egard de la sulphurisation. Dans cette vuë j'ai mêlé soigneusement deux onces de Pierre de Bologne pilée bien menu, avec deux dragmes de charbons de bois aussi bien pilés ; j'ai mis ce mixte dans une retorte de terre convenable, & bien revétuë ; &, après y avoir adapté un récipient de verre, & en avoir luté les jointures, j'ai fait une distillation de quatre heures, par degrés, & en donnant à la fin le feu le plus violent. Quand les vaisseaux ont été réfroidis, j'ai trouvé un peu d'esprit volatil de souffre dans le récipient, & environ deux grains de vrai souffre dans le col de la retorte. Le résidu dans la retorte étoit d'un

d'un rouge brun, il entroit dans une forte effervefcence avec l'acide du nitre, auffi bien qu' avec celui du fel commun ; il frappoit les narines d'une odeur de fouffre affez pénétrante ; mais il n'attiroit point la lumiere, ce qui a cependant lieu, quand cette pierre eft calcinée à un feu découvert par le moyen des charbons.

J'ai mêlé de la même maniere deux onces de notre Spath fufible de *Halsbrück*, avec deux dragmes de charbons pilés menu, & en ai fait une diftillation pareille aux précedentes ; après laquelle j'ai trouvé auffi de l'efprit volatil de fouffre, & un peu plus de vrai fouffre. Le réfidu dans la retorte reffembloit au précedent, ayant comme lui les propriétés de l'odeur de fouffre, & de l'effervefcence avec l'acide du Nitre, & n'attirant pas, non plus que lui, la lumiere.

Enfin, j'ai auffi mêlé deux onces de pierre fpéculaire calcinée avec deux dragmes de pouffiere de charbon, & ai traitté ce mélange de la même maniere ; ce qui étant fait, j'en ai tiré les mêmes produits, favoir l'efprit de fouffre, & le vrai fouffre. Mais ce qui reftoit dans la retorte differoit beaucoup des refidus précedens ; car il étoit blanchâtre, avec quelques taches tirant fur le jaune çà & là ; quand on l'expofoit à la lumiere, il s'imbiboit de fes rayons, & étant enfuite porté dans un lieu obfcur y luifoit, en jettant un éclat d'un blanc bleuâtre. La pierre fpéculaire differe donc à cet égard des deux autres genres de pierre, qui requierent abfolument une calcination ouverte. D'ailleurs elle entre, comme les précedentes, en effervefcence avec l'acide de nitre, & donne une odeur pénétrante de fouffre.

VI. Après avoir fait ces premiers effais, j'ai continué l'examen de mes differentes efpeces de pierres, en y joignant un fel alcali végétable. Pour cet effet j'ai préparé un fel alcali de tartre très pur en la maniere accoutumée. J'ai mêlé une once de ce fel de tartre pur avec deux onces de pierre de Bologne, j'ai mis ce mixte dans un creufet de Heffe, que j'ai recouvert d'un autre, & après avoir luté les jointures, je l'ai placé eu feu, j'ai fait la calcination pendant une heure, & à la fin j'ai augmenté le feu ; ce qui étant fait, j'ai trouvé une maffe dans

une médiocre liquéfaction. L'ayant séparée du creuset, après qu'elle a été réfroidie, & l'ayant ensuite pilée, j'en ai tiré tout le sel par le moyen de l'eau bouïllante, j'ai disposé à la crystallisation la lessive filtrée en la faisant évaporer ; & cela m'a donné un sel, qui, après avoir été dissous & crystallisé de nouveau, ressembloit à tous égards, & dans toutes ces circonstances sans aucune exception, au meilleur tartre vitriolé. En effet il imprime à la langue une saveur qui a de l'amertume, il se résout difficilement dans l'eau, si on le met au feu avec une petite quantité de poussiere de charbon, il devient foye de souffre ; & en le faisant ensuite dissoudre dans l'eau, on peut en précipiter de nouveau le souffre engendré, en se servant de vinaigre de vin distillé. Ce sel dissous dans l'eau précipite aussi le Mercure de sa solution dans l'eau forte, & forme avec lui un turbith minéral. En un mot, j'avois des preuves suffisantes pour me convaincre, que ce sel est un vrai & pur tartre vitriolé, composé de l'acide vitriolique mélé dans notre pierre, & du sel alcali fixe que le tartre produit. Quant au reste de matiere terrestre insoluble, qui étoit demeurée dans le filtre, je l'edulcorai parfaitement avec de l'eau, je le fis secher, & je le gardai pour en faire usage.

J'ai fait précisément les mêmes Experiences, tant dans la proportion du poids qu'à l'egard des autres circonstances, avec mon Spath fusible pesant de *Halsbruck*, aussi bien qu'avec une pareille quantité de pierre spéculaire ; & j'ai tiré de ces deux sortes de pierres le même produit salin, c'est à dire, un tartre vitriolé, & les mêmes terres insolubles, que j'ai gardées pour un usage ultérieur.

VII. J'ai de plus travaillé ces trois especes de pierres, chacune à part, avec le nitre épuré. De chaque espece de ces pierres bien pilées j'ai pris deux onces, que j'ai mélées avec une once de nitre épuré ; j'ai mis ce mixte dans un creuset, & j'ai continué mon opération, en y ajoutant du sel alcali de la maniere rapportée dans le §. précedent. Alors chaque espece de pierres m'a donné une masse en liquéfaction, que j'ai séparée du creuset, pilée, & lessivée en y versant de l'eau chaude;

chaude; après quoi j'ai disposé la lessive filtrée à la crystallisation, en la faisant évaporer, ce qui m'a procuré de toutes les trois especes de pierre un sel pareil au précedent, qui avoit été préparé par le moyen du sel alcali. Pour abregér, ce sel étoit véritablement celui qu'on nomme *Arcanum duplicatum*, composé de la partie salino-alcaline du Nitre, & de l'acide vitriolique caché dans ces especes de pierre. Et pour ce qui étoit demeuré de toutes les trois especes dans les filtres, j'ai bien degagé ces terres de leur salure, je les ai fait sécher, & les ai ensuite conservées. J'ai traitté de même un mélange formé de deux onces de poussiere de nos trois especes de pierres, & d'une once de sel commun; mais je n'ai pu découvrir aucun changement sensible, ni dans le sel, ni dans les pierres. Le sel, après avoir été lavé & crystallysé, demeuroit du sel commun, & ne se changea point en sel admirable; & je ne pus remarquer non plus que les terres qui étoient demeurées dans les filtres, eussent souffert aucune altération.

VIII. Je voulus ensuite éprouver de tirer l'acide vitriolique de nos especes de pierre, par le moyen d'un sel alcali fixe, en les cuisant avec de l'eau. Ce qui me suggéra cette idée, c'est ce que j'avois observé, qu'en réduisant ces trois especes de pierres en une poussiere subtile, en les faisant cuire longtems avec de l'eau pure distillée, & en versant alors quelques goutes de lessive alcaline dans cette décoction claire, quelque chose se précipitoit au fonds; d'où l'on pouvoit tirer cette conséquence, qu'il s'etoit fait quelque solution des pierres, & il paroit que la pierre spéculaire y est plus exposée que les autres. Pour m'assurer donc de la chose, je mêlai exactement deux onces de pierre de Bologne pilée, avec une once de sel de tarte pur, dans un mortier net; & y ayant versé quatre mesures d'eau distillée, j'ai fait cuire le tout pendant l'espace de deux heures, en remüant souvant avec une spatule de bois, & en remplissant toujours avec de nouvelle eau ce que la coction faisoit diminuër; enfin j'ai disposé ce liquide à la crystallisation, après l'avoir filtré, en le faisant évaporer; ce qui étant fait, j'ai eu, comme ci-devant, un beau tartre vitriolé. J'ai bien édul-

coré la terre demeurée dans le filtre, je l'ai desséchée, & l'ai gardée.

Ensuite j'ai aussi traitté de la même maniere deux onces de notre Spath fusible souvent mentionné, & autant de pierre spéculaire, chaque matiere séparément; & j'ai remarqué une parfaite convenance entre les sels produits par cette opération, & ceux dont il a été parlé au §. VI. & les terres qui demeuroient, étoient tout à fait pareilles à celles qui avoient été séparées de la maniere précedente.

IX. Après toutes ces expériences il ne pouvoit plus me rester aucun doute sur l'existence d'un acide vitriolique mêlé dans nos especes de pierre: & il étoit question de soumettre encore à l'examen les terres qui demeuroient dans les filtres. J'avois déjà lieu de croire, en raisonnant *à priori*, que ces terres souffroient du changement; & l'expérience acheva de m'en convaincre; car je n'y retrouvai plus les propriétés des pierres précedentes. En effet ces pierres, sçavoir le Spath fusible pesant de Saxe, la pierre de Bologne cruë, & la pierre speculaire, n'entroient en effervescence avec aucun acide: au contraire, ces terres y entroient, & surtout elles étoient résoluës par l'acide du nitre & du sel. Ces terres, principalement si elles ont été auparavant en quelque sorte embrasées, dégagent sur le champ le sel volatil du sel armoniac ordinaire, si on les pile ensemble, & qu'on les humecte avec un peu d'eau; elles dissolvent aussi avec abondance le souffre commun, à la façon de la chaux vive ordinaire, en les cuisant avec de l'eau, & dans tout le reste, elles font entierement voir les mêmes propriétés que les pierres à chaux. Ces terres peuvent aussi être rétablies dans leur premier état, c'est à dire, que l'art en peut refaire des pierres de l'espece à laquelle elles ont appartenu, en leur rendant ce qu'elles ont perdu dans les opérations précedentes.

X. J'ai repris les terres de mes trois especes de pierre, qu'on a vuës §§. VI. VII. & VIII. être demeurées dans les filtres, & avoir été desséchées, & que je viens de ranger §. IX. au nombre des terres de chaux. J'en ai dissous chacune à part dans la quantité d'acide de nitre,

tre,

tre, qui étoit nécessaire à la rigueur pour en procurer la solution, & en versant peu à peu l'acide de nitre tant qu'il demeuroit en effervescence avec ces terres. Ensuite j'ai filtré chacune de ces solutions, après les avoir délayées auparavant dans une médiocre quantité d'eau, & j'y ai versé encore un peu d'eau dans le filtre même, afin de laver entierement toute la solution; après quoi j'ai précipité chacune de mes solutions séparément par le moyen d'un esprit de vitriol préparé d'une partie d'huile de vitriol la plus blanche, & de trois parties d'eau pure, & j'ai versé de l'esprit de vitriol aussi longtems qu'il s'est précipité quelque chose au fonds. J'ai ensuite mis ce précipité dans un filtre, j'y ai versé deux ou trois fois de l'eau froide, & ensuite encore quelquefois de l'eau chaude. Après que l'eau s'est écoulée, j'ai séché mon précipité. C'est par cette voye que j'ai tiré de chacune de mes terres un produit selenitique, blanc comme neige, brillant, en forme de petits crystaux, & qui se dissout difficilement dans l'eau. Après avoir aupavant embrasé en quelque sorte ces concretions, je les ai pilées & broyées séparément, & les ayant réduites en masse par le moyen d'une bouïllie de tragacanthe, j'ai desséché cette masse, je l'ai stratifiée avec les charbons, & l'ai calcinée à un feu ouvert; ensuite dequoi, ces matieres étant réfroidies, chacune d'elles s'est trouvée propre à recevoir la lumiere d'un autre corps lumineux, & à luire dans les ténébres. Ainsi il en étoit de même de ces produits que des précedens; &, ce qui est bien digne de remarque, la lumiere de celles d'entre ces pierres reproduites qui étoient de la terre de Pierre de Bologne, étoit plus foible que la lumiere des pierres produites par la terre séparée de nôtre Spath fusible d'Allemagne. Celle de la pierre speculaire étoit aussi pâle, comme je l'ai déjà dit dans le précedent, & aussi dans celui-ci. En un mot, la lumiere avoit un rapport marqué avec la pierre d'où elle naissoit; celle du Spath fusible étoit extrèmement vive, celle de la Pierre de Bologne reproduite un peu moindre, & celle de la pierre spéculaire la plus foible de toutes.

XL. Ce-

XI. Cependant j'avois remarqué que la proportion de sel alcali fixe, préparé du tartre, que j'ai indiquée dans les §§. VI. & VIII. ne suffisoit pas pour séparer parfaitement la terre de chaux de nos especes de pierres. J'ai donc entrepris encore quelques Expériences, par lesquelles je me suis assuré qu'il faloit une plus grande quantité de ce sel alcali, & je recommande en conséquence la proportion & la maniere suivante. Qu'on mêle exactement quatre onces de nôtre Spath fusible avec six onces de sel de tartre pur, qu'on les fonde au creuset, qu'on les réduise en poussiere, qu'on les fasse cuire dans l'eau, qu'on filtre la lessive, qu'on les mette en crystallisation, enfin que la terre qui demeure dans le filtre, soit bien édulcorée & desséchée ; toutes ces choses étant faites, on tirera de nôtre Spath fusible deux onces & demie & trois dragmes de terre de chaux. On peut ensuite verser sur cette terre de l'acide de nitre, aussi longtems qu'il entre en effervescence avec elle. Mais ici j'ai observé qu'il restoit dans cette solution une médiocre quantité de terre insoluble, qui s'arrêtoit dans le filtre, & qui, après avoir été bien délivrée de sa salûre & desséchée, donnoit le poids d'environ cinq dragmes, & ressembloit à tous égards à la terre d'argille. Car il s'en forme, de même que de l'argille, une masse tenace avec l'eau, & quand après l'avoir desséchée, on la calcine à couvert, en donnant un degré moderé de feu, on peut la cuire jusqu'à la durcir. Si l'on mêle deux parties de cette terre séparée avec une partie de cailloux pilés bien fin, qu'on les réduise en une masse par le moyen d'une médiocre quantité d'eau, & qu'on les fasse secher, ce mixte devient ensuite, en lui donnant un feu violent, une masse à demi-transparente, en forme de porcelaine, qui frappée contre l'acier rend des étincelles en abondance. Que si l'on réduit cette terre seule en masse avec de la bouïllie de tragacanthe, qu'on fasse sécher la masse, & qu'on la calcine immédiatement par le moyen des charbons, elle n'en devient pas plus propre à recevoir la lumiere. Il en est presque de même de la Pierre de Bologne. Au contraire, la terre qu'on a séparée de la maniere susdite de quatre onces de pierre spéculaire, par le moyen

moyen d'un ſel alcali, ne laiſſe dans le filtre qu'une once, & une dragme & demie, de terre de chaux, qui ſe diſſout entierement, tant dans l'acide du nitre que dans celui du ſel, ſans laiſſer la moindre partie argilleuſe dans la ſolution. Il n'y a presque point de doute que cette terre argilleuſe, mêlée fort étroitement dans le mixte, ne puiſſe cauſer la difference du plus & du moins de ſolubilité entre la Pierre de Bologne & le Spath fuſible de Saxe. La pierre ſpéculaire au contraire ſe diſſout beaucoup plus aiſément dans l'eau; & je ne doute pas même qu'il ne pût s'en faire une entiere ſolution en la faiſant cuire fortement dans une grande quantité d'eau.

Je dois ajouter ici que notre pierre gypſeuſe de *Speremberg*, & quelques autres ſans doute du même ordre, ſont compoſées des mêmes parties que la pierre ſpéculaire, & qu'on peut les ſoumettre aux mêmes épreuves, de la maniere qui a été décrite ci-deſſus. Seulement je crois avoir obſervé que la pierre de gypſe contient une quantité un peu moindre d'acide vitriolique; & c'eſt là la cauſe, ou peut-être auſſi quelques particules martiales déliées qui s'y trouvent mêlées en même tems, c'eſt, dis-je, la cauſe, pourquoi cette pierre, quand on la calcine par le moyen des charbons, ſe diſtingue des précedentes, en n'acquèrant point la proprieté de recevoir la lumiere.

XII. Après avoir ainſi démontré aſſez evidemment, à ce que j'eſpere, quelles ſont les parties eſſentielles de nos genres de pierres, je paſſe préſentement à la maniere artifielle de les compoſer, en ſe ſervant d'autres terres de chaux, avec le ſecours d'un acide vitriolique. Je me ſouviens fort bien à la vérité, que dans mon Mémoire précedent j'ai nié, & à bon droit, que la choſe puiſſe réüſſir avec de la craye que j'avois ſaoulée d'esprit de nitre, & que j'ai poſitivement déclaré qu'en la calcinant par le moyen des charbons, elle n'acquiert point la force d'attirer la lumiere. Mais c'eſt une choſe qui deviendra facile à comprendre, ſi l'on fait réfléxion que l'acide vitriolique forme avec les terres de chaux une concrétion ſelenitique, dont la ſolution eſt difficile; d'où il réſulte qu'en verſant de l'eſprit de vitriol ſur de la craye

craye on ne la diffoudra pas parfaitement, parce que fa furface fe recouvre en un inftant d'une croute felenitique, qui empéche qu'on ne la puiffe parfaitement faouler ; & quoiqu'au moyen de certaines précautions, on pût peut-être en venir à bout, cela ne réüffira jamais au moins que fort difficilement de cette maniere.

XIII. Pour cet effet j'ai donc pris de l'eau de chaux vive parfaitement faoulée, parce qu'il s'y trouve réellement des particules de chaux diffoutes. J'en ai verfé douze mefures dans une grande retorte de verre, j'y ai ajouté environ une once d'huile de vitriol, & j'ai tout bien mélé en le remuant. J'ai pofé cette retorte dans une coupelle pleine de fable, & ayant adapté le récipient, & en diftillant par degrés, j'ai fait fortir environ trois quarts de mefure d'une liqueur aqueufe; enfuite, les vaiffeaux étant réfroidis, j'ai trouvé au fonds de la retorte de petits cryftaux felenitiques minces, que j'ai féparés par la filtration, je les ai lavés & fait fécher, & après cela je les ai en quelque maniere calcinés, je les ai pilés en pouffiere, j'en ai fait une maffe avec de la bouïllie de tragacanthe, j'ai exécuté la ftratification avec les charbons de la maniere que j'ai fouvent indiquée, & je lui ai fait fucceder la calcination. J'ai expofé alors le produit calciné à la clarté du jour, & le regardant enfuite dans un lieu ténébreux, j'ai vû avec beaucoup de plaifir qu'il avoit reçu la lumiere de la même façon que le fait la pierre fpéculaire ; car il jettoit une lueur blanche, il fentoit le fouffre, & il avoit une parfaite conformité avec la pierre fpéculaire calcinée de la même maniere. La même chofe m'eft arrivée, après avoir calciné une quantité de marbre le plus blanc, l'avoir éteinte d'ans l'eau, & avoir joint à cette eau de l'huile de vitriol, comme j'ai dit que j'avois fait avec l'eau de chaux vive : ce qui étant fait, j'ai eu la même concrétion felenitique, & avec les mêmes propriétés que ci-devant.

XIV. Mais l'opération s'exécutoit avec beaucoup plus de promtitude, lorsque je prenois des folutions de terre de chaux faites dans d'autres acides, comme dans celui de nitre ou de fel, & que j'y joignois

gnois l'acide vitriolique. J'ai d'abord mis en oeuvre la pierre de chaux de *Rüdersdorff*, dont j'ai dissous une certaine quantité dans l'esprit commun de nitre, qu'on a coutume d'appeller eau forte ; & j'ai jetté dans cet acide du nitre de petits morceaux de pierre de chaux, tant qu'il a voulu en résoudre, par lequel moyen je me suis procuré une solution parfaitement saoulée, que j'ai ensuite bien filtrée. J'ai délayé cette solution saoulée dans environ quatre parties d'eau, & j'y ai versé ensuite de l'esprit de vitriol susdit, préparé en mêlant trois parties d'eau distillée avec une partie d'huile de vitriol, j'en ai, dis-je, versé *une fois* autant que j'avois pris de solution de chaux, j'ai exactement mêlé le tout, & j'ai laissé reposer ce mixte pendant l'espace d'environ vint quatre heures, au bout desquelles j'ai trouvé un beau précipité blanc, crystallin, & qui avoit toutes les propriétés du produit selenitique que j'avois préparé précedemment par le moyen de l'eau de chaux vive. Si l'on prend une plus grande quantité d'eau pour délayer la solution de chaux, qu'on y ajoute de l'esprit de vitriol, qu'on en procure le mélange en les remuant bien, & qu'on les laisse reposer ; alors l'esprit de vitriol se mêle au commencement d'une maniere claire avec la solution de terre de chaux, mais à la fin ce mixte commence à se troubler, & cela va toujours en augmentant ; après quoi, au bout de vint quatre heures ou au delà, on trouve un précipité semblable au précedent, mais qui est encore plus crystallin, lequel etant édulcoré avec de l'eau, en quelque sorte calciné, réduit en masse avec la bouillie de tragacanthe, & calciné par le moyen des charbons, m'a donné une belle concretion, qui reçoit parfaitement la lumiere. La même chose m'est arrivée en précipitant de la maniere susdite par le secours de l'acide vitriolique une solution de sel armoniac fixe, qui n'est autre chose qu'une solution de terre de chaux dans l'acide du sel. La liste suivante indiquera la difference de ces produits quant à la propriété de recevoir la lumiere.

XV. 1. Ce corps selenitique, dont j'ai dit au §. précedent qu'il étoit le précipité d'une solution de pierre de chaux de *Rüdersdorff*,

 faite

faite dans l'esprit de nitre, par le moyen de l'esprit de vitriol, en le calcinant avec les charbons de la maniere que j'ai souvent indiquée, jettera une lumiere blanche.

2. Celle du corps selenitique, qui est préparé en la maniere susdite de la solution du sel armoniac fixe, sera rougeâtre.

3. Le précipité de la craye dans l'esprit de nitre donnera une lueur blanche.

4. Un corps semblable, préparé de la solution du Spath calcaire dans l'esprit de nitre, répandra une lumiere rougeâtre.

5. Celui qui procede de la solution d'une pierre des bains de Carlsbad dans l'esprit de nitre, aura une lumiere pâle, & tirant sur le rouge.

6. La solution d'écailles d'huitre faite dans l'esprit de nitre, précipitée par l'esprit de vitriol, & calcinée avec les charbons, donnera une lumiere rouge.

7. La solution de marbre dans l'esprit de nitre, précipitée par l'esprit de vitriol, & calcinée, jettera une lumiere blanchâtre.

8. Le *Stalactites* de la caverne de *Baumann*, dissous dans l'esprit de nitre, précipité par l'acide vitriolique, & traitté de la même maniere, offrira pareillement à la vuë une lumiere blanche.

Tous ces précipités sont de véritables especes de selenites. Car quoiqu'on puisse les dissoudre en quelque sorte de nouveau dans une grande quantité d'eau; il en est néanmoins de même des trois especes de pierres susdites, savoir de la Pierre de Bologne, du Spath fusible pesant, & surtout de la pierre spéculaire. Au reste toutes ces especes, aussi bien que les suivantes, ont aussi un fort grand rapport avec la pierre spéculaire en ceci; c'est qu'après avoir été renduës propres à recevoir la lumiere par leur calcination avec les charbons, elles n'en jettent pourtant qu'une fort foible, & beaucoup moins vive que celle de la Pierre de Bologne & du Spath fusible; à quoi il faut ajouter qu'après cette préparation elles s'exfolient & s'affaissent plutôt à l'air, ce qui n'arrive pas aux deux autres especes de pierres. Il en faut peut-être chercher la cause dans ce qu'il n'y a

point

point de fubftance argilleufe entremêlée dans les efpeces de pierre fpéculaire.

XVI. Il etoit néceffaire à préfent d'éprouver les folutions fusdites des terres des chaux, par le moyen des autres fels, qui contiennent une abondance d'acide vitriolique. J'ai donc pris une folution de pierre de chaux faite dans l'efprit de nitre, & délayée dans de l'eau, de même qu'une autre folution de la même pierre faite dans l'efprit de fel, je l'ai mêlée avec une folution de vitriol de Mars faite dans l'eau & filtrée; & j'ai obfervé que l'acide vitriolique de la folution de vitriol de Mars attaquoit en peu de tems la terre de chaux, & la jettoit au fonds en forme de précipité felenitique. La même chofe arrivoit avec une folution de Vitriol de Venus, auffi bien qu'avec une folution de Vitriol blanc. Ces précipités, auparavant bien édulcorés, ayant été calcinés avec les charbons de la maniere que j'ai fouvent indiquée, je n'ai point remarqué qu'ils attiraffent la lumiere; ce qu'il faut fans doute attribuër aux petites parties metalliques, qui font en obftacle à cette force de recevoir la lumiere. Les folutions fusdites de terres de chaux, faites tant dans l'acide du nitre que dans celui du fel, font auffi précipitées fous une très belle forme felenitique par le moyen de l'alun diffous dans l'eau froide; car j'ai effectivement précipité des folutions de craye, de pierre de chaux, de ftalactite, d'ecailles d'huitre, de pierre des bains de Carlsbad, & d'autres concretions calcaires femblables, faites dans les acides fusdits; je les ai, dis-je, precipitées en très beaux produits felenitiques, par le moyen de l'alun diffous dans l'eau froide; & ces précipités, auparavant bien édulcorés, defféchés, & enfuite calcinés avec les charbons, ont attiré la lumiere avec beaucoup de force, & comme les préparations rapportées au §. XV. Il faut encore remarquer, que fi la lumiere qui fe montre à la furface de ces efpeces de pierres artificielles ne paroît pas affez belle, il n'y a feulement qu'à les rompre, & expofer l'endroit rompu à la lumiere, après quoi on le trouvera fuffifamment lumineux. Afin de prefcrire auffi une certaine proportion d'alun & de folution de terres alcalines, on peut

se servir de la suivante. Qu'on fasse dissoudre trois ou quatre onces d'alun dans une mesure d'eau froide ou tiede; qu'on filtre cette solution; qu'on prenne six onces de quelque solution de chaux saoulée, & qu'on les délaye dans environ un demi-mesure d'eau. Qu'on verse sur cette solution la solution précedente d'alun, qu'on les méle exactement en les remuant bien, qu'ensuite on les mette reposer pendant vint quatre ou quarante huit heures; qu' après cela on fasse écouler le liquide, & l'on trouvera un précipité selenitique crystallin, qu'il faut d'abord édulcorer avec de l'eau frôide, & à la fin une ou deux fois avec de l'eau chaude, & finalement le faire doucement sécher.

XVII. Nos solutions de terres de chaux, faites dans l'acide du nitre, ou du sel commun, sont précipitées de la même maniere par les solutions des sels assez connus des fontaines medicinales, qui sont impregnées d'acide vitriolique, & ce précipité forme une concretion selenitique. Par exemple; la solution des terres de chaux quelconques, peut être précipitée en selenite par la solution du sel d'*Ebesham*, de *Sedlitz*, des bains de *Carlsbad*, & de tous les autres sels des fontaines medicinales, qui ont un acide vitriolique. Cela fait voir avec quelle avidité la terre de chaux saisit l'acide vitriolique, & se réünit avec lui. Mais ce qu'il y a de particulier ici, c'est qu'au lieu que suivant les §§. VI. VII. VIII. & XI. le sel alcali fixe rompt cette union de la terre de chaux avec l'acide vitriolique, dont il la dégage, & *s'associe* lui-même avec cet acide; au contraire l'acide vitriolique, qui est mêlé avec le tartre vitriolé, n'abandonne pas moins vîte son sel alcali, auquel d'ailleurs il tient si fortement, pour occuper la terre de chaux, dès qu'il y touche. En effet, (ce qui m'a causé un extrême plaisir,) la solution de toute veritable terre calcaire a été précipitée en forme de selenite par la solution du tartre vitriolé dans l'eau froide; & ce précipité d'abord édulcoré, & ensuite calciné avec les charbons, m'a donné un beau corps lumineux, qui rendoit une lumiere blanche. La même chose m'est arrivée en précipitant des solutions de terre de chaux par la solution de sel admirable; car, aprés la préparation convenable, j'en

j'en ai pareillement tiré un corps, qui rendoit une lumiere blanche. J'ai fait évaporer la liqueur qui surnageoit à la solution de terre de chaux, précipitée par le tartre vitriolé ; ce qui étant fait, j'ai tiré de la solution de terre de chaux dans l'esprit de nitre, de beaux crystaux prismatiques, qui ressembloient à tous égards au nitre pur ordinaire ; indice certain que l'acide du nitre, qui avoit été auparavant uni à la terre de chaux, s'etoit associé ici avec le sel alcali du Tartre vitriolé. Pour cette liqueur que j'avois fait écouler de la solution de terre de chaux, précipitée par le sel admirable de *Glauber*, elle m'a fourni le vrai nitre cubique ; ce qui montroit encore, que l'acide du nitre qui se dégage, lorsque l'acide vitriolique s'unit à la terre de chaux, avoit attaqué la terre du sel commun, & s'etoit uni à elle. Et lorsque j'employai l'acide du sel commun pour la solution des terres de chaux, j'eus de l'une & de l'autre maniere un sel commun régéneré.

XVIII. Ayant ainsi démontré avec assez de clarté, à ce que j'espère, les parties qui constituent nos trois especes de pierres; on aura beaucoup plus de facilité à comprendre, comment il peut s'engendrer de semblables pierres en abondance dans la terre. En effet il s'y trouve assez d'eaux, qui déposent une quantité de stalactite, qui le plus souvent n'est autre chose qu'une pierre de chaux ; & ainsi on ne doit regarder ces eaux que comme des solutions de terre de chaux. Il y a pareillement sous terre beaucoup d'eaux vitrioliques, alumineuses, & en général d'eaux remplies de ces sels moyens des fontaines medicinales, qui contiennent un acide vitriolique. Ne concoit-on donc pas sans peine, que de semblables solutions, si elles viennent à se rencontrer, & à se méler ensemble, pourront former une grande quantité de nos especes de pierres ; lesquelles étant solubles dans l'eau, (ce qu'il faut également entendre des concretions naturelles, & des concretions artificielles,) peuvent acquérir très aisément à force de tems, & par voye de crystallisation, toutes ces figures differentes qu'elles nous offrent, la longueur du tems pouvant aller plus loin dans la production de ces effets que les opérations de l'art ? Les personnes qui cultivent

tivent l'etude de l'Histoire Naturelle, & qui demeurent dans les Païs de Montagnes, pourroient faire des observations fort utiles sur ce sujet.

XIX. Je crois qu'il est encore nécessaire de rapporter une circonstance singuliere de nos produits calcinés, & rendus propres à recevoir la lumiere; & cela me fournira une correction pour le dernier §. de mon Mémoire précedent. J'ai indiqué dans cet endroit, comme une chose remarquable, que les pierres artificielles en question, si, sans avoir été auparavant exposées à la lumiere, elles sont mises dans une chambre ténébreuse sur un fourneau chaud, commenceront à luire, lorsqu'elles viendront à s'échauffer; & j'ai été dans l'idée que la chaleur du fourneau produisoit cet effet, qui se manifeste autrement dans ces corps par le moyen des rayons du jour, ou d'une chandelle allumée. Mais une expérience ulterieure m'a donné un autre sentiment. Car, ni nos especes de pierres préparées & disposées à recevoir la lumiere, ni le Phosphore de *Balduin*, quand on les met dans les ténébres sur un fourneau chaud, ne commenceront point à reluire, si ces matieres ont passé auparavant huit ou quinze jours dans l'obscurité; au lieu que cela leur arrivera toujours, si un, deux ou trois jours avant, elles ont été un peu exposées à la lumiere, & l'ont attirée, & qu'après cela on les ait laissées dans les ténébres. Car alors, quoiqu'on ne puisse y observer quoi que ce soit de lumineux en les portant dans l'obscurité, elles jetteront une fort belle lumiere, dès *qu'elles* participeront à la chaleur d'un fourneau. Il paroit donc vraisemblable, que les particules de lumiere qui y sont demeurées de l'attraction précedente qu'elles en ont fait, sont seulement chassées par la chaleur du fourneau, puisque cette pierre préparée, quand elle demeure longtems sur le fourneau, perd à la fin toute sa lumiere. En attendant c'est une veritable joye d'avoir pu revenir ainsi de mon erreur, puisque par là il ne me reste plus aucun doute sur la véritable faculté d'attirer la lumiere que possedent nos especes de pierres préparées.

XX. Enfin je dirai en peu de mots, & en forme de corollaire, que nos especes de pierres, sçavoir la Pierre de Bologne, aussi bien que le Spath

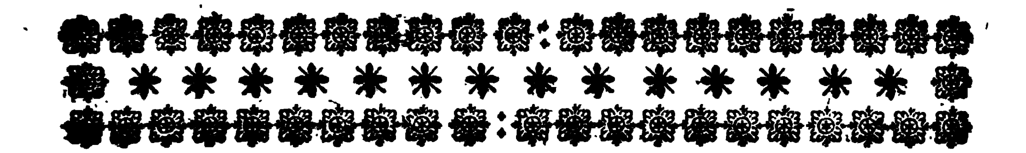
Spath fusible, si on les calcine par les charbons, peuvent à la fin éprouver une entiere solution dans l'eau, sans qu'il reste qu'une très petite quantité de terre, sans doute argilleuse. Il suffira d'en alléguer pour exemple, notre Spath fusible. Deux onces de ce Spath, auparavant calcinées & pilées, ensuite réduites en masse avec la bouïllie de tragacanthe, séchées, & enfin calcinées avec les charbons, ont perdu dans cette calcination deux dragmes & demie, & quinze grains, de leur poids, en sorte qu'il restoit une once, cinq dragmes & quinze grains; dont ayant fait ensuite l'extraction avec de l'eau distillée bouïllante, il en est provenu un résidu blanc, & comme embrasé, qui après avoir été bien désseché pesoit six dragmes & demie, & quinze grains, ayant ainsi perdu dans l'extraction six dragmes & demie, qui s'etoient mélées dans l'eau. J'ai réduit de nouveau en masse ces six dragmes & demie & quinze grains dont j'ai premièrement parlé, je les ai fait sécher, & les ai calcinées avec les charbons; ce qui étant fait, j'ai trouvé une masse, qui avoit perdu une dragme & demie de son poids, & qui par conséquent pesoit encore cinq dragmes & quinze grains. Cette masse rendoit encore fort bien la lumiere, L'ayant pilée de nouveau, j'en ai fait soigneusement l'extraction par l'eau bouïllante, & j'ai versé cette liqueur extraite, claire & filtrée, sur la précedente. Ainsi il y eut ici deux dragmes & trente grains de residu. Je les pilai de nouveau, & les ayant calcinés encore avec les charbons, j'en tirai deux dragmes d'une masse, qui reçoit mieux la lumiere, quoique ce surcroît soit peu considérable, & qui étoit médiocrement compacte. Après avoir pilé cette masse, j'en ai fait de nouveau une extraction exacte avec l'eau bouïllante, & j'ai ajouté cette eau à la précedente; ce qui étant fait, le residu a été d'une dragme & vint grains. Je l'ai calciné avec les charbons, & j'ai recouvré alors une dragme & un demi-scrupule d'une masse, qui n'attiroit pas le moins du monde la lumiere, & n'exhaloit plus aucune odeur de souffre, paroissant tout à fait semblable à de l'argille cuite, ne pouvant plus être dissous dans l'eau, n'entrant plus en effervescence avec l'eau forte, & ne pouvant plus être détruit de

cette

cette maniere. Après cela j'ai filtré la liqueur que j'avois décapulée de mes diverses extractions, faites avec l'eau distillée; & l'ayant à la fin disposée par l'evaporation à la crystallisation, j'en ai tiré des crystaux qui sentoient le souffre, que j'ai ensuite desséchés avec un liquide incrystallisable, qui ressembloit à la solution de souffre, faite par le moyen de la chaux vive; ensuite je l'ai mis à distiller dans une retorte de verre, à laquelle j'avois adapté un récipient, & j'ai continué jusqu'à l'incandescence; ce qui étant fait, j'ai trouvé, outre un peu de liqueur qui sentoit le souffre, une quantité du plus beau souffre qui s'etoit attaché au cou de la retorte; ce qui restoit, formoit une espece de poussiere, ou corps blanchâtre, qui étant exposé à la lumiere, ne l'attiroit point du tout. J'ai mis cette matiere dans un creuset, & l'ai bien embrasée; ensuite, après le réfroidissement, je l'ai exposée à la lumiere, qu'elle a attirée, aussi bien que nos préparations precedentes, quoique plus foiblement, & a lui dans les ténébres. Voilà ce que j'ai à dire pour le présent de nos especes de pierres. C'est assez pour nous de sçavoir avec certitude, que leurs parties essentielles consistent dans une terre de chaux intimément liée avec un acide vitriolique; & qu'en général tous les précipités des solutions des terres de chaux dans l'acide de sel & de nitre, qui se font par le moyen de l'esprit de vitriol, sont de semblables concrétions selenitiques; au nombre desquels on peut rapporter les préparations usuelles de Medecine qu'on nomme Magisteres épileptiques, cordiaux, & autres semblables.



OBSER-



OBSERVATION D'ANATOMIE ET DE PHYSIOLOGIE CONCERNANT UNE DILATATION EXTRAORDINAIRE DU COEUR, QUI VENOIT DE CE QUE LE CONDUIT DE L'AORTE ÉTOIT TROP ÉTROIT,

PAR M. MECKEL,

Traduit du Latin.

Le célébre M. *Lancisi*, Auteur très exact, en rapportant, dans le Livre également beau & utile qu'il a écrit *sur le mouvement du coeur & sur les anevrismes*, toutes les causes des anevrismes, & des dilatations du coeur qu'on peut appeller surnaturelles, en a omis une, que ni lui, ni aucun autre, n'ont peut-être jamais observée, & qui pourtant suffit presque seule pour causer une dilatation universelle de tout le coeur; c'est l'Aorte, lorsqu'il arrive qu'elle soit plus étroite qu'elle ne doit l'être naturellement. En effet il n'y a dans tout le corps humain aucune proportion qui soit aussi nécessaire à la conservation de la santé, que celle des forces du coeur avec les forces des arteres. Aussi-tôt qu'il y arrive quelque altération, le sang ne peut plus se mouvoir par tout le corps avec la même liberté; mais, si les forces du coeur sont trop grandes, & la résistance des Vaisseaux trop foible, le sang accable par sa masse les artères & les veines, il les dilate, les affoiblit, & y produit ces expansions qu'on nomme *Anevrismes*, & dont l'Auteur que nous avons cité, rapporte (a) divers exemples remarquables, sans compter ceux, qui se trouvent dans d'autres

X 2

(a) *De Anevrismat.* Lib. I. Prop. 38. & Lib. II.

tres Ouvrages, où la même matiere est traittée. Au contraire, si c'est la force des arteres qui surpasse celle du coeur, alors le sang par sa trop grande quantité produit le même effet sur le coeur, en le relâchant & le dilatant fort au delà de son état naturel; ce qui ne manque pas d'arrêter la circulation naturelle du sang. On trouve à la vérité dans les Auteurs un assez grand nombre d'exemples d'accidens de cette nature; il y en a dans *Lancisi*, (b) dans *Kerckring*, (c) & l'un des plus rares est celui que rapporte *Wepfer*, d'une dilatation du coeur, causée par l'ossification de l'aorte & de ses valvules; mais on ne lit nulle part que la structure trop étroite de l'aorte ait été le principe d'une pareille dilatation, suivie de la mort. C'est donc ce qui nous fait regarder comme une chose utile, & même nécessaire, de faire part au Public d'une Observation aussi rare qui l'est celle sur laquelle va rouler ce Mémoire.

Parmi cette grande quantité de cadavres, dont nôtre Theatre Anatomique est un des mieux fournis, grace aux ordres du Roi, & aux soins des Directeurs, on apporta il y a quelque tems le corps d'une jeune fille de dix-huit ans. C'etoit un corps assez fluet, la poitrine étoit étroite, comprimée, & longue, les membres & les os étoient petits & délicats. La personne dont étoit ce cadavre, avoit été dès sa première enfance fort encline à la colère, elle avoit mené une vie sédentaire, presque toujours occupée à coudre, & elle avoit été de tems en tems tourmentée de palpitations de coeur, & d'angoisses, qui étoient suivies d'un tremblement universel des membres du corps. Comme elle étoit de basse condition, tout le remède qu'on apportoit à ces symptomes, c'etoit de lui faire boire un coup d'esprit de vin; mais l'usage fréquent de cette boisson rendit bientôt son état beaucoup plus fâcheux. Elle atteignoit alors sa quinzième année, tems où les régles commencerent à se manifester dans cette fille. Mais comme elles ne parurent point, les maux dont elle avoit été affligée, devinrent

(b) *De Repentinis morbiss* Lib. II. Observ. 2.

(c) Dans le *Spicileg. Observ. Anat.*

rent depuis ce tems-là beaucoup plus violens. Son corps étoit dans une agitation continuelle, son pouls toujours tremblotant, ses angoisses & ses palpitations la tourmentoient sans relâche, elle s'attristoit de jour en jour; & comme elle n'avoit d'autre ressource que la liqueur dont nous avons parlé, on ne peut guères concevoir un état plus misérable que celui auquel elle étoit réduite. Cependant un Chirurgien, que les parens de la fille avoient appellé à son secours, entreprit de suppléer aux défaut des régles par quelques saignées & par des remèdes propres à les pousser, y ajoutant l'usage des purgatifs; mais il y perdit ses peines. Tout au contraire à chaque saignée, ou à chaque prise de remedes irritans, tout alloit de mal en pis; jusqu'à ce qu'enfin, à l'age de dix-huit ans, les régles ayant toujours refusé de paróitre, les tremblemens du corps & du pouls allant en augmentant, & les palpitations étant devenües de véritables syncopes, la malade privée de toutes ses forces, & hors d'état de se soutenir, s'allita; & ayant passé quatre semaines au lit, avec des palpitations continuelles, & une extrème difficulté de respirer, elle mourut dans un état de suffocation.

J'ai disséqué moi-même ce cadavre; & en faisant l'injection des arteres, j'ai trouvé que tous les rameaux de l'Aorte, & que cette artère elle-même descendante par *l'abdomen*, étoient d'une structure merveilleusement étroite; mais, lorsque j'ai eu ouvert la poitrine, cette proportion de l'aorte a paru encore bien plus endommagée. Car le coeur, que je destinois à être rempli d'une injection cereuse, & que je découvrois à cause de cela avec beaucoup de circonspection, occupoit presque toute la cavité gauche de ce *thorax* étroit, les poûmons étant pourtant libres, & tenant à leurs cavités, sans aucune adhésion, ni au médiastin, ni à la pleure. Je fus surpris de l'insigne grandeur du coeur, que le pericarde envelopoit néanmoins d'une maniere lâche; je trouvai la substance charnuë de ses ventricules plus molle & plus relâchée qu'elle ne doit l'être naturellement; & le ventricule gauche n'etoit presque pas plus fort que le droit. Toutes les

 vei-

veines avec les cavités du coeur étoient gonflées d'un sang noir; l'artère du poumon (*fig.* I. *lett.* F.) étoit d'une très grande largeur à proportion de l'aorte, & un sang épais & polypeux la remplissoit; le sinus pulmonal étoit (*fig.* 2. *lett.* C.) fort ample, fort rempli, & s'elevoit fort au delà du sinus de la veine cave (*fig.* 1. *lett.* D.) mais pour l'aorte (*fig.* 1. *lett.* G.) elle étoit si étroite que son diametre étoit de la moitié plus petit que celui de l'artère du poumon, qu'il auroit néanmoins dû naturellement surpasser ou du moins égaler. (d) Le coeur tout entier étoit extraordinairement dilaté, & sa pointe avoit une figure obtuse que lui donnoient les ventricules, dont l'expansion s'etendoit jusques-là. L'ayant rempli d'une matiere cereuse, afin que les parois étenduës fissent d'autant mieux voir à quel point sa proportion avoit été altérée, je l'ai fait peindre, & j'en représente dans ces deux Planches la partie antérieure & la partie posterieure, avec un autre coeur pareillement rempli de matiere cereuse, & dont les ventricules & les vaisseaux ont leur grandeur naturelle, afin qu'on soit en état d'appercevoir exactement, de combien le coeur étoit plus gros, & l'aorte plus étroite que les dimensions naturelles.

Les observations qu'on a faites sur les cadavres, ont appris, que la proportion naturelle des grands vaisseaux du coeur entr'eux, est telle que dans un adulte le diamètre de l'aorte est de 13. lig. pied de Paris; ce qui donne pour quarré 169. Si dans le même coeur l'artere du poûmon a pour diamètre 12, ou $12\frac{1}{2}$, d'où résultent pour quarrés 144 ou 156. la proportion de ces derniers est aux quarrés des veines du poûmon comme 156 ou 144 : 96, c'est à dire comme 2 : 3. Pour la proportion des sinus de la veine du poûmon & de la veine cave, elle est beaucoup plus difficile à déterminer. D'autres l'ont posée comme 4 : 5; pour moi tout au contraire, à en juger par les coeurs que j'ai remplis de matiere cereuse, le sinus de la

(d) Mon illustre & respectable Maître, M. *de Haller*, a ainsi déterminé cette proportion de l'Aorte à l'Artère du poûmon. Voyez son *Comment. sur Boerhaave* vol. II. p. 28. not. d. & pag. 139. not. a. à la fin.

la veine du poumon a été le plus souvent à celui de la veine cave comme 7 : 6.

Or les vaisseaux de notre coeur dilaté présentent des proportions toutes differentes. Car le diametre de l'aorte (*fig.* 1. *lett.* G.) dans l'endroit où elle sort du coeur, est de huit lignes, pied de Paris, & celui de l'artère du poûmon (*fig.* 1. *lett.* E.) qui lui répond est de treize lignes. Ainsi les quarrés ont été dans la proportion de 64 : 169. Les quarrés des diametres de toutes les veines du poûmon (*fig.* 2. *lett.* EFGHI.) étoient à celui de l'artère du poûmon dans la proportion de 169 : 152; (e) & par conséquent les quarrés de l'artère & des cinq veines du poûmon étoient à l'aorte, comme $2\frac{1}{2}$ à 1. D'où il s'ensuit que l'artère & les veines du poumon apportoient une fois & demie plus de sang, que l'aorte n'en faisoit sortir du ventricule gauche; & cela suffit pour expliquer tous les maux que cette pauvre créature avoit soufferts pendant sa vie.

Toutes les fois que les anciens Medecins, dans les dissections des cadavres, trouvoient des coeurs plus gros que de coûtume, ils en inféroient que les personnes auxquelles ces coeurs avoient appartenus, étoient sujettes à la colère; en quoi ils suivoient une opinion vulgairement reçüe, faute d'avoir assez soigneusement approfondi la raison de ce Phenomene. Il est pourtant vrai que la grosseur & le relâchement du coeur, qui procedent de la résistance des vaisseaux, peuvent disposer ceux qui sont dans cet état à la tristesse & à la colère. Car les vaisseaux artèriels résistant trop par leur force supèrieure à l'action qui doit produire l'évacuation du coeur, reçoivent une trop petite

(e) Voici quelles étoient les proportions des diametres & des quarrés des veines du poûmon.

Veine		diametre		quarré	
I.		7.		49.
II.	— —	3.	— —	9.
III.	— —	7.	— —	49.
IV.	— —	3.	— —	9.
V.	— —	6.	— —	36.

tite quantité de sang, & en portent moins au cerveau & aux autres parties du corps où se font les secretions, que ne le demandent ces secretions des liqueurs, dont le corps a besoin pour sa conservation. De plus cette petite quantité de sang que le coeur pousse, avec la force qui lui reste, dans les vaisseaux artèriels, qui ont une trop grande force de contraction, y est si rapidement pressée, qu'il n'y a pas l'espace de tems suffisant pour que le liquide passe dans les canaux secretoires qui sont à côté, mais coulant encore avec impétuosité il se jette d'abord dans les vaisseaux des veines qui leur sont continus, & passe par dessus les vaisseaux secretoires. Ajoutez à cela que les veines contenant presque toute la masse du sang, sont trop gonflées, & qu'en retrécissant les petits orifices & les petits canaux des vaisseaux secretoires, tant dans le cerveau que dans les autres parties, elles apportent des obstacles d'autant plus grands à la régularité des opérations secretoires. La secretion de la bile ne peut pas se faire *plus* abondamment que les autres; car quoique le sang hepatique achève son cours par les vaisseaux de la veine porte, & qu'ainsi il éprouve une moindre pression que le reste du sang, cependant la résistance qu'il éprouve à sa sortie du foye de la part des rameaux de la veine cave, cause une trop grande dilatation aux rameaux de la veine porte, ce qui comprime les vaisseaux secretoires, & empêche la secretion de la bile; de la même maniere qu'une simple plethore met obstacle en général aux secrétions. Il reste donc alors dans le sang des parties acres & bilieuses qui auroient dû en être séparées, & qui donnent occasion à divers symptômes de jaunisse & d'irritation du cerveau. Tant que le sang abonde ainsi dans toutes les veines du corps & dans les vaisseaux du poûmon, les malades endurent continuellement une sensation facheuse causée par cette replétion des vaisseaux, ils deviennent incapables de toute action, & ils tombent dans les accès de tristesse & de colère qui sont ordinaires dans l'hypocondrie.

Le mouvement importune ceux qui sont dans cet état, parce que les muscles sont tout gonflés du sang des veines, & qu'etant en même

même tems privés de la quantité nécessaire de fluïde nerveux, ils ne sçauroient exercer leur contraction. Mais plus de tels malades évitent le mouvement, plus ils deviennent incapables d'en prendre, & plus s'augmente la cause du mal, c'est à dire, la résistance des artères. Car c'est une chose nécessaire à la conservation de la santé dans tout corps, que le sang soit chassé dans les veines par le mouvement des muscles; & quand ce mouvement vient à manquer, le sang peut facilement croupir dans les veines, qui n'ont point de force de contraction qui leur soit propre; du moins la circulation se fait trop lentement, parce que la seule force des artères est obligée d'effectuer toute la propulsion du sang par les veines. Les muscles venant donc à perdre leur action, les veines se dilatent de plus en plus, les parties du corps se tendent, & les secretions vont toujours en diminuant; tandis que d'un autre côté la résistance des artères au coeur augmente, parce que le coeur, trop tendu par ce sang, en devient d'autant moins capable de surmonter la résistance de l'aorte, étant en même tems privé de la quantité requise de fluïde nerveux, dont la secretion diminuée comme toutes les autres causoit dans nôtre malade la foiblesse du corps & le tremblement des membres.

La saignée ne sçauroit apporter ici aucun soulagement; c'est plutôt une nécessité qu'elle augmente le mal. En effet, quand on desemplit les veines de quelque partie de leur sang, la résistance qu'elles font aux artères diminüe; & moins les artères éprouvent de resistance, plus elles acquierent de force elastique, & exercent d'action sur le fluïde qu'elles renferment, pourvû qu'il demeure une quantité de ce fluïde qui suffise pour réagir. La force élastique des artéres étant augmentée, elles résistent au coeur plus qu'auparavant, lorsque la résistance du sang les contraignoit à se dilater davantage. Le sang pressé avec plus de force par les vaisseaux, y coule aussi avec plus de rapidité; & par conséquent la pression des artères sur le sang augmentant sa vitesse, le frottement des parties du sang, & avec ce frottement la chaleur & la raréfaction, prennent plus de force. Par où il paroit que

que la saignée augmente la résistance des artères au coeur, & que la force du coeur ne peut plus y pousser qu'une moindre quantité de sang. En attendant la vîtesse du cours du sang dans les artères étant accrüe, il passe dans les veines la méme quantité de sang que celle qui y circuloit auparavant avec plus de lenteur, & ce sang plus raréfié tend les veines tout comme avant la saignée; c'est pourquoi les veines de tout le corps, avéc le coeur & les poumons, soutenant dans la même proportion la charge d'une trop grande quantité de sang, sont dans une tension, qui irrite, plutôt que de les diminuer, tous les symptômes du mal, angoisses, tremblemens, palpitations, &c. Aussi la jeune fille en question les endura-t-elle tous à la suite de la saignée.

Lorsqu'il se jette dans le coeur une fois & demie plus de sang, que le coeur n'en peut chasser dans les parties du corps, (comme en font foi les quarrés de l'artère & des veines du poûmon une fois & demie plus grands que celui de l'aorte,) il faut de toute nécessité que le coeur ne puisse jamais bien se vuider. Le ventricule antérieur, ou droit, a par sa structure naturellement lâche beaucoup plus de dilatabilité que le ventricule postèrieur, ou gauche, dont la pleine évacuation ne peut être empêchée, ni le relâchement proceder que d'une extrême résistance de l'aorte. Il doit donc naître de cette résistance de l'aorte des symptômes beaucoup plus violens que ceux qui peuvent arriver, lorsqu'il n'y a que l'entière évacuation du ventricule droit qui soit empêchée. Car le sang tendant continuellement toutes les veines du corps & les vaisseaux des poûmons jusqu'au coeur, & étant ensuite arrêté à sa sortie par l'aorte, il charge sans cesse l'embouchure veineuse des deux ventricules; & entrant dans le coeur avec une quantité une fois & demie plus grande que celle qui en est chassée dans le corps, les ventricules qui ne sont jamais exactement vuidés, ne cessent d'agir sur le sang qui y demeure, parce que le nouveau sang qui y entre les irrite & les détermine à la contraction. (f) Cette irritation con-

(f) Voyez les expériences qui le prouvent dans la Dissertation inaugurale de M. *Ens*; *De caussa vices alternas cordis producente*, imprimée à Utrecht, en 1745. §. XXXVII. & suiv.

continuelle du coeur, & son action trop fréquente sur le fluïde qu'il contient, causent le tremblement du pouls, l'augmentation de la résistance, & l'empêchement du cours, produisent les palpitations, & à la fin les tremblemens & les angoisses, qui ont si fort désolé notre malade, & qui ne venoient que de la résistance de l'aorte.

La violence de tous ces symptomes prit surtout ses accroissemens dans cette jeune fille, lorsque la plethore augmentée causa une expansion de tous les vaisseaux du corps. Les années les plus incommodes & les plus dangereuses pour le sexe, sont celles où les régles sont prêtes à commencer, & celles où elles tendent à leur fin. Dans l'un & dans l'autre de ces tems, le sang qui se trouve avec trop d'abondance dans les vaisseaux du corps, devient la cause de plusieurs maladies. Si les régles ne parurent point du tout dans la personne dont il s'agit, c'est que le sang étoit porté des artères aux parties naturelles dans une quantité au dessous de celle qui étoit requise pour cette excrêtion; & aussi que les vaisseaux excrètoires de l'uterus, étant trop élastiques, trop étroits & trop forts, refusoient le passage au sang avec une résistance que le coeur n'etoit pas en état de surmonter, en envoyant une quantité suffisante de sang dans l'uterus. Faute donc de ce flux, les vaisseaux des veines trop tendus par le sang qui les remplissoit, irriterent tous les symptomes; & depuis ce tems-là il falut absolument qu'on vit augmenter à vuë d'oeil la difficulté de respirer, parce que les vaisseaux des poûmons trop tendus comprimoient les cellules qui reçoivent l'air des bronchies; aussi bien que les tremblemens, les angoisses & les palpitations, parce que la quantité du sang qui remplissoit les cavités du coeur étoit plus grande que celle dont ces mêmes cavités pouvoient effectuer l'evacuation.

On doit faire aussi attention que les remedes dont la malade avoit fait usage, & le genre de vie qu'elle menoit, étoient bien plus propres à aggraver son état qu'à l'allèger. J'ai déjà fait voir ci-dessus, que la saignée augmentoit la cause & les accidens du mal, en augmentant la force des artères. Mais le Chirurgien y avoit encore joint des

emmenagogues, qui avec les purgatifs, ont excité de plus en plus par leur force irritante les vaisseaux à la contraction, au lieu que, pour se promettre un effet salutaire des remèdes, on auroit dû travailler au contraire au relâchement des Vaisseaux. Pendant ce tems-là la malade elle-même, à force d'esprit de vin, renforçoit sans cesse la disposition des vaisseaux à se contracter, & donnoit au sang une raréfaction, qui achevoit de gonfler les veines déjà tenduës par la seule plénitude, & opéroit la compression de toutes les parties. L'inaction & la vie sedentaire arrêtant aussi le reflux du sang par les veines, l'y faisoit croupir de plus en plus. C'est pourquoi, tout mouvement du corps ayant cessé, quand la malade vint à s'alliter, le progrès de tous les maux fut alors fort rapide, jusqu'à ce que le sang tendant excessivement les veines & toutes les cavités du coeur, redoubla les palpitations, & s'arrêtant enfin dans les vaisseaux du poûmon, d'où l'aorte lui refusoit la sortie, causa la suffocation qui fut suivie de la mort. De là vient que dans le cadavre toutes les cavités du coeur avec les veines de tout le corps & les vaisseaux du poûmon, étoient remplis de sang coagulé; & il faloit que cela fut ainsi, puisque c'étoit le croupissement de ce même sang, qui avoit causé la mort. En effet, tant que le coeur avoit pû surmonter la résistance de l'aorte, & faire entrer le sang dans cette artère & dans ses rameaux, il n'y avoit pas moyen que la malade périt de suffocation; mais le coeur insensiblement affoibli & relâché, tant par son extrème replétion que par l'action trop fréquente qu'il étoit obligé d'exercer, ne fut plus à la fin en état de surmonter la résistance de l'aorte, & de se débarrasser de la masse de sang qu'il contenoit, de sorte que sa contraction cessant, il cessa de se mouvoir & de vivre.

Ce qui nous reste encore de plus remarquable à considérer à l'egard de ce coeur, c'est une chose particuliere aux vaisseaux du poûmon, exclusivement aux autres vaisseaux du corps humain; & qui, dans le cas que nous rapportons, ne souffrit aucun changement, malgré l'expansion plus que naturelle qu'éprouverent ces vaisseaux. Une Obser-

vation

vation connuë & commune en Physiologie, (g) c'est que l'artère du poûmon a plus de largeur que la veine qui l'accompagne, par une dimension contraire à celle de toutes les autres artères, qui sont toujours beaucoup plus étroites que les veines par tout le reste du corps. *Santorinus* est le premier qui ait trouvé les justes calculs de cette proportion, & il a donné (h) pour rapport du quarré des veines au quarré de l'artère du poûmon la proportion de 39 : 47. Toutes les Observations exactes de ces proportions, prises sur les cadavres, s'accordent avec les siennes. L'Auteur Anglois *Nichols* a prétendu (i) à la vérité avoir trouvé une proportion contraire, par laquelle le quarré des veines seroit à celui de l'artère du poumon, comme $\frac{5}{4}$ à 1. Mais si jamais aucune observation faite d'aprés les corps auroit du favoriser le calcul de *Nichols*, ce seroit assurément la nôtre; puisque le sang accumulé au devant du ventricule gauche du coeur, & agissant avec force pour tendre les veines du poûmon, auroit pu en augmenter considèrablement les canaux. Mais dans ce coeur, dont le sang avoit pourtant dilaté toutes les parties, la proportion des quarrés des veines à celui de l'artère du poumon, ne laissa pas de demeurer dans la raison de 152 : 169; c'est à dire la méme que les autres Physiologues ont observée dans l'etat naturel du coeur; ce qui prouve que *Nichols* a fait son calcul d'après des veines du poûmon dont la structure n'etoit point du tout conforme à la Nature, ou qu'il a mal pris ses dimensions des quarrés des Vaisseaux du poûmon. Nôtre méme observation répand aussi de l'incertitude sur la mesure que l'illustre M. *de Senac* a donné de la proportion des vaisseaux, suivant laquelle il fait le quarré des veines plus grand que celui des artères. Car il ne peut

 jamais

(g) On trouve cette Observation souvent répétée dans le Comment. de M. *de Haller* sur *Boerhaave*. Voy. le Tom. II. p. 31. *not*. d. p. & 165. *not*. β. Voyez aussi *Aurivillius*, dans sa belle Dissertation, *de cavitatum cordis inæquali amplitudine*, §. II - X.

(h) *Santorin. Observ Anatom.* Cap. VIII. p. 144. 145.

(i) Philos. Trans. N. 410.

jamais y avoir eu de cause plus propre à étendre davantage les vaisseaux du coeur & du poûmon, que ce défaut de passage qui empêchoit le sang de passer du ventricule gauche dans l'aorte. Aussi une autre mesure que M. *de Senac* a prise des vaisseaux du poumon, s'est trouvée fort differente de la première, qu'il paroit avoir plutôt employée en vuë de réfuter *Santorinus*, qu'afin d'en faire une régle constante. Cette seconde mesure s'accorde beaucoup mieux avec la nature, & avec les déterminations que nous & d'autres avons indiquées; car il y met les quarrés de l'artere & des veines du poûmon dans la proportion de 3 : 2. Cette difference entre les veines du poûmon & les autres a paru de tout tems une question interessante en Physiologie; & ceux qui ont cherché la cause & la raison de ce phenomene se sont partagés en diverses opinions. *Helvetius*, qui a le premier observé cette diversité propre aux veines du poûmon, a été dans l'idée que la densité du sang, causée par le rafraichissement que l'air y apporte dans les plus petits vaisseaux des poûmons, étoit cause que le sang occupant moins d'espace dans la veine que dans l'artere, dilatoit celle-ci davantage, & produisoit moins cet effet sur les veines du poûmon. *Santorin* entr'autres a réfuté cette opinion, & a fait voir que la condensation du sang étoit tout à fait insuffisante pour l'explication de ce phénomene. Il a donc allégué une autre cause, sçavoir que le reflux du sang se fait avec plus de vitesse par les veines du poûmon, au lieu que le passage est plus difficile par l'artére du poûmon, d'où il a inféré que l'artére du poûmon & le ventricule droit souffrent plus de dilatation par cette résistance que les veines; mais il n'a point dit, pourquoi les veines, ou l'artére du poûmon ne sçauroient être dilatées par la résistance que le sang leur oppose.

Michelotti, Auteur Italien, cherchant la cause de ce fait dans l'utilité qui revient de la structure étroite des veines du poûmon, a voulu expliquer (k) ce phenomene en supposant que le sang de la veine du poûmon a plus de fluïdité que celui de l'artere, & qu'ainsi il tend

(k) Dans une Lettre à M. *de Fontenelle*.

tend & dilate moins les veines que les artères; mais il suffit pour détruire ce sentiment d'observer, que la pression du sang étant plus grande dans les artères, y doit tout au contraire augmenter la fluïdité, au lieu que dans les veines où le sang coule fort aisément d'un canal plus étroit dans un plus large par la force de son poids, cet effet de la pression ne sçauroit être tel qu'il le prétend. Ajoutez encore une raison pour laquelle le sang doit avoir plus de densité dans les veines du poûmon, que dans l'artère; c'est que, par cette vapeur qui sort des vaisseaux des poûmons, & surtout de leurs petits rameaux artériels, le sang se dépouïlle de plusieurs particules aqueuses, avant que de passer dans la veine du poûmon; d'où il résulte nécessairement qu'il avoit plus de fluïdité dans l'artère, qu'il ne lui en reste dans les veines. Mais la quantité de cette vapeur n'est pas assez considérable, pour causer entre les veines du poûmon & l'artère une proportion qui soit comme 2 à 3.

C'est pourtant à de pareilles opinions qu'ont acquiescé la plupart des Physiologues; seulement les plus modernes ont cherché dans la résistance du sang à son passage par l'artère du poûmon, la cause de la dilatation de cette artère & du ventricule droit; & pour la capacité plus étroite des veines, ils l'ont attribuée à la condensation du sang, par laquelle il occupoit moins d'espace. Tout récemment un Suèdois, (*Aurivillius*,) dans une fort belle Dissertation qu'il a donnée sur l'inégalité des cavités du coeur, a prouvé que la circulation même du sang, par les obstacles divers & fréquens qui l'embarrassent dans le poûmon, est la cause de ce que le ventricule droit & l'artère du poûmon ont plus de largueur que la veine. Il fait voir que l'artére du poûmon & le ventricule droit sont construits de maniere à ceder facilement à la quantité du sang qui les dilate, au lieu que le passage du sang à travers les veines du poûmon n'est pas aussi libre. En effet c'est l'inspiration qui fait passer le sang des artères dans les veines du poûmon, en allongeant les plus petits rameaux des veines qui sont affaissés & se rident dans l'exspiration, ce qui fait qu'ils résistent à leur réplétion,

tion, lorsqu'ils doivent recevoir le ſang des plus petits rameaux de l'artère du poûmon. Or la dilatation des poumons par l'inſpiration, en leur donnant plus d'eſpace, les allonge, & au lieu que ces petits tuyaux dans l'expiration étoient comprimés & ovales, ils deviennent dans l'inſpiration plus circulaires, dont la capacité eſt la plus grande. Mais lorsque l'exſpiration dure un peu trop longtems, ce qui arrive fort ſouvent pendant la vie, ſoit lorsqu'on parle trop longtems, ou qu'on fait quelque autre action qui prive le poûmon d'air, ſans reprendre baleine, alors on attire une plus grande quantité de ſang qu'il n'en peut paſſer pendant le même tems par les veines; d'où il arrive que les petits rameaux des veines du poûmon, obſtrués en partie par l'inflammation qui y naît ou par la lenteur du ſang, réſiſtent au courant de ſang qu'apporte l'artére du poûmon. C'eſt pour cela donc qu'il étoit d'une néceſſité abſoluë que l'artére avec le ventricule droit du coeur euſſent plus de dilatabilité que la veine, de peur que le ſang arrêté à ſon paſſage des veines du poûmon dans l'artère, n'en dechirâtes petits rameaux, s'ils n'avoient pû ceder. Cela fournit une explication entierement ſatisfaiſante du phénomene en queſtion, ſçavoir d'où vient que la dilatation du ventricule droit eſt plus grande que celle du gauche, & la dilatation de l'artère du poûmon plus grande que celle de la veine; & je ne vois pas qu'il y ait rien à y ajouter. Mais on n'a pas été plus loin, & l'on n'a pas ſeulement penſé à chercher dans la ſtructure & dans l'inſertion des veines du poûmon la raiſon de la ſingularité qui les rend ſi étroites dans cette partie du corps, tout au contraire de ce qu'elles ſont dans les autres. Toutes les recherches ſe ſont bornées à expliquer l'amplitude de l'artère du poûmon & du ventricule droit du coeur; & l'on s'eſt contenté d'attribuer la capacité étroite des veines au changement que le ſang éprouve dans les poûmons, & à l'augmentation de la vîteſſe de ſon cours à travers les veines. L'Auteur Suedois que nous avons cité, a cependant cru, (1) & avec raiſon, que les obſervations faites ſur les cadavres de perſonnes, en qui

(1) *ub. ſupra.*

les

les organes de la respiration avoient beaucoup souffert par le sang qui s'y étoit engorgé, pouvoient être d'un grand usage pour l'explication de ce phénomene. Effectivement, si cette proportion des veines aux arteres du poûmon demeure moindre, même dans ceux en qui le sang apporté par les veines du poûmon souffre des obstacles qui l'arrêtent dans son passage au ventricule droit du coeur, il s'ensuit de là que la cause de cette differente capacité des vaisseaux dont nous parlons, doit se trouver dans la structure même des veines du poûmon, & non dans le changement qu'y produit le sang qui les remplit.

La chose devient indubitable, si l'on examine l'insertion des veines du poûmon dans leur ample sinus; on apperçoit évidemment qu'il y a des raisons mechaniques, en vertu desquelles ces veines doivent être plus étroites que les autres veines du corps & que l'artère du poûmon. En effet les veines du poûmon s'inserent (*fig.* 2. *lett.* E. F. G. H. I.) dans un sac quarré membraneux d'une très grande largeur, qui s'appelle le sinus, ou sac pulmonal; & cette insertion se fait par des endroits tout à fait différens. Ce sinus pulmonal reçoit le sang des veines du poûmon, & se vuide dans le ventricule gauche du coeur. Or dans le coeur sur lequel roule ce Mémoire, le ventricule avec l'oreille gauche (*fig.* 2. *lett.* D.) qui lui sert d'appendice, pouvoit contenir plus de sang que le ventricule gauche n'en recevoit en une fois. Car dans l'etat de dilatation où se trouvoit ce coeur, la proportion de ce sinus pulmonal au ventricule gauche étoit beaucoup plus grande qu'elle ne l'est naturellement; & cette grandeur étoit tellement augmentée, que sa hauteur qui n'a coutume d'être qu'égale à la moitié de la hauteur du ventricule posterieur, avoit autant de longueur qu'en a ce ventricule depuis sa base jusqu'à sa pointe, lorsque ce sinus & le ventricule eurent été remplis; ce qui faisoit 32 lignes, pied de Paris; & pour sa largeur, depuis l'oreille gauche jusqu'au bord droit du sinus, elle étoit de 30 lignes, quoique naturellement elle n'aille pas au delà de vingt. Quant à l'espace depuis sa paroi posterieure jusqu'à celle qui sépare le sinus droit de la veine cave du sinus pulmonal, dans l'endroit où

où il étoit le plus étroit, il avoit 19 lignes; & dans celui où il étoit le plus large, il en avoit 22; de sorte que cela faisoit une cavité quarrée extrèmement dilatée, qui est marquée dans la fig. 2. par la lettre C. Sa capacité s'etoit pareillement accruë en raison de sa grandeur, & il pouvoit contenir jusqu'à douze onces, au lieu que le ventricule gauche n'en contenoit pas au delà de quatre. Ainsi cet accroissement passoit le triple de la capacité naturelle du sinus pulmonal: observation, qui fait bien voir que le sinus pulmonal est susceptible d'une extraordinaire dilatation. De plus c'est une chose reconnuë, que la pression sur les cotés des vaisseaux dilatables s'accroît en raison de la masse, ou de la capacité; en sorte qu'un vaisseau dilatable qui a de l'amplitude, est bien plus dilaté par le fluïde qu'il contient, qu'un canal qui le reçoit par un orifice étroit. La pression du fluïde sur le canal se réduit même presque à rien, à proportion que son embouchure est moindre par rapport au vaisseau dans lequel elle s'insere. Or l'embouchure de la plus grande des veines du poûmon par rapport à la cavité où elle s'insere, est comme 49: 1118; d'où l'on voit que la pression du sang sur ce canal est très petite à proportion de celle qui a lieu sur le sac pulmonal; & que par une conséquence de son plus grand diamètre, ce sac est bien plus aisément dilaté par le sang qui y entre, s'il rencontre de la résistance quand il veut en sortir, que ne le font les veines du poûmon. Car celles-ci s'inserent en divers endroits (*fig.* 2. *lett.* E.F.G.*H.I.*) dans l'ample sinus pulmonal; & le sang qui aborde ainsi par plusieurs petits canaux, peut couler tout à fait librement dans ce sinus, sans exercer aucune pression sur ces canaux, pourvû qu'il se décharge dans le sinus, dont il pressera alors & dilatera les cotés, après avoir quitté le canal où il couloit librement. De plus, dans l'etat naturel, les veines du poûmon trouvent ce sinus pour la plus grande partie vuidé lorsqu'il a chassé dans le ventricule gauche du coeur le sang qu'il a reçu; en sorte qu'une onde de sang, amenée par le pouls précedent, est jettée du sinus dans le ventricule, sans que les veines du poûmon éprouvent dans leur évacuation aucune résistance de la part du sang

qui

qui a été précedemment dans le ſinus. Le ſang coulant donc avec une parfaite liberté des poûmons dans le ſinus pulmonal par ces canaux divergens des veines du poûmon, ne ſçauroit les dilater. Mais il leur arrive ce qui réſulte clairement de nôtre Obſervation, & qui qui eſt confirmé par les Loix de l'Hydroſtatique; c'eſt que le ſinus qui a de l'amplitude eſt plus facilement dilaté, que les canaux des veines du poûmon, qui ſont étroits. D'où il s'enſuit que, ſi le ſinus a été évacué, le ſang qui coule par les veines du poûmon, ne ſçauroit naturellement leur faire ſouffrir aucune preſſion. Comme outre cela le chemin des veines au ſinus pulmonal par les poûmons eſt très court, le ſang peut exercer d'autant moins de preſſion ſur ces canaux. Toutes les raiſons de dilatation que nous obſervons dans les autres veines du corps humain, n'ont aucun lieu par rapport aux veines du poûmon. Car les premières ont un beaucoup plus grand eſpace à parcourir par tout le corps que celles-ci; & dans ce long eſpace, où il ne leur reſte que la force qu'elles conſervent de l'impreſſion des artères, pour pouſſer le ſang qui par le poids même de ſa maſſe reſiſte à ſon cours, le mouvement des muſcles venant à manquer, le ſang doit revenir par les veines au ſinus droit du coeur; mais il rencontre tant d'obſtacles à ſurmonter en ſon chemin, qu'il eſt d'une parfaite néceſſité que la maſſe du ſang ainſi retardée dilate les canaux des veines dans tout le reſte du corps. Outre cela le ſang des veines du corps trouve à ſa ſortie pour entrer dans le ſinus & le ventricule droit du coeur, beaucoup plus de difficulté, que celui des veines du poûmon. Car les veines caves, la ſupérieure & l'inférieure, forment par leur concours le ſinus droit, dans lequel l'onde ſupérieure du ſang peut preſſer l'inférieure, ſoit que le corps ait une ſituation droite, ou penchée; & ces veines ont de fort grandes embouchures, par leſquelles elles s'inſerent dans leur ſinus, où elles portent une beaucoup plus grande quantité de ſang que les veines du poûmon dans le leur. Nôtre Obſervation confirme encore que le ſinus droit n'eſt pas ſi dilatable que le ſinus pulmonal, puiſque celui-ci s'etoit

 élargi

élargi presque le double plus que l'autre, au lieu que naturellement le finus droit a coûtume d'etre plus grand que le gauche, ou du moins de lui être égal. De plus, le fang du ventricule droit du coeur trouve beaucoup plus d'obftacles à fon paffage par le poûmon à travers la foible artère du poûmon, que le fang du ventricule gauche n'en rencontre naturellement par l'aorte. Or dès que la fortie du fang hors du finus droit eft empêchée, il eft forcé de croupir dans les veines caves & des les dilater; & ces veines par la ftructure de leur finus cedent davantage, & font beaucoup plus lâches que les veines du poûmon. Au contraire il parôit par ce qui a été dit ci-deffus, que lorsqu'il y a des obftacles à la fortie du fang, le grand finus pulmonal fe dilate, mais que cela n'arrive point aux veines étroites du poûmon; d'où il fuit que la raifon pour laquelle ces veines ont des proportions moindres que celles des autres veines du corps, & de l'artère du poûmon qui y répond, confifte principalement dans leur infertion à l'ample finus pulmonal, qui produit un défaut de réfiftance & de preffion de la part du fang qui y eft contenu, & qui paffe à travers ces veines. Puisque toutes les caufes, qui produifent la dilatation des veines dans le refte du corps, n'ont aucun lieu à l'egard de celles du poûmon, il eft clair qu'en vertu de leur ftructure & de leur infertion, elles ne peuvent changer leur diamètre naturel, fuivant la régle; la caufe ceffant, l'effet ceffe auffi.

Je fuis donc bien éloigné de croire, avec *Helvetius* & d'autres Phyficiens, que le rafraîchiffement & la condenfation du fang foyent la caufe pour laquelle ces veines font plus étroites. Cette caufe n'eft point fuffifante pour produire cet état des veines, & pour le conferver, lorsque la libre fortie du fang hors du ventricule gauche eft arrêtée, comme cela a lieu dans le cas de nôtre Obfervation, où la proportion de ces veines eft demeurée la même, quoique la capacité du finus pulmonal eut été augmentée.

Ce n'eft pas au refte fans une très grande utilité que la nature a fait le finus pulmonal fi dilatable, & qu'elle a mis les veines du poûmon à l'abri de la preffion du fang; car par cette ftructure il arrive que, de la même ma-

maniere que le ventricule droit peut contenir le ſang, qui eſt arrêté à ſon entrée dans l'artère du poumon, & à ſon paſſage par les poûmons; de même auſſi, le ſinus pulmonal peut garder le ſang apporté par les veines du poûmon, que le ventricule gauche ne reçoit pas. Cet arrangemen auroit pû devenir très aiſément préjudiciable au corps, ſi les veines du poûmon avoient eu la même dilatabilité que celles du reſte du corps. En effet en s'etendant elles boucheroient le paſſage au ſang qui arrive par les petits rameaux de l'artère du poûmon; & étant trop dilatées elles agiroient d'autant plus avec les artères pour preſſer les cellules des poûmons, & refuſer l'entrée à l'air. La Nature a donc voulu, que le ſang, après avoir ſurmonté les défilés étroits des petits rameaux de l'artère du poûmon, pût refluër librement par les veines dans le ſinus pulmonal. C'eſt pour cela qu'elle a ouvert cinq embouchures, ou petits troncs, qui aboutiſſent à un grand ſac dilatable, où elles peuvent porter leur fluïde librement & ſans riſque qu'il régorge. Car la cavité du ventricule gauche étant moindre, & n'ayant aucun mouvement de pulſation, reçoit une quantité de ſang moindre que celle qui eſt apportée de l'artère du ponmon par les veines du poûmon; or ce qui demeure dans les veines y croupiſſant, accableroit les poûmons, & cauſeroit des oppreſſions continuelles, s'il n'y avoit été pourvû par la fabrique du ſinus pulmonal, qui contient le reſte du ſang du ventricule gauche, ſans en recevoir aucun dommage, & empêche par la facilité qu'il a à ſe dilater une trop grande expanſion des veines du poûmon, qui nuïroit à la reſpiration. La jeune fille, dont le coeur étoit dans l'etat extraordinaire que j'ai décrit, n'auroit pû même vivre ſi longtems, ſi le ſinus pulmonal par ſa dilatabilité n'avoit ſuffi à contenir & garder le ſang arrêté à ſa ſortie par l'aorte. Car ce ſang auroit tellement dilaté les veines du poûmon, dans leſquelles il auroit autrement falu qu'il croupît, qu'il auroit fermé l'entrée, & au ſang qui arrivoit par l'artère du poûmon, & à l'air, par la compreſſion que les vaiſſeaux gonflés de ſang auroient cauſée aux cellules des poûmons; ce qui auroit avancé de beaucoup la ſuffocation.

❧ ❧ ❧

EXPLICATION DES FIGURES.

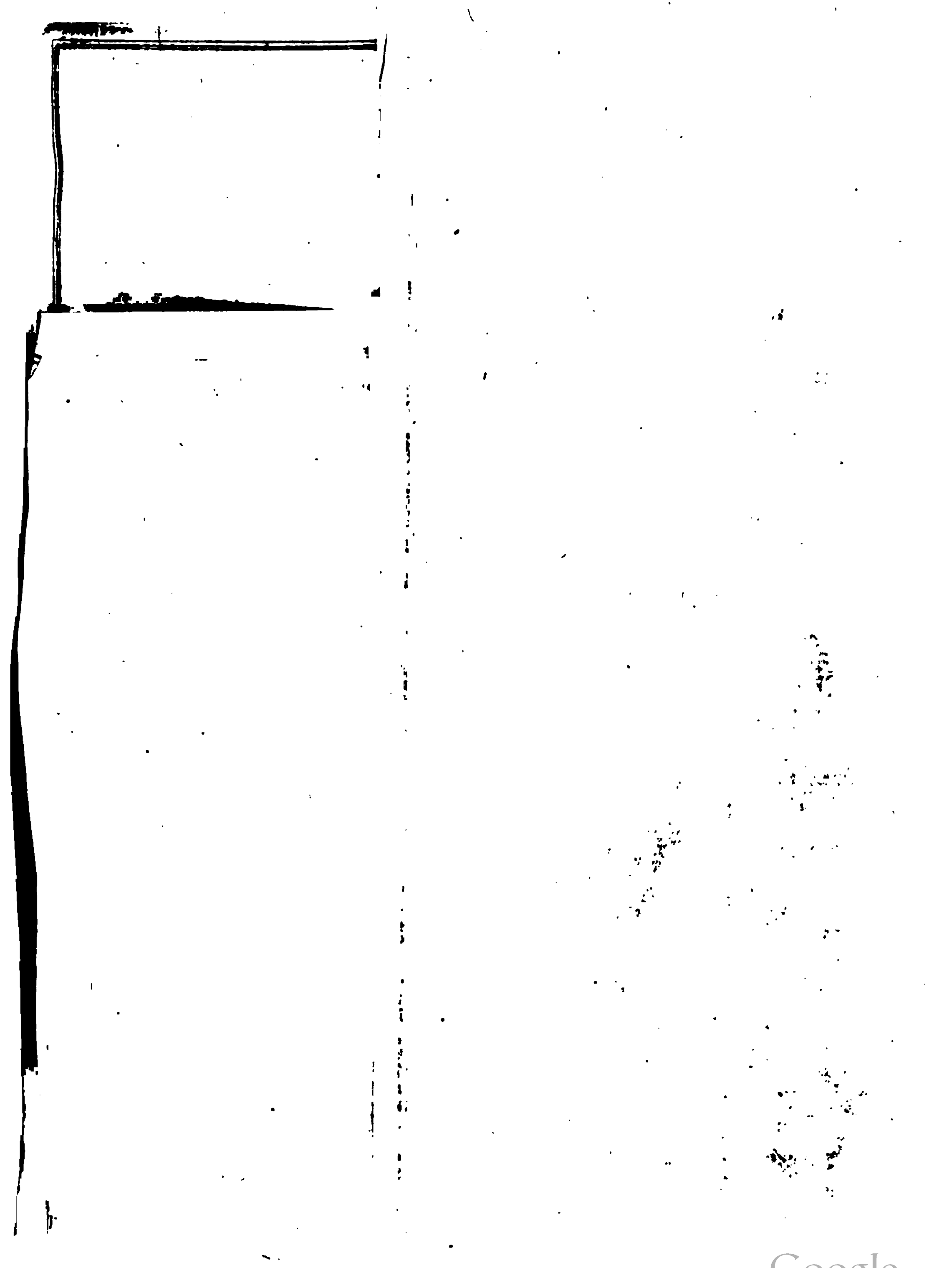
La premiere Figure repréſente la face anterieure du Coeur dilaté.

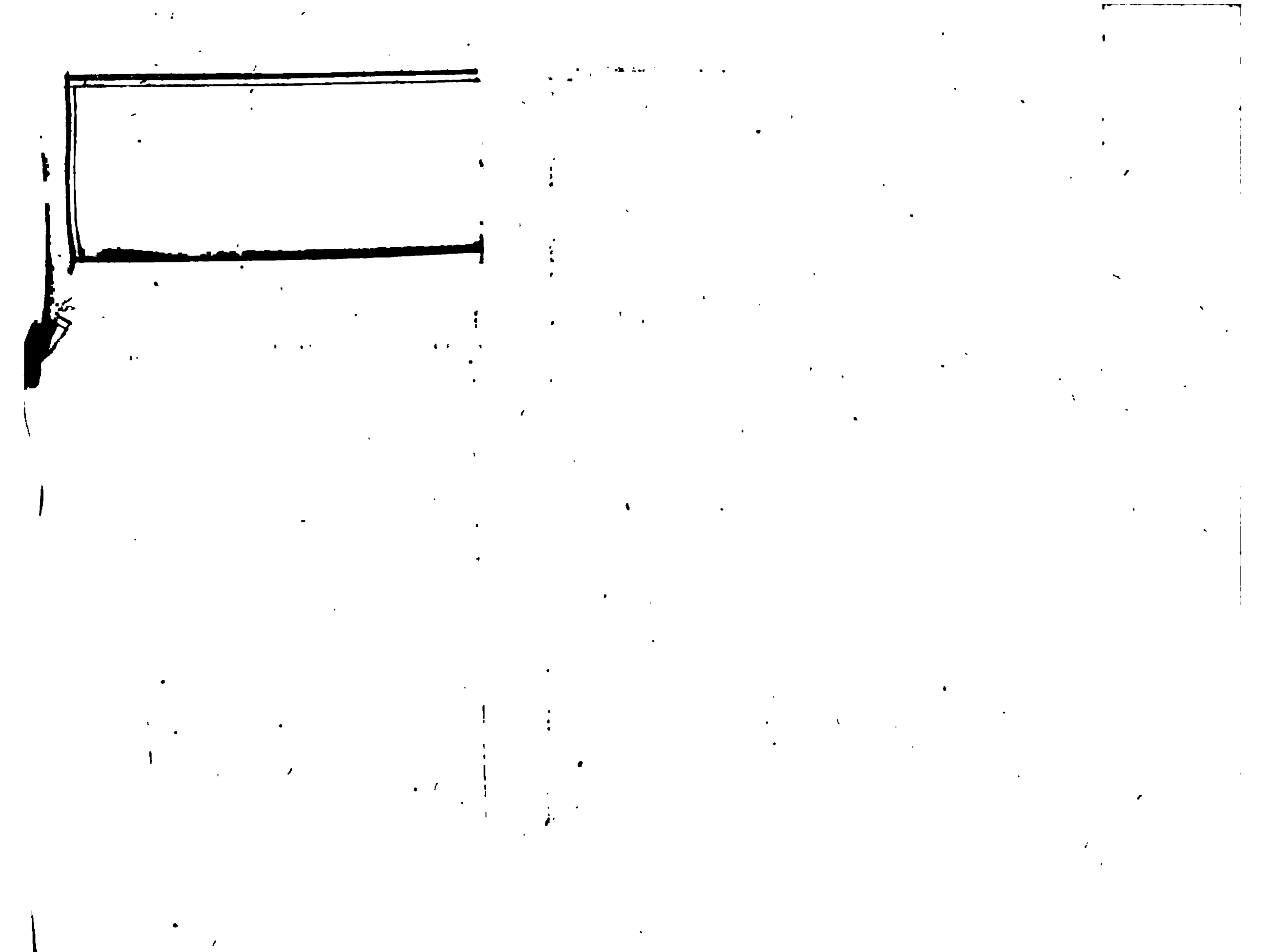
A. La convexité anterieure du Coeur.
B. La ſurface du ventricule droit.
C. La partie anterieure du ventricule droit, qui doit être vûe.
D. L'Oreillette droite.
E. La veine Cave ſuperieure.
F. L'Artère du poûmon, ſortant du ventricule droit.
G. L'Artère Aorte trop étroite.
H. La Souclaviere droite.
I. Son rameau carotide droit.
K. La Souclaviere gauche.
L. Le rameau carotide gauche.
M. L'oreillette gauche du Coeur.
N. Le ſinus pulmonal qui avance entre les vaiſſeaux dans la partie poſterieure du coeur.
O. La veine pulmonale droite ſuperieure.
P. Le rameau de la veine pulmonale droite inferieure.

FIGURE II. La face poſterieure du même coeur.

A. La face convexe du ventricule gauche, ou poſterieur.
B. La partie poſterieure du ventricule droit.
C. Le ſinus pulmonal fort ample, & s'elevant beaucoup au deſſus du ſinus droit.
D. L'oreillette gauche, attachée au bord droit du ſinus.
E. La veine pulmonale droite ſupérieure, & très grande.
F. La veine pulmonale droite moyenne, & très petite.
G. La veine pulmonale droite inferieure.
H. La veine pulmonale gauche ſuperieure.
I. La veine pulmonale gauche inferieure.
K. Le tronc de la veine coronaire.
L. L'Artere Aorte qui deſcend en faiſant un Arc.
M. Le rameau droit de l'Artère pulmonale.
N. Son rameau gauche coupé.
O. L'Artere ſouclaviere droite.
P. La carotide droite.
Q. La Souclaviere gauche.
R. La carotide gauche.
S. La veine cave ſuperieure.



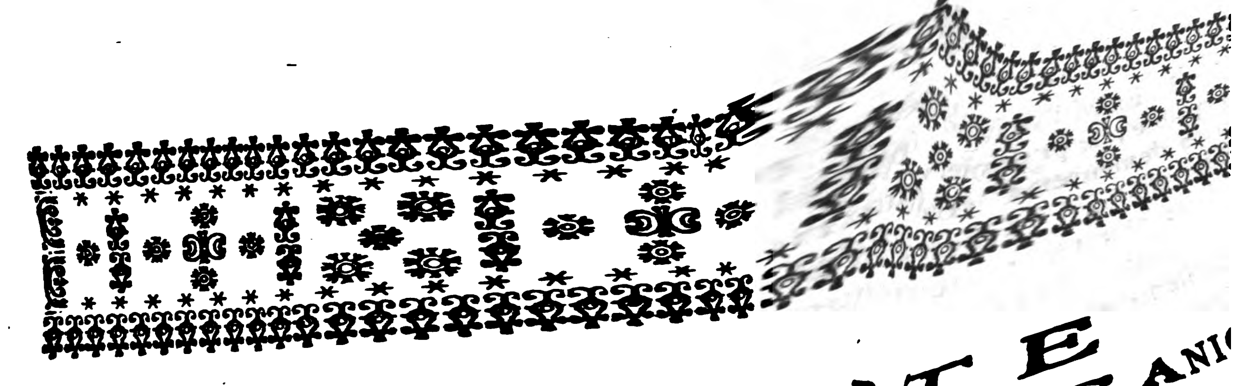




MEMOIRES
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES LETTRES.

CLASSE DE MATHEMATIQUE.

* * *



DECOUVERTE D'UN NOUVEAU PRINCIPE DE MECANIQUE

PAR M. EULER.

I.

Un corps est appellé solide, dont l'intérieur n'est [illegible] changement, ou dont toutes les parties conser[illegible] ment la même situation entr'elles, quelque mouvem[illegible] avoir le corps entier. Nonobstant cette ferme & in[illegible] des parties, un corps solide peut recevoir une infinité de [illegible] differens, dont la determination & les loix, qui s'y ob[illegible] l'objet de la Mecanique, ou Dynamique: & c'est par là qu[illegible] ce se distingue de l'Hydrodynamique, ou Hydraulique [illegible] dans la recherche du mouvement des corps fluides, qu[illegible] parties sont tellement dégagées les unes des autres, que [illegible] avoir un mouvement à part. Entre ces deux especes de [illegible] constituer une moyenne, qui renferme les corps fléxibles [illegible] gure est susceptible d'une infinité de changemens: mais la [illegible] du mouvement de ces corps se reduit aisément à la Meca[illegible] peut être dévelopée par les mêmes principes, de sorte que [illegible] Science il ne s'agit que des loix du mouvement, qui regardent [illegible] corps solides.

II. E[illegible]

II. Entre l'infinité des mouvemens, dont un corps solide est susceptible, le premier, qu'il faut considèrer, est celui, où toutes les parties demeurent constamment dirigées vers les mémes points de l'espace absolu. C'est à dire, si nous concevons une ligne droite tirée par deux points quelconques du corps, cette ligne conservera toujours la même direction, ou ce qui revient au même, elle demeurera perpétuellement parallele à elle-même. Un tel mouvement est nommé purement progressif, dont la propriété consiste en ce qu'à chaque instant toutes les parties du corps se meuvent avec des vitesses egales selon la même direction. Ainsi lorsqu'un corps se meut d'un mouvement purement progressif, il suffit de savoir le mouvement d'un seul de ses élémens, c'est à dire, le chemin qu'il parcourt avec la vitesse à chaque endroit, pour connoître le mouvement du corps tout entier.

III. Or un corps, quoique solide, peut recevoir une infinité d'autres mouvemens; car il peut arriver qu'un point du corps demeurant immobile, tout le corps tourne autour de ce point; & il est clair que dans ce cas la vitesse des differentes parties de ce corps ne sera plus la même, & que la direction du mouvement sera differente dans les differentes parties du corps. Neantmoins dès qu'on sait le mouvement d'un seul point de ce corps, pendant qu'un autre point demeure en repos, on sera en état de determiner le mouvement de tous les autres points du corps pour le même instant; car, puisque le corps est solide, il faut, que tous ses points conservent toujours la même situation par raport à ces deux, dont l'un est en repos, & le mouvement de l'autre connu. Ce mouvement de rotation se peut aussi joindre au mouvement purement progressif, d'où résulte un mouvement mixte, tel que nous observons dans la Terre, dont toutes les parties se meuvent en sorte que le mouvement de chacune est different du mouvement de toutes les autres, tant par raport à la vitesse, qu'à l'egard de la direction.

IV. Mais

IV. Mais comme le mouvement de rotation peut varier à l'infi
on n'a considéré jusqu'ici dans la Mecanique qu'une seule espece ; fa
te de principes suffisans pour ramener les autres au calcul. Cette esp
ce renferme les cas, où un corps tourne autour d'un axe, ou immobi
ou qui demeure constamment parallele à soi-même, pendant que
corps se meut d'un mouvement progressif. Car dans ce dernier ca
peut décomposer le mouvement du corps en deux, dont l'un est
ment progressif, & l'autre se fait autour d'un axe fixe, conservan
jours la même direction. C'est ainsi qu'on se représente le mou
de la Terre, en le décomposant dans le mouvement annuel,
garde comme purement progressif, & dans le mouvement d
se fait autour de l'axe de la Terre, entant qu'on regarde cet
constamment dirigé vers les mêmes points du Ciel ; faisant
tant de la précession des équinoxes, que de la nutation de l'ax

V. Quelque composé que soit le mouvement d'un
on le peut toujours décomposer en un mouvement pr
un mouvement de rotation. Le premier s'estime par l
du centre de gravité du corps, & il est toujours permis
ce mouvement séparément & indépendamment de l
ment de rotation ; & cette circonstance nous fournit l
nous pouvons toujours réciproquement considérer la
de rotation indépendamment du mouvement progres
ou on peut entreprendre la recherche du mouvement
tout comme si le corps n'avoit aucun mouvement pr
cet effet on n'a qu'à imprimer dans la pensée à l'espace
se trouve, un mouvement progressif égal & contraire
du centre de gravité du corps, & par ce moyen on obtiendr
où le centre de gravité du corps demeure en repos, quel
ment de rotation que puisse avoir le corps.

VI. Donc, quelque mouvement qui ait été imprimé d'abo
un corps solide, & de quelques forces qu'il soit sollicité ensuite, p
déterminer son mouvement à chaque instant, on commencera

considérer le corps, comme si toute sa masse étoit réünie dans son centre de gravité, & alors on déterminera par les principes connus de la Mecanique le mouvement de ce point produit par les forces sollicitantes; ce sera le mouvement progressif du corps. Aprés cela on mettra ce mouvement progressif à part, & on considèrera ce même corps, comme si son centre de gravité étoit immobile, pour déterminer le mouvement de rotation, ayant égard tant au mouvement imprimé au commencement, qu'aux forces dont il doit être altéré dans la suite. Et quand on sera venu à bout de cette recherche, en combinant ensemble ces deux mouvemens trouvés separement, on sera en état d'assigner pour chaque instant le vrai mouvement dont le corps sera porté.

VII. Supposant donc le centre de gravité d'un corps solide quelconque en repos, ce corps sera néantmoins susceptible d'une infinité de mouvemens differens. Or je démontrerai dans la suite, que, quel que soit le mouvement d'un tel corps, ce sera pour chaque instant non seulement le centre de gravité qui demeure en repos, mais il y aura aussi toujours une infinité de points situés dans une ligne droite, qui passe par le centre de gravité, dont tous se trouveront également sans mouvement. C'est à dire, quel que soit le mouvement du corps, il y aura en chaque instant un mouvement de rotation, qui se fait autour d'un axe, qui passe par le centre de gravité: & toute la diversité qui pourra avoir lieu dans ce mouvement, dépendra, outre la diversité de vitesse, de la variabilité de cet axe, autour duquel le corps tourne à chaque instant; ou bien la question revient à ce qu'on cherche, si le corps tournera constamment autour du même axe, qui seroit par conséquent immobile, ou si l'axe de rotation changera lui même de situation, de sorte que le corps tourne successivement autour de diverses lignes, qui passent par son centre de gravité.

VIII. Pour faire voir maintenant combien on est avancé jusqu'ici dans la détermination de ces mouvemens de rotation, dont un corps solide est susceptible, je remarque que les principes de Mecani-

que

que, qui ont été établis jusqu'à présent, ne sont suffisans, que pour le cas, où le mouvement de rotation se fait continuellement autour du même axe. Donc, puisqu'on peut nommer les extrémités de cet axe les poles du corps, c'est le cas où les poles du corps demeurent constamment aussi bien en repos, que le centre de gravité. Or dès que l'axe de rotation ne demeure plus le même, & que les poles, autour desquels le corps tourne, changent eux-mêmes, alors les principes de Mecanique connus jusqu'ici ne sont plus suffisans à déterminer ce mouvement. Il s'agit donc de trouver & d'établir de nouveaux principes, qui soient propres à ce dessein; & cette recherche sera le sujet de ce Mémoire, dont je suis enfin venu à bout après plusieurs essais inutiles, que j'ai fait depuis long-tems.

IX. Mais, avant que d'entrer dans cette recherche, il sera à propos de déterminer plus exactement les cas, où un corps solide peut tourner autour d'un axe immobile passant par son centre de gravité, afin qu'on puisse mieux juger, en quelles occasions les principes connus de Mecanique peuvent être emploiés avec succès : & de là on connoitra en même tems, que dans tous les autres cas ces principes ne seront plus suffisans, mais qu'il faut avoir recours à ces principes nouveaux, dont j'entreprends ici la recherche. Or, pour juger si un corps peut tourner autour d'un axe immobile, ou non? il faut avoir égard tant à la constitution du corps même, qu'aux forces dont il est *sollicité*. Car, quand même il n'y a point de forces, qui agissent sur le corps, dès qu'il commence à tourner autour de quelque axe, chaque particule sera poussée par sa force centrifuge; & ce n'est que dans le cas, où toutes ces forces centrifuges se détruisent mutuellement, que le mouvement autour de cet axe immobile pourra subsister.

X. Soit donc un corps solide quelconque, qui tourne librement *Fig. I.* autour d'un axe immobile A*a*, qui passe par son centre de gravité O. Je considèrerai cet axe A*a* comme perpendiculaire au plan de la planche, dans lequel soit le centre de gravité O; & dans ce plan je conçois

 deux

deux autres axes BOb & COc, normales tant entr'eux qu'au premier axe AOa: & c'eſt par rapport à ces trois axes, que je déterminerai la poſition de chaque élément du corps pour un inſtant quelconque. Car il eſt clair, que ces deux autres axes BOb & COc, entant qu'ils traverſent le corps, tourneront auſſi avec le corps autour du premier axe AOa, qui eſt l'axe de rotation, & qui demeure immobile par hypotheſe. Donc le point C de l'axe OC ſe mouvra en vertu du mouvement rotatoire par un arc de cercle Cγ, dont le centre eſt en O ſur le plan BOC: & ſi nous poſons la diſtance OC $= f$ & la viteſſe du point C duë à la hauteur v, de ſorte que la viteſſe même ſera exprimée par $\sqrt{v}$, la viteſſe de tout autre point du corps ſera partout à ſa diſtance de l'axe AOa comme $\sqrt{v}$ à f: ou bien $\frac{\sqrt{v}}{f}$ marquera partout ce qu'on nomme la viteſſe angulaire, ou la viteſſe de rotation.

XI. Cela poſé, ſoit Z un élément quelconque du corps, dont la maſſe ſoit indiquée par dM, la maſſe du corps entier étant $= M$; qu'on tire de ce point Z ſur le plan BOC la perpendiculaire ZY, qui ſera parallele à l'axe de rotation AOa, & du point Y à OC la perpendiculaire YX: qu'on nomme de plus OX $= x$, XY $= y$ & YZ $= z$, qui ſeront les trois coordonnées orthogonales, par leſquelles le lieu du point Z eſt déterminé. Soit la droite ZY perpendiculaire à l'axe de rotation AO, & elle ſera parallele & égale à la droite YO, & partant il ſera auſſi OV $=$ YZ $= z$. Donc la diſtance du point Z à l'axe de rotation ſera ZV $=$ OY $= \sqrt{(xx+yy)}$, d'où la viteſſe du point Z, dont il tournera autour de l'axe AO, ſera à ſa diſtance $\sqrt{(xx+yy)}$ comme $\sqrt{v}$ eſt à f. Par conſéquent la viteſſe du point Z ſera $= \frac{\sqrt{v(xx+yy)}}{f}$, & la hauteur duë à cette viteſſe $= \frac{v(xx+yy)}{ff}$.

XII. De

XII. De là il s'enſuit que la force centrifuge de l'elément Z $= dM$, ſera $= \frac{2v(xx+yy)}{ff} \cdot \frac{dM}{\sqrt{(xx+yy)}} = \frac{2v dM}{ff}\sqrt{(xx+yy)}$. où dM marque le poids, que cet élément auroit aux environs de la terre. C'eſt donc de cette force que l'elément Z tachera de s'eloigner de l'axe AO ſelon la direction VZ, & partant l'effet de cette force ſera le méme, que ſi l'axe de rotation étoit ſollicité au point V ſelon la direction VZ par une force $= \frac{2v dM}{ff}\sqrt{(xx+yy)}$. Donc, puisqu'il réſulte de chaque élément du corps une force ſemblable qui agit ſur l'axe de rotation AOa, pour qu'il demeure néantmoins immobile, il faut que toutes ces forces ſe détruiſent mutuellement. Car à moins que cela n'arrive, il eſt clair que l'axe de rotation ne ſauroit demeurer immobile, mais comme il eſt ſuppoſé libre, il cederoit à la force réſultante; & tomberoit dans le cas, qui ne ſauroit plus etre développé par les principes dejà établis de la Mecanique.

XIII. Décompoſons chacune de ces forces VZ en deux autres dont les directions ſoient paralleles aux axes OC & OB, & puisque VZ eſt parallele & egale à OY $= \sqrt{(xx+yy)}$, la force qui agira ſur l'axe de rotation OA en V ſelon la direction parallele à OC ſera $= \frac{x}{\sqrt{(xx+yy)}} \cdot \frac{2v dM}{ff}\sqrt{(xx+yy)} = \frac{2vx dM}{ff}$ & la force ſelon la direction parallele à OB ſera $= \frac{2vy dM}{ff}$. Ayant donc réduit toutes les forces centrifuges à deux eſpeces, dont l'une agit ſur l'axe de rotation en des directions paralleles à OC & l'autre en des directions paralleles à OB, pour que l'axe de rotation n'en ſoit point altéré, il faut que toutes les forces de chaque eſpece ſe détruiſent mutuellement. Premiérement donc, il faut que la ſomme de toutes les forces de l'une & de l'autre eſpece évanouïſſe, ce qui donne $\frac{\int 2vx dM}{ff} = o$

ou

ou $\frac{2v}{ff}\int x\,d\mathrm{M}=o$ & $\frac{2v}{ff}\int y\,d\mathrm{M}=o$: ou bien il faut qu'il ſoit $\int x\,d\mathrm{M}=o$ & $\int y\,d\mathrm{M}=o$. Or cette condition ſe trouve remplie dès que nous ſuppoſons, que l'axe de rotation A O *a* paſſe par le centre de gravité du corps O.

XIV. Mais cette ſeule condition ne ſuffit pas pour maintenir l'axe de rotation A O *a* en repos, il faut outre cela que tous les momens de toutes les forces de chaque eſpece, ſe détruiſent mutuellement. Car la premiére condition ne délivre l'axe de rotation que du mouvement progreſſif, & cette ſeconde condition eſt requiſe pour empêcher, qu'il ne s'incline de quelque côté vers le plan BCO. Or le moment des forces $\frac{2vx\,d\mathrm{M}}{ff}$, qui agiſſent ſur le point V de l'axe, étant réduit au centre de gravité O ſera $=\frac{2vxz\,d\mathrm{M}}{ff}$, & le moment de chaque force de l'autre eſpece ſera $=\frac{2vyz\,d\mathrm{M}}{ff}$. Donc cette ſeconde condition qui doit empecher l'inclinaiſon de l'axe de rotation, exige qu'il ſoit tant $\frac{\int 2vxz\,d\mathrm{M}}{ff}=o$ que $\frac{\int 2vyz\,d\mathrm{M}}{ff}=o$, ou puiſque pour l'inſtant préſent $\frac{2v}{ff}$ eſt une quantité conſtante, il faut qu'il ſoit $\int xz\,d\mathrm{M}=o$, & $\int yz\,d\mathrm{M}=o$.

XV. Donc, pour qu'un corps ſolide puiſſe tourner librement autour d'un axe A O *a* immobile, il faut premiérement que cet axe paſſe par le centre de gravité O du corps, & outre cela il eſt néceſſaire, que la matiere, dont le corps eſt compoſé, ſoit tellement diſpoſée autour de cet axe, qu'il ſoit tant $\int xy\,d\mathrm{M}=o$ que $\int yz\,d\mathrm{M}=o$. On voit bien que cette dernière condition peut ne pas avoir lieu, quoique l'axe de rotation paſſe par le centre de gravité; & partant dans ce cas, il

il sera impossible de déterminer par les principes connus de Mecanique la continuation du mouvement, après que le corps aura reçu un mouvement quelconque autour d'un tel axe. Car alors dès le commencement l'axe de rotation s'inclinera, & le corps tournera à chaque instant autour d'un autre axe, ce qui rendra impossible l'application des principes, dont on se sert ordinairement dans la détermination des mouvemens de rotation.

XVI. Mais si l'axe de rotation passe non seulement par le centre de gravité du corps, mais qu'il y ait aussi tant $\int xz\,dM = o$ que $\int yz\,dM = o$, alors quelque mouvement de rotation que le corps puisse avoir reçu autour de cet axe, ce mouvement se continuera uniformément, sans que l'axe souffre le moindre changement; ou le corps tournera autour de cet axe immobile d'un mouvement uniforme, à moins que le corps ne soit sollicité par quelque force externe. Or il peut arriver que des forces externes agissent sur le corps sans troubler la position de l'axe; c'est lorsque la moyenne direction de ces forces tombe dans le plan BOC, perpendiculaire à l'axe de rotation dans le centre de gravité même du corps O. Car alors ces forces n'auront point de moment ni par rapport à l'axe BO ni à CO, & partant toute la force sera emploiée ou à accelerer ou à retarder le mouvement de rotation autour de l'axe AO, sans altérer l'axe même. Et c'est ce cas, où l'on peut déterminer ces changemens causés par des forces externes à l'aide des principes connus de Mecanique.

XVII. Or si la moyenne direction des forces, qui agissent sur le corps, ne se trouve pas dans le plan BOC, l'axe de rotation AOa ne pourra pas demeurer immobile, mais il s'inclinera vers le côté où il sera forcé par le moment de ces forces. Ainsi, quoique l'axe ait les propriétés, qui viennent d'etre expliquées, les forces le rendront mobile, & sans la découverte de nouveaux principes de Mecanique on ne sera pas en état de développer ce cas, où l'axe de rotation ne sauroit demeurer immobile. Donc toutes les fois que les conditions marquées ne se rencontrent pas dans l'axe de rotation, soit que les

forces follicitantes renferment un moment pour incliner l'axe de rotation, ou que l'un & l'autre arrive à la fois, il faut recourir à ces nouveaux principes pour déterminer les changemens, qui feront causés tant dans le mouvement de rotation, que dans la position de l'axe, autour duquel le corps tournera à chaque instant. Or pendant tous ces changemens on peut toujours supposer, que le centre de gravité du corps demeure immobile.

XVIII. Quoique les principes dont il s'agit ici soient nouveaux, entant qu'ils ne sont pas encore connus ou étalés par les Auteurs, qui ont traité la Mecanique, on comprend néantmoins, que le fondement de ces principes ne sauroit être nouveau, mais qu'il est absolument nécessaire, que ces principes soient déduits des premiers principes, ou plutôt des axiomes, sur lesquels toute la doctrine du mouvement est établie. Ces axiomes se rapportent à des corps infiniment petits, ou tels, qui ne soient susceptibles d'autre mouvement, que de progressif; & c'est de là que tous les autres principes du mouvement doivent être déduits, tant ceux qui servent à déterminer les mouvemens des corps solides que des fluidès : tous ces autres principes dérivés n'étant que des applications des axiomes selon les diverses manieres, dont les corps sont composés des élémens, & selon la diversité du mouvement, dont toutes les parties du corps sont susceptibles.

XIX. On trouve ordinairement plusieurs tels principes, qui semblent devoir être mis au rang des axiomes de la Mecanique, puisqu'ils se rapportent aux mouvement des corps infiniment petits; or je remarque que tous ces principes se réduisent à un seul, qu'on peut regarder comme l'unique fondement de toute la Mecanique & des autres Sciences, qui traitent du mouvement des corps quelconques. Et c'est sur ce seul principe, que doivent être établis tous les autres principes, tant ceux qui sont déjà reçus dans la Mecanique & l'Hydraulique, & dont on se sert actuellement pour déterminer le mouvement des corps solides & fluidès; que ceux aussi qui ne sont pas encore connus, & dont nous avons besoin pour developper tant les cas mar-

qués cy-dessus des corps solides, que plusieurs autres qui se trouvent dans les corps fluides. Car dans tous ces cas il ne s'agit que d'y appliquer adroitement ce principe fondamental, dont je viens de parler, & que je m'en vai expliquer plus soigneusement.

EXPLICATION DU PRINCIPE GENERAL ET FONDAMENTAL DE TOUTE LA MECANIQUE.

XX. Soit un corps infiniment petit, ou dont toute la masse soit réünie dans un seul point, cette masse étant $= M$; que ce corps ait reçu un mouvement quelconque, & qu'il soit sollicité par des forces quelconques. Pour déterminer le mouvement de ce corps, on n'a qu'à avoir égard à l'éloignement de ce corps d'un plan quelconque fixe & immobile; soit à l'instant présent la distance du corps à ce plan $= x$; qu'on décompose toutes les forces qui agissent sur le corps, selon des directions, qui soient ou paralleles au plan, ou perpendiculaires, & soit P la force qui résulte de cette composition selon la direction perpendiculaire au plan, & qui tachera par conséquent ou à éloigner ou à rapprocher le corps du plan. Aprés l'elément du tems dt, soit $x + dx$ la distance du corps au plan, & prenant cet élément dt pour constant, il sera $2 M ddx = \pm P dt^2$, selon que la force P tend ou à eloigner ou à approcher le corps du plan. Et c'est cette formule seule, qui renferme tous les principes de la Mecanique.

XXI. Pour mieux comprendre la force de cette formule, il faut expliquer à quelles unités se rapportent les diverses quantités M, P, x & t, qui s'y trouvent. Or d'abord il est à remarquer, que M marquant la masse du corps, exprime en même tems le poids que ce corps auroit aux environs de la superficie de la terre; de sorte que la force P étant aussi réduite à celle d'un poids, les lettres M & P contiennent des quantités homogenes. Ensuite la vitesse du corps dont il s'eloigne du plan étant comme $\frac{dx}{dt}$; si nous supposons, que

cette

cette viteſſe ſoit egale à celle qu'un corps grave acquiert en tombant de la hauteur v, il faut prendre $\frac{dx^2}{dt^2} = v$, où l'elément du tems sera $dt = \frac{dx}{\sqrt{v}}$; d'où l'on connoît le rapport entre le tems t & l'eſpace x.

XXII. Comme cette formule ne détermine que l'eloignement ou l'approchement du corps par rapport à un plan fixe quelcônque, pour trouver le vrai lieu du corps à chaque inſtant, on n'aura qu'à le rapporter en méme tems à trois plans fixes, qui ſoient perpendiculaires entr'eux. Donc, comme x marque la diſtance du corps à un de ces plans, ſoient y & z ſes diſtances aux deux autres plans : & aprés avoir décompoſé toutes les forces qui agiſſent ſur le corps, ſuivant des directions perpendiculaires à ces trois plans, ſoit P la force perpendiculaire qui en réſulte ſur le premier, Q ſur le ſecond, & R ſur le troiſième. Suppoſons que toutes ces forces tendent à eloigner le corps de ces trois plans; car en cas qu'elles tendent à le rapprocher, on n'auroit qu'à faire les forces negatives. Cela poſé, le mouvement du corps ſera contenu dans les trois formules ſuivantes:

I. $2M\,ddx = P\,dt^2$; II. $2M\,ddy = Q\,dt^2$; III. $2M\,ddz = R\,dt^2$.

XXIII. Si le corps n'eſt ſollicité par aucune force, de ſorte que $P = o$, $Q = o$, $R = o$, les trois formules trouvées, à cauſe de dt conſtant, ſe réduiront par l'intégration à celles-cy:

$$M\,dx = A\,dt; \quad M\,dy = B\,dt; \quad \& \quad M\,dz = C\,dt.$$

d'où l'on voit d'abord, que dans ce cas le corps ſe mouvra dans une ligne droite, avec un mouvement uniforme; & partant ces formules renferment en ſoi la premiere loi du mouvement, en vertu de laquelle tout corps étant en repos y demeure; or étant en mouvement le corps continuë uniformément ſelon la méme direction, à moins qu'il ne ſoit ſollicité par quelque force de dehors. Mais il eſt clair que nos

nos formules ne se bornent point à cette grande loi, elles renferment outre cela les loix, suivant lesquelles des forces quelconques agissent sur les corps. Par conséquent le principe que je viens d'etablir contient tout seul tous les principes qui peuvent conduire à la connoissance du mouvement de tous les corps, de quelque nature qu'ils soient.

XXIV. C'est donc de ce même grand principe, d'où il faudra dériver les regles, dont nous avons besoin pour déterminer le mouvement d'un corps solide, lorsque l'axe de rotation ne demeure pas immobile. Pour cet effet il faudra considèrer non seulement tous les élémens du corps, mais aussi leur liaison mutuelle, en vertu de laquelle tous les élémens conservent entr'eux le même ordre & les mêmes distances. Car le mouvement du corps entier est composé des mouvemens de tous ses élémens, & le mouvement de chacun doit suivre le principe, que je viens d'expliquer, entant que chaque élément participe des forces, qui agissent sur le corps, & qu'il est outre cela sollicité par de certaines forces, qui l'empêchent, qu'il n'abandonne la connéxion avec les autres. Or avant que de déterminer cet effet des forces, auxquelles les élémens sont assujettis, il faut considèrer en general le mouvement, dont un tel corps est susceptible.

DÉTERMINATION DU MOUVEMENT EN GENERAL, DONT UN CORPS SOLIDE EST SUSCEPTIBLE, PENDANT QUE SON CENTRE DE GRAVITÉ DEMEURE EN REPOS.

XXV. Soit donc O le centre de gravité du corps, supposé en repos, qu'on considère trois plans fixes, qui se croisent perpendiculairement dans ce point O. Ou ce qui revient au même, considèrons trois axes AO, BO, CO qui se rencontrent en O à angles droits, dont deux BO, CO soient sur le plan de la table, & le troisième AO y soit perpendiculaire. Ces trois axes détermineront les trois

Fig. II.

plans normales entr'eux, dont je viens de parler, & qui feront AOB, AOC, & BOC, dont celui-cy eſt le plan de la table. Or je ſuppoſerai que ces plans, & partant auſſi ces trois axes, demeurent immobiles, pendant que le corps ſe meut d'un mouvement quelconque; ſon centre de gravité reſtant pourtant toujours en O ſans mouvement. C'eſt pour avoir des lieux fixes, par rapport auxquels on puiſſe déterminer à chaque inſtant la ſituation du corps.

XXVI. Soit maintenant un élément quelconque du corps en Z, duquel on baiſſe ſur le plan BOC la perpendiculaire ZY, & du point Y à OC la normale YX: qu'on nomme $OX = x$, $XY = y$ & $YZ = z$: & $OX = x$ marquera la diſtance du point Z au plan AOB; $XY = y$ ſa diſtance au plan AOC, & $YZ = z$ ſa diſtance au plan BOC. A préſent, quel que ſoit le mouvement du point Z, on le pourra réſoudre ſelon les directions de ces trois axes; ſuppoſons donc qu'après un tems infiniment petit $= dt$, ſa diſtance au plan AOB devienne $= x + Pdt$; au plan AOC $= y + Qdt$, & au plan BOC $= z + Rdt$, ou que ce point Z s'eloigne dans le tems dt du plan AOB de l'elément $= Pdt$; du plan AOC de l'elément $= Qdt$, & du plan BOC de l'elément $= Rdt$: ou ce qui revient au même ſoient P, Q, R les viteſſes, dont le point Z s'eloigne de chacun des plans fixes AOB, AOC, & BOC.

XXVII. Or puiſque le corps eſt ſuppoſé ſolide, il faut que le point Z demeure toujours à la même diſtance depuis le centre de gravité O. Mais au commencement du tems dt la diſtance OZ étoit $= V(xx + yy + zz)$, & au bout de ce tems elle ſera $= V((x + Pdt)^2 + (y + Qdt)^2 + (z + Rdt)^2)$. Il faut donc que ces deux diſtances ſoient egales entr'elles, d'où, en effaçant les termes qui évanouïſſent par rapport aux autres, réſultera cette équation:

$$2xPdt + 2yQdt + 2zRdt = 0.$$

qui ſe réduit à celle-cy:

$$Px + Qy + Rz = 0$$

Ces

Ces lettres P, Q, R, marquent des fonctions de nos trois variables x, y, z. & partant après avoir trouvé la nature de ces fonctions, on sera en etat de déterminer le mouvement de chaque point du corps à l'instant proposé, c'est à dire, au commencement du tems dt.

XXVIII. Considèrons de plus pour ce même instant un autre point du corps en z, qui soit infiniment proche du précédent Z. Soient pour ce point z les trois variables $Ox = x + dx$, $xy = y + dy$, & $yz = z + dz$: où il faut remarquer que ces differentielles dx, dy, dz sont indépendantes entr'elles, vû que l'autre point z est pris à volonté. La distance de ce point au premier Z sera donc $= \sqrt{(dx^2 + dy^2 + dz^2)}$; or différentiant les fonctions P, Q, R en donnant à dx, dy, dz les valeurs, que la position du point z par rapport à Z exige; après le tems dt, ce point z avancera dans la direction OC de l'elément $(P + dP)dt$, dans la direction OB de l'elément $(Q + dQ)dt$, dans la direction OA de l'elément $= (R + dR)dt$. Ou bien après le tems dt les distances seront

	du point z		or du point Z
au plan AOB	$= x + dx + (P + dP)dt$	...	$= x + Pdt$
au plan AOC	$= y + dy + (Q + dQ)dt$	...	$= y + Qdt$
au plan BOC	$= z + dz + (R + dR)dt$	...	$= z + Rdt$.

XXIX. Ainsi au bout du tems dt la distance entre les points Z & z sera $= \sqrt{((dx + dPdt)^2 + (dy + dQdt)^2 + (dz + dRdt)^2)}$ qui à cause de la solidité du corps doit être la même qu'au commencement. Posant donc cette expression égale à $\sqrt{(dx^2 + dy^2 + dz^2)}$ nous obtiendrons cette équation $2dxdPdt + 2dydQdt + 2dzdRdt = o$, en négligeant les termes qui sont incomparablement moindres que ceux-cy. Cette équation se réduit donc à cette forme plus simple

$$dPdx + dQdy + dRdz = o$$

qui étant jointe à celle qui a été trouvée, savoir

$$Px + Qy + Rz = o$$

nous

nous servira à découvrir la nature des fonctions P, Q, R, d'où nous connoitrons tous les mouvemens, dont toutes les parties d'un corps solide sont susceptibles à la fois, pendant que son centre de gravité demeure immobile en O. D'où il est dabord clair que posant $x = o$, $y = o$, $z = o$, toutes ces trois fonctions P, Q, R, doivent évanouïr aussi.

XXX. Pour mieux connoitre ces fonctions, supposons qu'il soit $Ox = OX$ & $XY = xy$, ou $dx = o$ & $dy = o$: & l'équation trouvée en dernier lieu donnera $dRdz = o$ & partant $dR = o$. d'où l'on voit que la fonction R ne sauroit renfermer la variable z. Car supposant pour prouver cela $dR = Ldx + Mdy + Ndz$, il sera dans le cas présent $dR = Ndz$ à cause de $dx = o$ & $dy = o$, & partant $N = o$: donc il sera en général $dR = Ldx + Mdy$, & par conséquent la fonction R ne contiendra point la variable z. De même posant $dx = o$ & $dz = o$, il doit être $dQdy = o$ ou $dQ = o$, d'où l'on voit que la fonction Q ne sauroit contenir la variable y. Et enfin si nous considèrons le cas ou $dy = o$ & $dz = o$, nous aprendrons pareillement qu'à cause de $dPdx = o$, la fonction P ne sauroit contenir la variable x.

XXXI. Ayant reconnu ces propriétés de ces fonctions P, Q, R posons donc:

$dP = Ady + Bdz$; $dQ = Cdz + Ddx$; $dR = Edx + Fdy$.

& ces valeurs étant substituées dans l'équation

$$dPdx + dQdy + dRdz = o$$

produiront l'équation suivante:

$$\left.\begin{matrix} + Adxdy + Bdxdz + Cdydz \\ + Ddxdy + Edxdz + Fdydz \end{matrix}\right\} = o$$

d'où il est clair qu'il doit être $D = -A$; $E = -B$; $F = -C$ puisque cette équation doit avoir lieu, soit qu'on mette $dx = o$ ou $dy = o$ ou $dz = o$. Ainsi les differentiels de nos fonctions seront:

$dP = Ady + Bdz$; $dQ = Cdz - Adx$; $dR = -Bdx - Cdy$.

Or

Or comme ces formules doivent être intégrables, il eſt évident de la premiere, que ni A ni B ne ſauroit renfermer x; de la ſeconde on comprend que ni C ni A ne ſauroit contenir y, & enfin la troiſième nous donne à connoître que ni B ni C ne peut contenir z. Ainſi A ne contenant ni x ni y, ſera fonction de z, B fonction de y, & C fonction de x.

XXXII. Poſons donc en conſéquence de ce que nous venons de trouver:

$$dA = L\,dz, \quad dB = M\,dy \quad \& \quad dC = N\,dx.$$

& puisque $A\,dy + B\,dz$ doit être un differentiel intégrable, il faut qu'il ſoit $\frac{dA}{dz} = \frac{dB}{dy}$: ou $L = M$. Enſuite l'intégrabilité de la ſeconde formule $C\,dz - A\,dx$ donne $\frac{dC}{dx} = \frac{-dA}{dz}$ ou $N = -L$: enfin l'intégrabilité de la troiſième formule $-B\,dx - C\,dy$ donne $\frac{-dB}{dy} = \frac{-dC}{dx}$ ou $-M = -N$. Ayant donc $M = L$; $N = -L$ & $M = N$ ou $L = -L$, il eſt clair que $L = o$ & partant auſſi $M = o$ & $N = o$. Donc les lettres A, B, C marqueront des quantités conſtantes; d'où l'on tire par conſéquent, en intégrant

$$P = Ay + Bz; \quad Q = Cz - Ax; \quad R = -Bx - Cy$$

expreſſions, qui ſatisfont déjà d'elles mêmes à la premiére condition:

$$Px + Qy + Rz = o.$$

XXXIII. Tout mouvement donc, qu'un corps ſolide peut recevoir, ſon centre de gravité demeurant immobile, doit toujours avoir cette propriété: Que ſi d'un point quelconque du corps Z on tire les trois coordonnées orthogonales $OX = x$, $XY = y$, & $YZ = z$, ſelon les trois axes perpendiculaires entr'eux OA, OB, OC, & qu'on décompoſe le mouvement du point Z ſelon les mêmes trois directions, en nommant la viteſſe du mouvement ſelon $OC = P$, celle

celle du mouvement selon $OB = Q$ & celle du mouvement selon $OA = R$; ces lettres P, Q, R ne sauroient jamais avoir d'autres valeurs, que telles, qui sont renfermées dans les formules suivantes.

$$P = Ay + Bz; \quad Q = Cz - Ax; \quad R = -Bx - Cy.$$

Donc toute la diversité, qui peut avoir lieu dans le mouvement du corps, ne provient que des diverses valeurs, que peuvent recevoir les quantités constantes A, B, C.

XXXIV. Puisque ces formules serviront à déterminer le mouvement de chaque point du corps pendant l'elément du tems dt, voyons s'il y a, outre le centre de gravité O, des points destitués de tout mouvement; ou pour lesquels devienne $P = o$, $Q = o$ & $R = o$. Or posant $P = o$ nous aurons $Ay + Bz = o$, & partant $z = Au$ & $y = -Bu$, où u marque une nouvelle variable quelconque; donc prenant ces valeurs pour y & z quelque valeur qu'on ne donne à x, les points du corps qui répondent ne changeront point de distance par rapport au plan AOB. Soit de plus $Q = o$, & il deviendra $Cz = Ax$, ou $x = Cu$; & la même valeur se trouve pour x, en posant $R = o$. D'où il s'ensuit que tous les points du corps, qui sont contenus dans ces formules $x = Cu$; $y = -Bu$; $z = Au$ demeureront en repos pendant le tems dt. Or tous ces points se trouvent dans une ligne droite, qui passe par le centre de gravité O; donc cette ligne droite demeurant immobile sera l'axe de rotation, autour duquel le corps tourne dans le présent instant.

XXXV. Pour trouver le mouvement de rotation du corps autour de cet axe, que nous venons de trouver, soit $YZ = z = o$, & que le point Y soit tellement situé, que la droite OY devienne perpendiculaire à l'axe de rotation. Pour cet effet il sera $y : x = Cu : Bu$. Prenons donc $x = Bu$ & $y = Cu$, & la distance du point Y à l'axe de rotation sera $= u\sqrt{(BB + CC)}$. Or à cause de $x = Bu$; $y = Cu$ & $z = o$, les trois vitesses du point Y selon les trois directions OC, OB, OA seront:

$$P = ACu; \quad Q = -ABu; \quad R = -BBu - CCu.$$

Donc

Donc la vraie viteſſe du point Y étant $= \sqrt{(PP + QQ + RR)}$ ſera $= u \sqrt{(BB + CC)(AA + BB + CC)}$; qui étant diviſée par la diſtance $OY = u \sqrt{(BB + CC)}$ donnera la viteſſe angulaire ou rotatoire du corps autour de l'axe de rotation, laquelle ſera par conſéquent $= \sqrt{(AA + BB + CC)}$.

XXXVI. Quelque mouvement donc, qui puiſſe être imprimé à un corps ſolide, ſon centre de gravité demeurant en repos, ce mouvement ſe fera à chaque inſtant autour d'un axe, qui ſera immobile pendant cet inſtant, & qui paſſera par le centre de gravité du corps; & la viteſſe rotatoire autour de cet axe ſera $= \sqrt{(AA + BB + CC)}$. De là il ſera aiſé de déterminer la vraie viteſſe de tous les points du corps; on n'aura qu'à chercher la diſtance d'un point quelconque à l'axe de rotation, & cette diſtance étant poſée $= s$, la viteſſe vraie de ce point ſera $= s \sqrt{(AA + BB + CC)}$, dont la direction ſera connuë par la nature du mouvement de rotation. Il eſt donc impoſſible que toutes les parties d'un corps, qui tourne ſur ſoi-même, ou autour de ſon centre de gravité, ſoient en mouvement à la fois; puisque il y a toujours une ligne droite, dont tous les points ſeront en repos du moins pour un inſtant, & le mouvement des autres points du corps ſera d'autant plus rapide, plus ils ſeront éloignés de l'axe de rotation.

XXXVII. Sans entrer dans le détail du calcul, que je viens de développer, on peut auſſi prouver la même vérité par la ſeule Géometrie. Qu'on conſidère dans le corps une couche ſphèrique, dont le centre ſoit dans le centre de gravité du corps; car il eſt évident, qu'ayant connu le mouvement de cette ſuperficie ſphèrique, le mouvement du corps tout entier ſera déterminé. Soit AB un arc quelconque d'un grand cercle de cette ſurface ſphérique, qui par le mouvement du corps parvienne en ab aprés le tems dt, de ſorte que $ab = AB$, & de là il ſera aiſé de déterminer les endroits où tous les autres points de la ſurface ſphèrique ſeront transportés. Qu'on prolonge ces deux arcs AB & ab jusqu'en C, où ils s'entrecoupent, & pre-

Fig. III.

prenant $ac = AC$, le point C fera transporté en c, & l'arc CAB en cab pendant le tems dt. De plus si nous considérons hors du cercle CAB un autre point quelconque M, & que nous tirions de là à C l'arc d'un grand cercle MC, pour trouver où ce point M sera transporté pendant le même tems dt, on n'a qu'à constituer en c un arc $cm = CM$, de sorte que l'angle acm soit egal à l'angle ACM, & il est clair, que m sera le lieu du point M après le tems dt.

XXXVIII. Il est aussi clair que ces deux arcs CM & cm étant prolongés se rencontreront quelque part en O, & partant dans le tems dt l'arc entier CMO sera transporté en cmO, & s'il étoit $CMO = cmO$, le point O demeureroit immobile. Or il est certain qu'on peut toujours constituer en sorte l'arc CMO, qu'ayant décrit son arc correspondant cmO, il soit $cmO = CMO$. Car pour que cela arrive on n'a qu'à constituer l'arc CMO en sorte, que l'angle cCO devienne egal à l'angle CcO; afin que le triangle sphérique COc devienne isoscele, & partant les cotés CO & cO egaux entr'eux. Pour trouver cette position il faut remarquer que l'angle $cCO = ACO - ACc$ & $CcO = 180° - acO$; & de là puisque l'angle $ACO = acO$ & $cCO = CcO$, on tirera $2cCO = 180° - ACc$ & partant $cCO = 90° - \frac{1}{2}ACc$. Donc, si nous partageons l'angle ACc en deux parties égales par l'arc $C\gamma$, l'angle γCO deviendra droit, & partant l'arc CMO doit être perpendiculaire à l'arc $C\gamma$.

XXXIX. Ayant ainsi déterminé la position de l'arc CMO, pour trouver le point O même, qui demeure immobile pendant le tems dt, le plus court moyen sera de tirer du point O sur le milieu ω de la base Cc l'arc perpendiculaire $O\omega$. Car alors connoissant dans le triangle sphérique $C\omega O$ rectangle à ω le côté $C\omega = \frac{1}{2}Cc$ & l'angle $\omega CO = 90° - \frac{1}{2}ACc$, on en tirera $\text{tang}\, C\omega = \text{tang}\, CO \cos \omega CO$, ou $\text{tang}\, CO = \frac{\text{tang}\, C\omega}{\cos \omega CO} = \frac{\text{tang}\, \frac{1}{2}Cc}{\sin \frac{1}{2}ACc}$. Mais comme le tems dt est supposé infiniment petit, tant l'intervalle Cc que l'angle ACc feront

feront auffi infiniment petits, & partant égaux à leur finus ou tangentes. Donc la tangente de l'arc CMO fera $= \frac{Cc}{ACc}$, ou bien tang CO $= \frac{Cc}{ACc}$. Par ce moyen on déterminera aifément la grandeur de l'arc CMO, dont la pofition étant perpendiculaire à l'arc $C\gamma$, ou à l'arc BAC même, l'angle ACc étant infiniment petit, on connoitra le point O, par lequel paffe l'axe de rotation, autour duquel tourne le corps pendant l'elément du tems dt.

RECHERCHE DES FORCES REQUISES

POUR CONSERVER LE CORPS DANS UN MOUVEMENT QUELCONQUE.

XL. Ayant rapporté le corps à trois axes fixes AO, BO, CO perpendiculaires entr'eux, qui fe croifent dans le centre de gravité O du corps, qui demeure toujours immobile; foient $OX = x$, $XY = y$ & $YZ = z$ les trois coordonnées orthogonales, qui déterminent le lieu d'un élément quelconque du corps fitué en Z, pour l'inftant préfent, & foit dM la maffe de cet élément. Que le mouvement de cet élément foit tel, qu'en le décompofant felon les directions de nos trois axes fixes, la viteffe felon OC foit $= \lambda y - \mu z$; la viteffe felon $OB = \nu z - \lambda x$; & la viteffe felon $OA = \mu x - \nu y$: pofant pour les lettres A, B, C du §. 33. les lettres $\lambda, -\mu, \nu$. Donc l'axe de rotation dans l'inftant préfent fe trouvera en prenant $x = \nu u$; $y = \mu u$ & $z = \lambda u$; & la viteffe rotatoire autour de cet axe fera $= \sqrt{(\lambda\lambda + \mu\mu + \nu\nu)}$. Or je fuppofe que ces viteffes étant affirmatives tendent à eloigner le point Z felon les directions des trois axes du point O. *Fig. IV.*

XLI. Donc pendant l'elément du tems $= dt$, l'elément dM en Z s'eloignera du plan AOB par l'elément d'efpace $= (\lambda y - \mu z)\, dt$, du plan AOC par l'elément $= (\nu z - \lambda x)\, dt$, & du plan BOC par l'elément $= (\mu x - \nu y)\, dt$. Prenant donc $x + dx$, $y + dy$ & $z + dz$

 pour

pour les coordonnées, qui déterminent le lieu de notre élément dM après le tems dt; nous aurons pour les differentiels dx, dy & dz les valeurs ſuivantes,

$$dx = (\lambda y - \mu z)\,dt;\quad dy = (\nu z - \lambda x)\,dt;\quad dz = (\mu x - \nu y)\,dt$$

qui ont cette propriété, comme nous avons vu, que tous les élémens du corps demeurent à la même diſtance, tant entr'eux, que du centre de gravité O. D'où il eſt clair qu'il eſt impoſſible que toutes ces trois expreſſions ſoient affirmatives à la fois, quoique nous les regardions comme telles; puiſqu'il faut qu'il ſoit toujours $(x + dx)^2 + (y + dy)^2 + (z + dz)^2 = xx + yy + zz$, ou bien $x\,dx + y\,dy + z\,dz = 0$.

XLII. Maintenant pour la continuation du mouvement en ſuppoſant l'elément du tems dt conſtant, il faut par le principe général du mouvement, que l'elément dM en Z ſoit ſollicité par trois forces ſelon les directions de nos trois axes. Car la maſſe de cet élément étant poſée $= dM$, il faut qu'il ſoit ſollicité dans la direction OC par une force $= \frac{2dM\,ddx}{dt^2}$, dans la direction OB par la force $= \frac{2dM\,ddy}{dt^2}$ & dans la direction OA par la force $= \frac{2dM\,ddz}{dt^2}$. Ces forces renferment en ſoi tant les forces externes, dont le corps peut être ſollicité par dehors, que les forces internes, dont les parties du corps ſont liées entr'elles, afinqu'elles ne changent pas leur ſituation rélative. Or il eſt à remarquer que les forces internes ſe détruiſent mutuellement, de ſorte que la continuation du mouvement ne demande des forces externes, qu'entant que ces forces ne ſe détruiſent pas mutuellement.

XLIII. Pour rendre notre recherche générale, ſuppoſons que l'axe de rotation change après le tems dt d'une maniere quelconque, de même que la viteſſe angulaire, ce qui arrivera, lorsque les lettres λ, μ, ν, ne marqueront plus des quantités conſtantes. Soient donc les quantités λ, μ, ν, variables, & pour trouver les differentio-

differen-

differentiels ddx, ddy & ddz, les valeurs de dx, dy, dz nous fourniront :

$$ddx = (\lambda dy + y d\mu - \mu dz - z d\mu) dt$$
$$ddy = (\nu dz + z d\nu - \lambda dx - x d\lambda) dt$$
$$ddz = (\mu dx + x d\mu - \nu dy - y d\nu) dt$$

ou bien :

$$ddx = (y d\lambda - z d\mu) dt + (\lambda dy - \mu dz) dt$$
$$ddy = (z d\nu - x d\lambda) dt + (\nu dz - \lambda dx) dt$$
$$ddz = (x d\mu - y d\nu) dt + (\mu dx - \nu dy) dt$$

XLIV. Dans ces formules remettons pour dx, dy, dz, leurs valeurs données cy-dessus, & nous obtiendrons :

$$ddx = (y d\lambda - z d\mu) dt + (\lambda \nu z + \mu \nu y - (\lambda\lambda + \mu\mu) x) dt^2$$
$$ddy = (z d\nu - x d\lambda) dt + (\mu \nu x + \lambda \mu z - (\nu\nu + \lambda\lambda) y) dt^2$$
$$ddz = (x d\mu - y d\nu) dt + (\lambda \mu y + \lambda \nu x - (\mu\mu + \nu\nu) z) dt^2.$$

Donc si les lignes $Z\alpha$, $Z\beta$, $Z\gamma$ sont tirées pour marquer les trois forces, qui sont requises à solliciter l'élément dM en Z selon les directions des trois axes OA, OB, OC, nous aurons pour ces forces les expressions suivantes.

$$\text{force } Z\gamma = \frac{2dM}{dt}(y d\lambda - z d\mu) + 2dM(\lambda\nu z + \mu\nu y - (\lambda\lambda + \mu\mu)x)$$

$$\text{force } Z\beta = \frac{2dM}{dt}(z d\nu - x d\lambda) + 2dM(\mu\nu x + \lambda\mu z - (\nu\nu + \lambda\lambda)y)$$

$$\text{force } Z\alpha = \frac{2dM}{dt}(x d\mu - y d\nu) + 2dM(\lambda\mu y + \lambda\nu x - (\mu\mu + \nu\nu)z)$$

XLV. Pour réduire ces expressions dans une somme, ou pour trouver les forces totales, il faut remarquer que dans ces intégrations on n'aura d'autres variables, que l'elément dM & les coordonnées

x, y,

x, y, z, qui déterminent le lieu de cet élément, & que dM doit ſucceſſivement paſſer par tous les élémens du corps, de ſorte que l'integrale $\int dM$ rende la maſſe du corps entier M: ainſi dans toutes ces intégrations, qui ne regardent que la variabilité du point Z, les quantités λ, μ, ν, avec leurs differentiels $d\lambda$, $d\mu$, $d\nu$, & l'élément du tems dt ſeront à conſidèrer comme invariables. De là il eſt clair que l'intégrale de chacune de ces trois forces deviendra $= o$, puiſque par la nature du centre de gravité O il eſt $\int x\, dM = o$, $\int y\, dM = o$ & $\int z\, dM = o$. Donc, quelles que ſoient les forces requiſes à ſolliciter le corps, il faut qu'étant appliquées au centre de gravité O, chacune ſelon ſa direction, elles ſe détruiſent mutuellement.

XLVI. Donc, pour connoitre exactement l'état de ces forces, il ne faut qu'avoir égard à leurs momens par rapport à nos trois axes OA, OB, OC. Or la force $Z\alpha$ donne pour l'axe OC un moment dans le ſens BA $= Z\alpha . y$, & pour l'axe OB un moment dans le ſens CA $= Z\alpha . x$. Enſuite la force $Z\beta$ donne pour l'axe OC un moment dans le ſens AB $= Z\beta . z$, & pour l'axe OA un moment dans le ſens CB $= Z\beta . x$. Enfin la force $Z\gamma$ donne pour l'axe OB un moment dans le ſens AC $= Z\gamma . z$, & pour l'axe OA un moment dans le ſens BC $= Z\gamma . y$. Par conſéquent des forces $Z\alpha$, $Z\beta$, $Z\gamma$ réſultera pour l'axe OA un moment dans le ſens BC $= Z\gamma . y - Z\beta . x$; pour l'axe OB un moment dans le ſens CA $= Z\alpha . x - Z\gamma . z$; & pour l'axe OC un moment dans le ſens AB $= Z\beta . z - Z\alpha . y$.

XLVII. Si nous ſubſtituons pour ces forces les valeurs trouvées, le moment qui en réſulte pour l'axe OA dans le ſens BC ſera

$$= \frac{2\,dM}{dt}(yy\,d\lambda + xx\,d\lambda - yz\,d\mu - xz\,d\nu)$$
$$+ 2\,dM(\lambda\nu yz - \lambda\mu xz + \mu\nu yy - \mu\nu xx - (\mu\mu - \nu\nu)xy)$$

Le moment qui en réſulte pour l'axe OB dans le ſens CA ſera

$$= \frac{2\,dM}{dt}(xx\,d\mu + zz\,d\mu - xy\,d\nu - yz\,d\lambda)$$
$$+ 2\,dM(\lambda\mu xy - \mu\nu yz + \lambda\nu xx - \lambda\nu zz - (\nu\nu - \lambda\lambda)xz)$$

Enfin

Enfin le moment qui résulte pour l'axe OC dans le sens AB sera

$$= \frac{2dM}{dt}(zz\,dv + yy\,dv - xz\,d\lambda - xy\,d\mu)$$

$$+ 2dM(\mu\nu xz - \lambda\nu xy + \lambda\mu zz - \lambda\mu yy - (\lambda\lambda - \mu\mu)yz)$$

Or quand je dis qu'il y a un moment pour l'axe OC dans le sens AB, il faut entendre que la force de ce moment tend à tourner le corps autour de l'axe OC, & cela dans le sens AB.

XLVIII. Maintenant on n'aura qu'à prendre les intégrales de ces trois formules trouvées, pour avoir les momens tout entiers des forces, dont le corps doit être sollicité, afin que son mouvement soit tel, que nous venons de le supposer. Or ces intégrales se réduisent à l'intégration des formules, qui dépendent uniquement de la figure du corps & de la distribution de la matiere dont il est composé, par rapport à nos trois axes fixes, OA, OB, OC. Supposons donc qu'il soit

$$\int dM(xx + yy) = Mff \qquad \int xy\,dM = Mll$$

$$\int dM(xx + zz) = Mgg \qquad \int xz\,dM = Mmm$$

$$\int dM(yy + zz) = Mhh \qquad \int yz\,dM = Mnn$$

où il faut remarquer que Mff est le moment d'inertie du corps par rapport à l'axe OA; Mgg le moment d'inertie par rapport à l'axe OB, & Mhh le moment d'inertie par rapport à l'axe OC. Les trois autres formules contiennent les forces centrifuges, qu'auroit le corps, s'il tournoit autour d'un de ces trois axes.

XLIX. De là les momens totals, dont le corps doit être sollicité, se trouveront exprimés de la maniere suivante;

I. Le moment pour l'axe OA dans le sens BC sera:

$$2M\left(\frac{ff\,d\lambda}{dt} - \frac{nn\,d\mu}{dt} - \frac{mm\,dv}{dt} + \lambda\nu nn - \lambda\mu mm - (\mu\mu - \nu\nu)ll + \mu\nu(hh - gg)\right).$$

II. Le moment pour l'axe OB dans le sens CA sera

$$2M\left(\frac{gg\,d\mu}{dt} - \frac{ll\,dv}{dt} - \frac{nn\,d\lambda}{dt} + \lambda\mu ll - \mu\nu nn - (\nu\nu - \lambda\lambda)mm + \lambda\nu(ff - hh)\right)$$

 III. Le

III. Le moment pour l'axe OC dans le sens AB sera

$$2M\left(\frac{hhd\nu}{dt} - \frac{mmd\lambda}{dt} - \frac{lld\mu}{dt} + \mu\nu mm - \lambda\nu ll - (\lambda\lambda - \mu\mu)nn + \lambda\mu(gg - ff)\right)$$

D'où l'on voit que ces momens de forces dépendent, tant des quantités λ, μ, ν, qui se rapportent à l'axe de rotation & au mouvement rotatoire, que de leurs changemens instantanés $d\lambda$, $d\mu$, $d\nu$, qui arrivent dans l'elément du tems dt.

L. Rapportons maintenant ces formules à l'axe de rotation qui soit Oz; & nous avons vû qu'il sera $Ox = \nu u$, $xy = \mu u$ & $yz = \lambda u$; & que la vitesse angulaire autour de cet axe est $= \sqrt{(\lambda\lambda + \mu\mu + \nu\nu)}$; or en quel sens cette vitesse soit dirigée, on trouvera en considérant l'élément du corps situé en X, dont la vitesse à cause de $y = o$ & $z = o$ sera selon OB ou $XY = -\lambda x$ & selon $OA = \mu x$. Donc ce point s'elevera au dessus du plan BOC, & de là on concludra aisement en quel sens le corps tourne autour de l'axe Oz. Soit maintenant la vitesse angulaire autour de cet axe $Oz = v$, de sorte que $\sqrt{(\lambda\lambda + \mu\mu + \nu\nu)} = v$. Ensuite soient ζ, η, θ les angles AOz, BOz, COz, que l'axe de Oz constitue avec les trois axes OA, OB, OC & puisque $Oz = u\sqrt{(\lambda\lambda + \mu\mu + \nu\nu)} = uv$, on aura $\cos\zeta = \frac{\lambda}{v}$; $\cos\eta = \frac{\mu}{v}$ & $\cos\theta = \frac{\nu}{v}$; d'où l'on voit qu'il y a toujours $\cos\zeta^2 + \cos\eta^2 + \cos\theta^2 = 1$: & ainsi on aura

$$\lambda = v\cos\zeta; \quad \mu = v\cos\eta; \quad \nu = v\cos\theta.$$

LI. Supposant donc pour la variabilité de l'axe de rotation Oz les angles ζ, η, θ variables, & outre celà la vitesse angulaire v variable, on obtiendra:

$$d\lambda = dv\cos\zeta - v\,d\zeta\sin\zeta: \ d\mu = dv\cos\eta - v\,d\eta\sin\eta: \ d\nu = dv\cos\theta - v\,d\theta\sin\theta$$

Or à cause de $\cos\zeta^2 + \cos\eta^2 + \cos\theta^2 = 1$ on aura

$$d\zeta\sin\zeta\cos\zeta + d\eta\sin\eta\cos\eta + d\theta\sin\theta\cos\theta = o$$

Or puisque nos formules deviendroient trop compliquées par ces substitutions, & que la position de nos trois axes est arbitraire, posons qu'à

qu'à l'inſtant préſent, ou au commencement de l'elément du tems dt, le corps ait tourné exactement autour de l'axe OA, de ſorte que $\mu = o$ & $\nu = o$, & que partant le mouvement ſe fit dans le ſens BC, avec la viteſſe angulaire v, la valeur de λ étant affirmative. Il ſera donc $\zeta = o$; $\eta = 90°$; $\theta = 90°$; d'où $\lambda = v$; $\mu = o$, $\nu = o$; or après l'elément du tems dt, l'axe de rotation s'ecarte infiniment peu de l'axe OA, de ſorte qu'il faſſe alors avec l'axe OA un angle $= d\zeta$, avec l'axe OB un angle $= 90° + d\eta$, & avec l'axe OC un angle $= 90° + d\theta$; & il doit étre $d\zeta^2 = d\eta^2 + d\theta^2$

LII. Dans cette ſuppoſition nous aurons donc:

$$d\lambda = dv; \quad d\mu = -v\,d\eta \quad \& \quad d\nu = -v\,d\theta.$$

Et ces valeurs étant ſubſtituées dans nos expreſſions précédentes du § 49 donneront.

I. Le moment requis pour l'axe OA dans le ſens BC $=$

$$2\,M\left(\frac{ff\,dv}{dt} + \frac{nnv\,d\eta}{dt} + \frac{mmv\,d\theta}{dt}\right)$$

II. Le moment requis pour l'axe OB dans le ſens CA $=$

$$2\,M\left(\frac{-nn\,dv}{dt} - \frac{ggv\,d\eta}{dt} + \frac{llv\,d\theta}{dt} + mmvv\right)$$

III. Le moment requis pour l'axe OC dans le ſens AB $=$

$$2\,M\left(\frac{-mm\,dv}{dt} + \frac{llv\,d\eta}{dt} - \frac{hhv\,d\theta}{dt} - nnvv\right)$$

Où il faut remarquer que le mouvement rotatoire autour de l'axe AO eſt ſuppoſé ſe faire dans le ſens BC, avec la viteſſe angulaire $= v$.

LIII. Donc, pour que le corps tourne conſtamment autour du même axe OA, ou qu'il ſoit $d\eta = o$ & $d\theta = o$, mais d'un mouvement variable, il faut que ce corps ſoit ſollicité par des forces, qui fourniſſent

I. Pour l'axe OA un moment dans le ſens BC $= \frac{2\,Mff\,dv}{dt}$.

II. Pour l'axe O B un moment dans le sens C A $= \left(mmvv - \frac{nndv}{dt}\right)$

III. Pour l'axe O C un moment dans le sens B A $= \left(nnvv + \frac{mmdv}{dt}\right)$

D'où l'on voit que pour accélerer le mouvement rotatoire, il faut un moment de forces pour l'axe de rotation O A, lequel soit proportionel à Mff, c'est à dire au moment d'inertie du corps par rapport à l'axe O A. Mais, pour que le corps tourne autour de l'axe immobile O A d'un mouvement uniforme, il faut que ce corps soit sollicité de dehors par des forces, qui n'ayent aucun moment pour l'axe O A, mais qui donnent pour l'axe O B un moment dans le sens C A $= 2\,M\,mmvv$, & pour l'axe O C un moment $= 2\,M\,nnvv$. Donc ce mouvement ne saura subsister sans le secours de forces externes, à moins qu'il n'y soit $mm = o$ & $nn = o$, ou $\int xz\,dM = o$ & $\int yz\,dM = o$, ce qui est précisement le cas remarqué cy-dessus, où les forces centrifuges se détruisent mutuellement.

RECHERCHE DU MOUVEMENT D'UN CORPS SOLIDE AUTOUR DE SON CENTRE DE GRAVITÉ, LES FORCES DONT IL EST SOLLICITÉ ÉTANT DONNÉES.

Fig. IV. LIV. Le corps étant rapporté aux trois axes fixes O A, O B, O C, qui se coupent perpendiculairement au centre de gravité O, soit comme nous avons posé cy-dessus, nommant les coordonnées O X $= x$, X Y $= y$, Y Z $= z$, & l'élément du corps en Z $= dM$.

$$\int dM\,(xx + yy) = Mff \qquad \int xy\,dM = Mll$$
$$\int dM\,(xx + zz) = Mgg \qquad \int xz\,dM = Mmm$$
$$\int dM\,(yy + zz) = Mhh \qquad \int yz\,dM = Mnn$$

Cela posé, que le corps ait déja un mouvement quelconque qui se fasse autour d'un axe O z, de sorte que O $x = \nu u$; $x\eta = \mu u$; $\eta z = \lambda u$, & que la vitesse rotatoire autour de cet axe soit $= V(\lambda\lambda + \mu\mu + \nu\nu)$.

LV. Dans

LV. Dans cet état le corps soit sollicité par des forces quelconques, & pour trouver le changement, qui en sera causé dans le mouvement du corps, on n'aura qu'à avoir égard aux momens des ces forces par rapport aux trois axes OA, OB, OC: soit donc le moment qui résulte de ces forces

pour l'axe OA dans le sens BC $= Pa$.

Le moment pour l'axe OB dans le sens CA $= Qa$.

Le moment pour l'axe OC dans le sens CO $= Ra$.

Maintenant égalant ces moments à ceux qui ont été trouvés cy-dessus (§. 49.) nous obtiendrons les trois équations suivantes.

$$\text{I.}\quad \frac{Pa}{2M} = \frac{ff\,d\lambda}{dt} - \frac{nn\,d\mu}{dt} - \frac{mm\,d\nu}{dt} + \lambda\nu nn - \lambda\mu mm - (\mu\mu - \nu\nu)ll + \mu\nu(hh - gg)$$

$$\text{II.}\quad \frac{Qa}{2M} = \frac{gg\,d\mu}{dt} - \frac{ll\,d\nu}{dt} - \frac{nn\,d\lambda}{dt} + \lambda\mu ll - \mu\nu nn - (\nu\nu - \lambda\lambda)mm + \lambda\nu(ff - hh)$$

$$\text{III.}\quad \frac{Ra}{2M} = \frac{hh\,d\nu}{dt} - \frac{mm\,d\lambda}{dt} - \frac{ll\,d\mu}{dt} + \mu\nu mm - \lambda\nu ll - (\lambda\lambda - \mu\mu)nn + \lambda\mu(gg - ff)$$

d'où on pourra déterminer les changemens infiniment petits $d\lambda$, $d\mu$ & $d\nu$, qui seront produits dans l'elément du tems dt.

LVI. Mais, puisque la résolution de ces équations nous conduiroit à des formules trop longues, posons, comme nous avons fait auparavant, que le corps tourne à l'instant présent autour de l'axe OA dans le sens BC avec une vitesse angulaire $= v$: & qu'après le tems $= dt$, l'axe de rotation change, en sorte qu'il fasse alors avec l'axe OA un angle $= d\zeta$, avec l'axe OB un angle $= 90° + d\eta$ & avec l'axe OC un angle $= 90° + d\theta$; & que la vitesse angulaire devienne alors $= v + dv$: & nous avons vû qu'il est $d\zeta^2 = d\eta^2 + d\theta^2$. Cela supposé, nous aurons les trois équations suivantes:

$$\text{I.}\quad \frac{Pa}{2M} = \frac{ff\,dv}{dt} + \frac{nnv\,d\eta}{dt} + \frac{mmv\,d\theta}{dt}.$$

 II. Qa

$$\text{II. } \frac{Qa}{2M} = \frac{-nn\,dv}{dt} - \frac{gg\,v\,d\eta}{dt} + \frac{ll\,v\,d\theta}{dt} + mm\,v\theta$$

$$\text{III. } \frac{Ra}{2M} = \frac{-mm\,dv}{dt} + \frac{ll\,v\,d\eta}{dt} - \frac{hh\,v\,d\theta}{dt} - nn\,vv$$

LVII. Maintenant la résolution de ces trois équations nous fournira pour dv, $d\eta$ & $d\theta$ les valeurs suivantes:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{Pa\,(gghh - l^4) + Qa\,(hhnn + llmm) + Ra\,(ggmm + llnn) - 2M\,vv\,(mmnn\,(hh - gg) + ll\,(m^4 - n^4))}{2M\,(ffgghh - ffl^4 - ggm^4 - hhn^4 - 2\,llmmnn)}$$

$$-\frac{v\,d\eta}{dt} = \frac{Pa\,(hhnn + llmm) + Qa\,(ffhh - m^4) + Ra\,(ffll + mmnn) - 2Mvv\,(ffhhmm - ffllnn - mm\,(m^4 + n^4))}{2M\,(ffgghh - ffl^4 - ggm^4 - hhn^4 - 2\,llmmnn)}$$

$$-\frac{v\,d\theta}{dt} = \frac{Pa\,(ggmm + llnn) + Qa\,(ffll + mmnn) + Ra\,(ffgg - n^4) + 2Mvv\,(ffggnn - ffllmm - nn\,(m^4 + n^4))}{2M\,(ffgghh - ffl^4 - ggm^4 - hhn^4 - 2\,llmmnn)}$$

De ces formules donc on connoitra pour chaque inſtant le changement élémentaire, qui arrivera tant dans la poſition de l'axe de rotation, que dans la viteſſe angulaire. Or il faut pour chaque inſtant changer la poſition des trois axes OA, OB, OC afin que OA convienne toujours avec l'axe de rotation: & alors on ſera obligé de calculer de nouveau pour chaque inſtant les valeurs ll, mm, nn, ff, gg, hh; puisque le changement de la ſituation du corps par rapport aux trois axes y cauſera des variations continuelles.

LVIII. Ce ſeront donc ces trois formules, qui contiennent les nouveaux principes de Mecanique, dont on a beſoin pour déterminer le mouvement des corps ſolides, lorsque l'axe de rotation, autour duquel ils tournent, ne demeure pas immobile, ou dirigé vers la même plage du Ciel, ou de l'eſpace abſolu. Et il eſt évident que ces nouveaux principes ſont ſuffiſans pour tous les cas imaginables des mouvemens, dont les corps ſolides ſont ſusceptibles. Or jusqu'ici on n'a été en état que de réſoudre ce cas fort particulier, où il eſt pour le corps $m = o$ & $n = o$, & enſuite pour les forces ſollicitantes $Q = o$ & $R = o$: Mais pour ce cas on aura $\frac{dv}{dt} = \frac{Pa}{2Mff}$, & $d\eta = o$ & $d\theta = o$:

$d\theta = o$: d'où l'on voit combien sont bornées les recherches de Mecanique, sans le secours de ces nouveaux principes, que je viens de déduire de l'axiome général, sur lequel est fondée toute la Mecanique.

LIX. Comme les formules qui contiennent ces principes, sont trop embarassées, pour en pouvoir faire voir clairement leur nature; il sera à propos d'en faire l'application à une certaine espece de corps, où ces formules deviennent assés simples. Supposons donc que le *corps solide*, dont il s'agit de déterminer le mouvement, soit un globe formé d'une matiére homogene, ou du moins des couches sphèriques concentriques, dont chacune soit homogene. Dans ce cas il est clair, que les momens d'inertie Mff, Mgg, Mhh par rapport à chaque axe seront égaux entr'eux, & partant $gg = hh = ff$; de plus il sera toujours $ll = o$, $mm = o$, & $nn = o$. Donc les trois formules, qui renferment le changement du mouvement causé par les trois momens Pa, Qa, Ra seront:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{Pa}{2Mff}; \quad \frac{vd\eta}{dt} = \frac{-Qa}{2Mgg} \quad \& \quad \frac{vd\theta}{dt} = \frac{-Ra}{2Mhh}.$$

dont la raison ne sera plus difficile à comprendre.

LX. Les deux axes OB & OC étant arbitraires, pourvu qu'ils soient dans le plan perpendiculaire à l'axe de rotation OA, on les peut toujours arranger en sorte, que les moments de forces par rapport à un d'eux se détruisent. Soient donc ces axes OB & OC tellement choisis que le moment par rapport à OC évanouïsse, ou qu'il soit $R = o$: nous aurons donc $\frac{dv}{dt} = \frac{Pa}{2Mff}$; $\frac{vd\eta}{dt} = \frac{-Qa}{2Mqq}$ & $d\theta = o$, d'où nous voyons que l'axe OA approchera de l'axe OB par un angle infiniment petit $-d\eta = \frac{Qadt}{2Mggv}$ dans le tems dt; car puisque $d\theta = o$; c'est un signe que l'axe de rotation demeure perpendi-

pendiculaire à l'axe OC. Donc c'est le moment de forces, qui tend à tourner le corps autour de l'axe OB dans le sens CA, duquel est produite l'inclinaison de l'axe de rotation OA vers l'axe OB, pendant que le corps tourne autour de OA dans le sens BC, & cette inclinaison est réciproquement proportionelle à la vitesse rotatoire du corps autour de son axe de rotation.

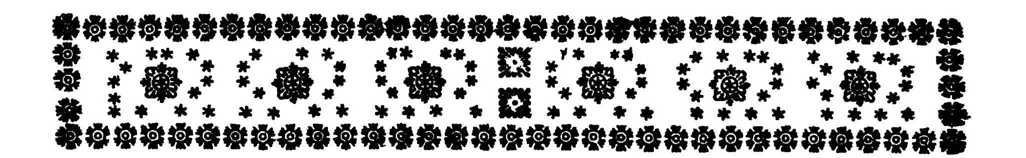
Fig. V. LXI. Soient pour mieux répresenter cela OA, OB, OC les trois axes, autour du premier desquels OA le corps sphèrique que je considere ici, tourne dans le sens BC avec une vitesse angulaire $= v$. Que ce corps soit sollicité par deux forces P & Q, dont la premiere P lui soit appliquée en B selon la direction BP parallele à OC, & l'autre Q en C selon la direction CQ parallele à OA, de sorte que les distances soient OB $= a$ & OC $= a$. Cela posé, la premiere force n'aura pas d'autre moment que par rapport à l'axe OA, & ce moment sera $= Pa$ dans le sens BC; or l'autre force CQ $= Q$ n'aura pas d'autre moment que par rapport à l'axe OB, & ce moment sera $= Qa$ dans le sens CA. Maintenant le moment d'inertie du corps par rapport à un axe quelconque, qui passe par son centre de gravité étant posé $= Mff$: l'effet de la premiere force P consistera dans l'accéleration du mouvement rotatoire, donnant $dv = \frac{Padt}{2Mff}$: & l'effet de l'autre force Q sera incliner l'axe de rotation OA vers OB, & le transportera en Oa, de sorte que l'angle AOa $= \frac{Qadt}{2Mffv}$.

Fig. VI. LXII. On comprendra mieux le fondement de ces effets, si nous regardons la superficie sphèrique BCD du corps, dont le rayon soit OB $=$ OC $=$ OA $= a$, & qui tourne autour de l'axe OA dans le sens BC avec la vitesse rotatoire $= v$. Soit BP la force P, qui accélere le mouvement de rotation, autour de l'axe OA; & on voit que cette force produit le même effet, que si l'autre force Q n'agissoit point sur le corps; donc cet effet est connu par les principes vulgai-

vulgaires, desquels il doit être $dv = \frac{P a dt}{2 M ff}$. Considerons l'autre force Q appliquée en A selon la direction A Q parallele à C O, car il est évident que cette force produira le même moment, que si elle étoit appliquée en C selon une direction parallele à O A. L'effet donc de cette force consistera en ce qu'elle transportera l'axe de rotation O A en O a par l'angle A O $a = \frac{Q a dt}{2 M ff v}$.

LXIII. Pour donner une explication de cet effet, qu'on considere d'abord le seul mouvement de rotation, par lequel le point a sera transporté autour de A en α, par l'angle a A α dans le tems dt: la vitesse angulaire étant $= v$, cet angle a A α sera $= v\,dt$; & partant l'espace $a\alpha = Aa . v\,dt$. Ensuite faisons abstraction du mouvement rotatoire, & considerons le corps, comme s'il étoit sollicité par la seule force A Q = Q, qui lui imprimera un mouvement de rotation autour de l'axe B O D, dans le sens C A ou $\alpha\, a$; & la vitesse rotatoire engendrée dans le tems dt sera $= \frac{Q a dt}{2 M ff}$: donc dans le tems dt ce mouvement se fera par un angle $= \frac{Q a dt^2}{2 M ff}$. Par ce mouvement le point α sera retiré vers a par un espace $= \frac{Q a a dt^2}{2 M ff}$; & il est clair que le point α doit exactement être rétabli en a, afin que ce soit le point a & l'axe O a qui demeure en repos. De là nous aurons $a\alpha =$ $Aa . v dt = \frac{Q a a dt^2}{2 M ff}$, & partant $\frac{Aa}{AO} =$ angl. A O $a = \frac{Q a dt}{2 M ff v}$; ce qui est la même expression qui a été déduite de nos principes.





SUR LE PLUS GRAND ECLAT DE VENUS, EN SUPPOSANT SON ORBITE ET CELLE DE LA TERRE ELLIPTIQUE.

PAR M. KIES.

Copernic ayant au commencement du XVI. siecle renouvellé l'ancien Syſtème que Pythagore avoit appris dans l'Orient, il fut bientôt répandu par toute l'Europe; & la plûpart des Aſtronomes reconnurent d'abord que le mouvement de la Terre & des autres Planetes autour du Soleil eſt la vraye Phyſique celeſte, & le Soleil fut regardé comme immobile au centre de leurs révolutions. Mais, quelque ſimple & ſolide que parût cette théorie, comme auroient facilement pû s'en convaincre ceux qui auroient reflêchi ſur les ſolides raiſons, que Copernic en avoit apportées, elle ne manqua pourtant pas d'être vivement attaquée. L'une des principales objections qui ait été oppoſée contre le mouvement de la Terre & de toutes les Planetes autour du Soleil; c'eſt que dans la nouvelle hypotheſe Venus devroit paroître à chaque révolution avoir préciſément les mêmes phaſes que la Lune; ce qui étoit, diſoit-on, contraire à l'expérience & aux obſervations. Car, ſuivant le Syſteme de Copernic, lorsque Venus, après ſa conjonction inférieure avec le Soleil, ſort des rayons du Soleil, en ſe faiſant voir dans l'Aurore, ſon diametre devroit être le plus grand, & Venus devroit paroitre alors concave, comme paroit la Lune peu de jours avant qu'elle ſoit nouvelle. Après cela elle devroit augmenter de lumiere; de ſorte que dans ſes plus grandes digreſſions ou élongations du Soleil, elle devroit paroitre dicho-

dichotome, ou coupée par la moitié, comme la Lune paroît dans ses derniers Quartiers. S'approchant ensuite en apparence du Soleil, elle devroit diminuer continuellement de grandeur, mais augmenter de lumiere, jusqu'à ce que, vers le tems de sa conjonction supérieure avec le Soleil, elle parut ronde & se cachât enfin sous les rayons du Soleil. Peu de tems après sa conjonction supérieure, elle devroit reparoitre le soir dans le crépuscule, augmentant de grandeur & diminuant de lumiere à mesure qu'elle s'éloigneroit du Soleil, jusqu'à ses plus grandes digressions, où l'on devroit encore la voir dichotome comme la Lune paroit dans ses premiers Quartiers; & à mesure qu'elle s'approcheroit ensuite de sa conjonction inférieure, elle devroit paroitre le soir sous la forme d'un Croissant, comme la Lune quelques jours après qu'elle est nouvelle. Les Adversaires de Copernic prétendoient qu'on n'observoit point les phases de Venus telles que je les ai décrites, & Copernic ne pouvoit répondre autre chose, si ce n'est qu'elle les avoit en effet, & même qu'il ne falloit pas desespérer qu'un jour les Astronomes ne pussent en rendre un témoignage authentique. En effet cette prédiction fut confirmée peu de tems après, lorsque le célébre Galilée profitant de la découverte qui venoit de se faire en Allemagne des lunettes d'approche, ou des telescopes, observa le premier les phases de Venus semblables à celles de la Lune, & précisément telles que la théorie de Copernic les demande, de sorte qu'ayant bientôt publié par toute la Terre les observations qu'il venoit de faire, l'on fut enfin obligé de conclurre avec Galilée que rien ne pouvoit être plus propre a démontrer le systême de Copernic, que cette observation sur les phases de Venus. Mercure est sujet aux mêmes variations dans ses phases que Venus, mais ne se montrant que dans ses plus grandes digressions, nous ne le pouvons jamais voir parfaitement plein & rond; mais il est ou dichotome, ou un peu convexe, ou enfin un peu concave, étant vû par le telescope. Dans les planetes supérieures de Saturne & de Jupiter, les changemens des phases ne sont pas sensibles du tout, à cause de leur grande distance;

 car

car, ſoit dans la figure ci-jointe P la planete inférieure, par exemple, la Terre, Q la ſupérieure & dans nôtre cas Jupiter, mettez $SP = x$, $SQ = y$, $PSQ = s$, qu'on tire de P à SQ la ligne perpendiculaire PR, & nous aurons $PR = x \sin s$, $SR = x \cos s$, & $QR = y - x \cos s$, & partant tang. $PQS = \frac{x \sin s}{y - x \cos s}$, & comme le ſinus verſe de l'angle SQM eſt proportionel à la partie éclairée de la Planete, obſervée du centre de la Terre, nous aurons

ſin. verſ. $SQM = 1 + \frac{y - x \cos s}{\sqrt{(y^2 - 2xy \cos s + x^2)}}$: mais parce que la diſtance de Jupiter au Soleil eſt à peu près cinq fois plus grande que celle qui nous ſépare du Soleil, on aura ſin. verſ. SQM $= 1 + \frac{5 - \cos s}{\sqrt{(26 - 10 \cos s)}}$ Mettons à préſent l'élongation heliocentrique de Jupiter à la Terre ou $s = 90°$, & notre formule deviendra $1 + \frac{5}{\sqrt{26}} = 1.98058$.

ſi $s = 45°$, nous aurons $1 + \frac{5 - \sqrt{\frac{1}{2}}}{\sqrt{(26 - 5\sqrt{2})}} = 1.98668$

Ces expreſſions nous font voir, en diviſant le Diametre de Jupiter en 2, la quantième partie en pourroit manquer dans ſes diverſes ſituations & ſes differens aſpects avec le Soleil: & comme le plus grand Diametre de Jupiter, vû du centre de la Terre, eſt à peu près $= 50''$, $\frac{2}{100}$ qui y pourroient manquer, n'importeront pas une ſeconde; & comme il eſt vraiſemblable que Jupiter eſt environné d'une atmoſphere, à cauſe de laquelle plus de la moitié du corps de Jupiter ſera éclairée du Soleil, on verra la planete de Jupiter toujours pleine & parfaitement ronde. A plus forte raiſon les changemens des phaſes de Saturne doivent diſparoitre tout à fait, quand nous conſidérons l'extrême diſtance dont il eſt eloigné de notre globe. Dans

la

la planete de Mars on observe quelques variations dans les phases qui ne sont pourtant pas à beaucoup près si grandes que celles qu'on remarque dans les planetes inferieures, & surtout dans Venus; & tous ces changemens des phases s'accordent si parfaitement avec le systême de Copernic, que sa théorie n'est jamais démentie par les observations. Après toutes ces explications & cet accord merveilleux de l'expérience & des principes, il reste encore dans les apparitions de la planete de Venus une merveille, qui paroissoit d'abord irréconciliable avec tous les systêmes du monde, tant qu'on ne pesoit pas avec assez de circonspection toutes les circonstances; c'est que, quand le disque de Venus paroit entierement éclairé, ce n'est jamais dans cette situation que sa lumiere devient la plus brillante & la plus abondante; son plus grand éclat n'arrive jamais dans sa conjonction supérieure avec le Soleil, mais long tems après, & même après les quadratures; car Venus étant dans sa conjonction supérieure avec le Soleil, sa distance à la Terre devient trop grande; c'est cette grande distance, qui est cause que la force & la vivacité de sa lumiere diminuent d'une part dans un plus grand rapport que la quantité de lumiere n'augmente de l'autre, c'est à dire, à mesure que nous voyons sous un plus grand angle son disque éclairé. Car la lumiere de Venus décroit constamment comme les quarrés de ses distances à la Terre augmentent, au lieu que la partie éclairée que nous appercevons successivement un peu plus grande, jusqu'à ce que le disque nous paroit entierement lumineux, croit seulement dans la raison des sinus verses de l'angle extérieur qui est à la planete SPM, comme nous l'avons vû cy-dessus. Ce qui augmente le plus cette merveille dans les apparitions de Venus, c'est qu'ayant exactement observé dans une révolution le point de l'orbite de Venus, ou son élongation Géocentrique au Soleil, où son éclat étoit le plus grand, on trouve que faisant la seconde révolution, & ayant la même élongation, son plus grand éclat est la seconde fois ou plus grand ou plus petit, que la premiere; de sorte qu'il y a des degrés dans sa plus grande lumiere,

& un éclat enfin qui furpaffe tous les autres plus grands éclats. Pour s'affurer de ce que j'avance ici, on n'a qu'à fe rappeller, que Venus a été quelquefois obfervée à la vûe fimple en plein midi avec le Soleil, comme l'année 1747. au mois de Novembre, & même l'année paffée; & dans le dernier fiecle, où elle fut d'abord prife pour une Comete, qui felon la fuperftition du peuple prédifoit toutes fortes d'evénemens. Il eft bien vrai que ce cas n'arrive pas toujours quand il devroit paroitre, mais il faut auffi de certaines faifons, pour nous faire voir ce beau fpectacle. En Eté on a rarement obfervé la planete de Venus en plein jour, parce que le trop grand éclat du jour l'éteint alors; en Hyver l'atmofphère continuellement chargée de trop de vapeurs nous la fait pareillement difparoitre; ce n'eft qu'aux environ des équinoxes qu'il nous eft permis d'admirer ce luftre de Venus; dans lesquelles faifons, heureufement pour la folution du problème que nous allons examiner, la Terre eft dans fa diftance moyenne au Soleil. Si l'on vouloit déterminer par des obfervations le rapport, qu'ont les plus grands éclats de Venus entre eux, on pourroit fe fervir de la même methode qu'a emploiée Mr. *Bouguer* pour la détermination de la lumiere de la Lune par rapport à celle du Soleil; il avoit affoibli la lumiere du Soleil moyennant un verre concave jusqu'à ce qu'elle lui parût égale à la lueur d'une bougie éloignée de lui d'une diftance connue, & comparant après la lumiere de la Lune pleine à la même bougie éloignée de lui pareillement d'une diftance connue, il a trouvé le vray rapport de la lumiere du Soleil à celle de la Lune. Si l'on faifoit la même opération pour le plus grand éclat de Venus dans chaque révolution, on trouveroit le véritable rapport qu'ont ces plus grandes fplendeurs de Venus entre elles. J'ai taché dans la folution du problème fuivant de découvrir par la théorie cette rélation; & les ufages qui en réfultent pour faire voir l'accord du fyftème du monde avec tous les phénomenes juftifieront affez mon entreprife.

PRO-

PROBLEME.

La theorie de la Terre & de Venus étant donnée, trouver où le plus grand éclat de Venus arrivera.

SOLUTION

Soit la Terre en Q, Venus en P, $SP = x$, $SQ = y$, l'angle $QSP = s$, & il sera cosin $QPS = \frac{x - y \cos s}{\sqrt{(x^2 - 2xy\cos s + y^2)}}$. Comme l'éclat de Venus est en raison composée directe du sinus verse de l'angle SPM & inverse composée doublée de la distance QP & PS, il sera proportionel à cette quantité $= \frac{x - y\cos s + \sqrt{x^2 - 2xy\cos s + y^2}}{(y^2 - 2xy\cos s + x^2)^{3:2}\, xx}$. Pour trouver donc où cet éclat est le plus grand, le differentiel de la quantité $\frac{x - y\cos s + \sqrt{x^2 - 2xy\cos s + y^2}}{(y^2 - 2xy\cos s + x^2)^{3:2}\, xx}$ doit être égalé à zero, c'est à dire

$$(y^2 - 2xy\cos s + x^2)\,(x\,dx - x\cos s\,dy + xy \sin s\,ds) =$$
$$(3x - 3y\cos s + 2\sqrt{x^2 - 2xy\cos s + y^2})(x^2 dx - x^2 \cos s\,dy - xy\cos s\,dx + x^2 y \sin s\,ds + xy\,dy)$$
$$+ 2\,dx\,(x - y\cos s + \sqrt{x^2 - 2xy\cos s + y^2})\,(x^2 - 2xy\cos s + y^2), \text{ ou}$$
$$\left[4x^3 - 10x^2 y\cos s - 2y^3 \cos s + xy^2(7\cos s^2 + 1) + 2x(x - y\cos s)\sqrt{(x^2 - 2xy\cos s + y^2)} + 2(x^2 - 2xy\cos s + y^2)^{3:2}\right] dx$$
$$+ \left[x^2 y(4 - \sin s^2) - 2x\cos s\,(x^2 + y^2) + 2x(y - x\cos s)\sqrt{(x^2 - 2xy\cos s + y^2)}\right] dy$$
$$+ \left[xy \sin s\,(2x^2 - y^2 - xy\cos s + 2x\sqrt{x^2 - 2xy\cos s + y^2}\right] ds = 0$$

Si l'on suppose l'éclat de Venus seulement proportionel à $\frac{x - y\cos s + \sqrt{x^2 - 2xy\cos s + y^2}}{(y^2 - 2xy\cos s + x^2)^{3:2}}$ nous aurons

3 (x−

$$3\left(x-y\cos s+\sqrt{x^2-2xy\cos s+y^2}\right)(x\,dx-x\,dy\cos s-y\,dx\cos s+y\,dy+xy\sin s\,ds)\left(\sqrt{x^2-2xy\cos s+y^2}\right)=$$
$$(x^2-2xy\cos s+y^2)^{\frac{3}{2}}(dx-dy\cos s+y\sin s\,ds)+(x^2-2xy\cos s+y^2)(x\,dx-x\,dy\cos s-y\,dx\cos s+y\,dy+xy\sin s\,ds)$$

ou

$$\left(3x-3y\cos s+2\sqrt{x^2-2xy\cos s+y^2}\right)(x\,dx-x\,dy\cos s-y\,dx\cos s+xy\sin s\,ds+y\,dy)=$$
$$(x^2-2xy\cos s+y^2)(dx-dy\cos s+y\sin s\,ds)$$

ou enfin

$$\left[2(x-y\cos s)^2-y^2\sin s^2+2(x-y\cos s)\sqrt{x^2-2xy\cos s+y^2}\right]dx+$$
$$\left[xy(4-\sin s^2)-2\cos s(x^2+y^2)+2(y-x\cos s)\sqrt{x^2-2xy\cos s+y^2}\right]dy+$$
$$y\sin s\,ds\left(2x^2-y^2-xy\cos s+2x\sqrt{x^2-2xy\cos s+y^2}\right)=0$$

Comme nous ſuppoſons la Theorie du Soleil & de Venus connue, mettons le demi-grand axe de l'orbite de Venus $= a$, & celui de la Terre $= A$, l'excentricité de l'orbite de Venus $= e$, & celle de la Terre $= E$, l'anomalie vraie de Venus $= v$, & celle de la Terre $= V$; & comme les planetes décrivent autour du Soleil des aires proportionelles au tems, ſoit dans l'élément du tems (fig. 2.) dt l'aire $PSp = m\,dt$, & $QSq = n\,dt$, il ſera $m\,dt = \frac{1}{2}\,PS^2\,PSp$ & partant l'angle $PSp = \frac{2m\,dt}{x^2}$, pareillement le petit angle $QSq = \frac{2n\,dt}{y^2}$, & partant $ds = qSp - QSP = QSq - PSp = 2dt\left(\frac{n}{y^2}-\frac{m}{x^2}\right)$. AP & BQ ſoient les tangentes des orbites, & $APS = p$, $BQS = q$, l'aire $PSp = m\,dt = \frac{1}{2}\,PS.\,Pp.\,\sin p$, on aura $Pp = \frac{2m\,dt}{x\sin p}$ & $dx = \frac{2m\,dt}{x\,\mathrm{tang}\,p}$ & $dy = \frac{2n\,dt}{y\,\mathrm{tang}\,q}$. Et comme les aires de deux corps tournant autour du Soleil ſont en raiſon ſousdoublée des parametres de leurs orbites, il ſera $m = \sqrt{a(1-ee)}$;

$n =$

$x = \sqrt{A(1-EE)}$ & la tangente de p étant $= \frac{e \cos v - 1}{e \sin v}$; tang. q $= \frac{E \cos V - 1}{E \sin V}$ & $x = \frac{a(1-ee)}{1 - e \cos v}$; $y = \frac{A(1-EE)}{1 - E \cos V}$

il sera $dx = \frac{-2 e \sin v . dt}{\sqrt{a(1-ee)}}$; $dy = \frac{-2 E \sin V dt}{\sqrt{A(1-EE)}}$

$$ds = \frac{2 dt ((1 - E \cos V)^2 - (1 - e \cos v)^2)}{A^{3:2}(1-EE)^{3:2} - a^{3:2}(1-ee)^{3:2}}$$

Et si l'on met la difference de la longitude des Aphelies de la Terre & Venus, qui est connue, $= \theta$, il sera $s = \theta + V - v$.

Comme il n'est pas possible de développer cette équation, mettons le lieu de la Terre en Q fixe, & cherchons pour chaque lieu donné de la Terre dans son orbite le lieu de Venus, où son plus grand éclat arrive ; dans ce cas nous aurons, à cause de $s = \alpha + v$, R répondant à l'aphelie de Venus

$$[2(x - y\cos s)^2 - y^2 \sin s^2 + 2(x - y \cos s)\sqrt{x^2 - 2xy\cos s + y^2}] \frac{e x \sin v}{1 - e \cos v} =$$

$$y \sin s \,(2x^2 - y^2 - y \cos s + 2x \sqrt{(x^2 - 2xy \cos s + y^2)})$$

soit $x - y \cos s = z$, & cette équation sera transformée dans la suivante

$$(2z^2 - y^2 \sin s^2 + 2z\sqrt{z^2 + y^2 \sin s^2}) \frac{e x \sin v}{1 - e \cos v} =$$

$y \sin s (2z^2 + 3yz \cos s - y^2 \sin s^2 + 2(z + y \cos s)\sqrt{z^2 + y^2 \sin s^2})$
& multipliant de part & d'autre par $2z^2 - y^2 - 2z\sqrt{(z^2 + y^2 \sin s^2)}$
il sera

$z \cos s\,(2z^2 - 7y^2 \sin s^2) + \frac{e x \sin v . \sin s}{1 - e \cos v}(8z^2 - y^2 \sin s^2) - y^2 \sin s^2$
$(8z^2 + y^2 \sin s^2) = 2 \cos s\,(y^2 \sin s^2 + z^2)^{3:2}$, dans cette équation si on substitue $x = \frac{a(1-ee)}{1 - \cos v}$; $z = x - y \cos s$; $s = \alpha + v$, on trouvera, par les racines de l'équation du 8me dégré, en combien de points

points de l'orbite de Venus son éclat est le plus grand pour la même distance de la Terre au Soleil.

Comme cette équation est encore fort intraitable, faisons plusieurs hypothèses pour les distances de la Terre & de Venus au Soleil, & les mettant données, ou connues, nous aurons dans nos formules differentielles

$$y \sin s\, ds\, (2x^2 - y^2 - xy \cos s + 2x\sqrt{x^2 - 2xy \cos s + y^2}) = 0$$

& partant cosin $s = \frac{-2x}{y} - \frac{y}{x} + \frac{2}{y}\sqrt{(3y^2 + x^2.)}$

Faisons à present toutes les suppositions pour les distances de la Terre & de Venus au Soleil, & cherchons pour ces cas l'angle s.

$l\,x = 9.862359$	$x = 0.7283798$	*aphelie.*
$l\,x = 9.859359$	$x = 0.7233666$	*distance moyenne.*
$l\,x = 9.856295$	$x = 0.7182820$	*peribelie.*
$l\,y = 0.007286$	$y = 1.0169180$	*aphelie.*
$l\,y = 0.000000$	$y = 1.0000000$	*distance moyenne.*
$l\,y = 9.992589$	y 0.9830800	*peribelie.*

HYPOTHESE I.

Si Venus est aphelie, & la Terre peribelie.

$l\,x = 9.862359$
$l\,2 = 0.301030$
0.163389
$l\,y = 9.992589$
0.170800
1.4819
1.3497
2.8316
3.7677
$\cos s = 0.9361$
$s = 20^\circ\, 35'$

$l\,y = 9.992589$
$l\,x = 9.862359$
0.130230

$l\,y^2 = 9.985178$
$l\,3 = 0.477121$
0.462299
$l\,x^2 = 9.724718$
$3\,y^2 = 2.8993$
$x^2 = 0.5305$
$3y^2 + x^2 = 3.4298$
$\log(3y^2 + x^2) = 0.5352688$
$\frac{1}{2}\ l. = 0.2676344$
$l2 = 0.3010300$
0.5686644
$ly = 9.992589$
0.576075
nomb. 3.7677

HYPO-

HYPOTHESE II.

Si Venus est peribelie, & la Terre aphelie.

$lx = 9.856295$
$l2 = 0.301030$
0.157325
$ly = 0.007286$
0.150039
nombr. 1.4127
$ly = 0.007286$
$lx = 9.856295$
0.150991
1.4158
3.7411
2.8285
$\cos s = 0.9126$
$s = 24^\circ\ 8'$

$l\, y^2 = 0.014572$
$l\, 3 = 0.477121$
0.491693
$3y^2 = 3.10237$
$x^2 = 0.51593$
$x^2 + 3y^2 = 3.61830$
$\log = 0.5585046$
$\frac{1}{2} \log = 0.2792523$
$l\, 2 = 0.3010300$
0.5802823
$l\, y = 0.007286$
0.5729963

$lx^2 = 9.712590$

HYPOTHESE III.

Si Venus & la Terre sont dans leurs distances moyennes du Soleil.

$l\, x = 9.859359$
$x = 0.72336$
$2\, x = 1.44672$
1.38242
2.82914

$\frac{ly}{x} = 0.140641$

$\frac{y}{x} = 1.38242$

$l\, x^2 = 9.718718$
$x^2 = 0.52326$
$3\, y^2 = 3.$
3.52326
$\sqrt{3y^2 + x^2} = 1.87704$
$\frac{2}{y}\sqrt{3y^2 + x^2} = 3.75408$
2.82914
$\cos s = 0.92494$
$s = 22^\circ\ 20'$

HYPO-

HYPOTHESE IV.

Si Venus est perihelie, & la Terre perihelie.

$l\,x = 9.856295$
$l\,2 = 0.301030$
0.157325
$l\,y = 9.992589$
0.164736
1.4613
1.3687
2.8300
3.7597
$\cos s = 0.9297$
$s = 21^\circ\,36'$.

$l\,y = 9.992589$
$l\,x = 9.856295$
0.136294

$l\,y^2 = 9.985178$
$l\,3 = 9.477121$
0.462299
$3y^2 = 2.8994$
$x^2 = 0.5159$
3.4153
log. 0.5334289
$\frac{1}{2}\,l.$ 0.2667144
$l\,2 = 0.3010300$
0.5677444
$l\,y = 9.9925890$
0.5751554

HYPOTHESE V.

Si la Terre est aphelie, & Venus aphelie.

$l\,x = 9.862359$
$l\,2 = 0.301030$
0.163389
$l\,y = 0.007286$
0.156103
1.4325
1.3961
2.8286
3.7486
$\cos s = 0.9200$
$s = 22^2\,56'$.

$l\,y = 0.007286$
$l\,x = 9.862359$
0.144927

$l\,y^2 = 0.014572$
$l\,3 = 0.477121$
0.491693
$3y^2 = 3.10237$
$x^2 = 0.53054$
$3y^2+x^2 = 3.63291$
log $= 0.5602546$
$\frac{1}{2}\,l. = 0.2801273$
$l.\,2. = 0.3010300$
0.5811573
$l\,y = 0.007286$
0.5738713

HYPOTHESE VI.

Si Venus est dans sa distance moyenne du Soleil, & la Terre perihelie.

$l\,x = 9.859359$
$l\,2 = 0.301030$
0.160389
$l\,y = 9.992589$
0.167800
1.4716
1.3590
2.8306
3.7637
$\cos s = 0.9331$
$s = 21^\circ\ 5'.$

$l\,y = 9.992589$
$l\,x = 9.859359$
0.133230

$3\,y^2 = 2.8993$
$x^2 = 0.5233$
$3y^2+x^2 = 3.4226$
$\log = 0.5343561$
$\frac{1}{2}\,l = 0.2671780$
$l\,2 = 0.3010300$
0.5682080
$l\,y = 9.992589$
0.575619

HYPOTHESE VII.

Si Venus est dans sa distance moyenne du Soleil, & la Terre aphelie.

$l\,x = 9.859359$
$l\,2 = 0.301030$
0.160389
$l\,y = 0.007286$
0.153103
1.4227
1.4058
2.8285
3.7449
$\cos s = 0.9164$
$s = 23^\circ\ 36'$

$l\,y = 0.007286$
$l\,x = 9.859359$
0.147927

$3\,y^2 = 3.10237$
$x^2 = 0.5233$
$3y^2+x^2 = 3.62567$
$\log = 0.5593883$
$\frac{1}{2}\log. = 0.2796941$
$l\,2 = 0.3010300$
0.5807241
$l\,y = 0.007286$
0.5734381

HYPOTHESE VIII.

Si la Terre est dans sa distance moyenne du Soleil, & Venus perihelie.

$l\,x = 9.856295$
$l\,2 = 0.301030$
0.157325
1.43657
1.39221
2.82878
3.75015
$\cos s = 0.92137$
$s = 22^\circ\ 52^\circ$

$l\,y = 0.000000$
$l\,x = 9.856295$
0.143705

$3\,y^2 = 3.000000$
$x^2 = 0.5159$
$3\,y^2 + x^2 = 3.5159$
$\log = 0.5460365$
$\frac{1}{2}\,l. = 0.2730182$
$l.\ 2 = 0.3010300$
0.5740482

HYPOTHESE IX.

Si la Terre est dans sa distance moyenne du Soleil & Venus aphelie.

$l\,x = 9.862359$
$l\,2 = 0.301030$
0.163389
1.4568
1.3729
2.8295
3.7582
$\cos s = 0.9292$
$s = 21^\circ\ 39'$

$l\,y = 0.000000$
$l\,x = 9.862359$
0.137641

$3\,y^2 = 3.0000$
$x^2 = 0.5305$
$3\,y^2 + x^2 = 3.5305$
$\log\ 0.5478362$
$\frac{1}{2}\log = 0.2739181$
$l\,2 = 0.3010300$
0.5749481

Après avoir trouvé l'élongation heliocentrique de Venus au Soleil pour son plus grand éclat, cherchons à present le rapport qui est

eſt entre ces plus grands éclats ; pour cette fin il faut trouver les valeurs de l'angle S P M, & de la ligne Q P.

HYPOTHESE I.

1. 7114598 : 0. 2547002 = tang. 79° 42′½ :

9. 4060292		*l.* S P =	9. 8623590
10. 7409308		*l.* ſin. P S Q =	9. 5460110
10. 1469600			9. 4083700
0. 2333666		*l.* ſin. S Q P =	9. 8113583
9. 9135934		*l.* Q P =	9. 5970117
½ diff. = 39° 20½′			
79 42½			

S P Q = 119° 3′ & S Q P = 40° 22′

HYPOTHESE II.		HYPOTHESE III.	
1. 7352000 : 0. 2986360 = tang. 77° 56′		1. 7233666 : 0. 2766334 = tang. 78° 50′	
	9. 4751421		9. 4419046
	10. 6700472		0. 2363777
	10. 1451893		9. 2055269
	0. 2393495		10. 7046511
	9. 9058398		9. 9101780
	38° 50		39° 7′
	77 56		78 50
S P Q	116 46 SQP = 39° 6′	S P Q	117 57 SQP = 39° 43′
l. S P =	9. 8562950		9. 8593590
l. ſin. P S Q =	9. 6115762		9. 5797772
	9. 4678712		9. 4391362
l. ſin S Q P =	9. 7998062		9. 8054951
l Q P	9. 6680650	*l* Q P	9. 6336411

HYPO-

HYPOTHESE IV.

1. 7013620 : 0. 2647980 = tang. 79° 12′

9. 4229147	*l* S P.	9. 8562950
10. 7195122	*l* sin PSQ	9. 5659948
10. 1424269		9. 4222898
0. 2307967	*l* sin PQS	9. 8079169
9. 9116302	*l* QP =	9. 6143729
39° 12		
79 12		
SPQ = 118 25	S Q P =	39 59

HYPOTHESE V.

1. 7452978 : 0. 2885382 = tang. 78° 32′

9. 4602033	*l* S P	9. 8623590
10. 6928325	*l* sin PSQ	9. 5906856
10. 1530358		9. 4530446
0. 2418695	*l* sin PQS	9. 8022816
9. 9111663	SQP =	9. 6507630
39° 10′		
78 32		
SPQ 117 42	*l* Q P =	117 42

HYPOTHESE VI.

1. 7064466 : 0. 2597134 = tang. 79° 27′½

9. 4144944	*l* S P	9. 8593590
10. 7302739	*l* sin PS Q	9. 5559711
10. 1447683		9. 4153301
0. 2320927	*l* sin P Q S	9. 8097182
9. 9126756	*l* QP =	9. 6056119
39 16½		
79 27½		
SPQ = 118° 44′	S Q P =	40° 11′

HYPO-

HYPOTHESE VII.

1. 7402846 : 0. 2935514 = tang. 78° 12′

9. 4676842	*l.* SP =	9. 8593590
10. 6800389	*l.* sin PSQ =	9. 6024388
10. 1477231		9. 4617978
0. 2406202	*l.* sin SQP =	9. 8015106
9. 9071029	*l.* QP =	9. 6602872
38° 55		
78 12		

SPQ = 117 7 SQP = 39° 17

HYPOTHESE VIII.

1. 7182820 : 0. 2817180 = tang. 78° 34′

9. 4498146	*l.* SP =	9. 8562950
10. 6941311	*l.* sin PSQ =	9. 5894893
10. 1439457		9. 4457843
0. 9088513	*l.* sin SQP =	9. 8038168
39° 2′	*l* QP =	9. 6419675
78 34		

SPQ = 117 36 SQP = 39° 32′

HYPOTHESE IX.

1. 7283798 : 0. 2716202 = tang. 79° 10′½

9. 4339620	*l.* SP =	9. 862359
10. 7184839	*l.* sin PSQ =	9. 5669508
10. 1524459		9. 4293098
0. 2376392	*l.* sin SQP =	9. 8059510
9. 9148067	*l* QP =	9. 6233588
39° 24½′		
79. 10½		

SPQ = 118° 35′ SQP = 39° 46′.

Ayant

Ayant à présent trouvé les valeurs des lignes Q P & S P & de l'angle SPM, cherchons le rapport des plus grands éclats de Venus.

I.	l. P Q² =	9.1940234	
	l. S P² =	9.7247180	
		8.9187414	
	l.sin. verf. S P h =	9.7113240	
		0.7925826	
II.	l. PQ² =	9.3361300	
	l. SP² =	9 0125900	
		9.0487200	
	sin. verf. S P h =	0.7400798	
		0.6913598	
III.	l. P Q² =	9.2672822	
	l. SP² =	9.7187180	
		8.9860002	
	sin. v. S P h =	9.7253391	
		0.7393389	
IV.	l. P Q² =	9.2287458	
	l. SP² =	9.712590	
		8.9413358	
	sin. v. S P h =	9.7194307	
		0.7780949	
V.	l. PQ² =	9.3015260	
	l. SP² =	9.724718	
		9.0262440	
	sin. v. S P h =	9.7284820	
		0.7022380	
VI.	l.P Q² =	9.2112238	
	l.SP² =	9.7187 8	
		8.9299418	
	sin. v. S P h =	9.7153901	
		0.7854483	
VII.	l. PQ² =	9.3205744	
	l. SP² =	9.718718	
		9.0392924	
	sin. v. S P h =	9.7357555	
		0.6964631	
VIII.	l. PQ² =	9.2839350	
	l. S P² =	9.712590	
		8.9965250	
	sin. v. S P h =	9.7297348	
		0.7332098	
IX.	l. PQ² =	9. 2467176	
	l. S P²	9. 724718	
		8. 9714356	
	sin. v. S P h =	9. 7173072	
		0. 7458716	

Les

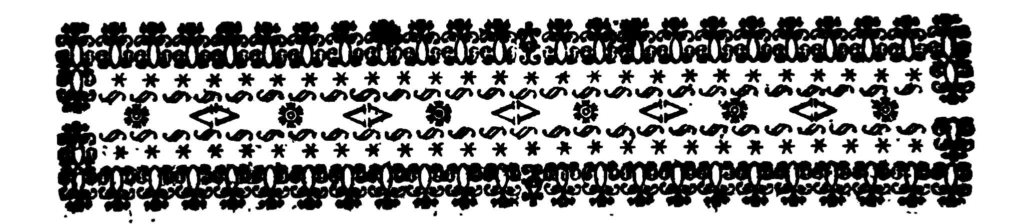
Les nombres de ces logarithmes sont proportionels aux plus grands éclats de Venus dans ses differens aspects avec le Soleil, & pour les comparer ensemble, mettons le plus grand éclat de Venus quand elle & la Terre sont dans leurs distances moyennes au Soleil = 1. & nous aurons.

I.	II.	IV.	V.
0. 7925826	0. 6913598	0. 7780949	0. 7022380
0. 7393389	0. 7393389	0. 7393389	0. 7393389
0. 0532437	9. 9520209	0. 0387560	9. 9628991
11304	8954	10933	9181

VI.	VII.	VIII.	IX.
0. 7854483	0. 6964631	0. 7332098	0. 7458716
0. 7393389	0. 7393389	0. 7393389	0. 7393389
0. 0461094	9. 9571242	9. 9938709	0. 0065327
1112	906	986	10151

HYPOTHESES.	*Rapport des plus grands éclats de Venus.*
Si Venus est perihelie, & la Terre aphelie.	0. 8954
Venus dans sa distance moyenne, & la Terre aphelie.	0. 9060
Venus & la Terre aphelies.	0. 9181
La Terre dans sa distance moyenne, & Venus perihelie.	0. 9860
La Terre & Venus dans leurs distances moyennes.	1. 0000
La Terre dans sa distance moyenne, & Venus aphelie.	1. 0151
Venus & la Terre perihelies.	1. 0933
Venus dans sa distance moyenne, & la Terre perihelie.	1. 1120
Venus aphelie, & la Terre perihelie.	1. 1304

* * * * * * * * *



MEMOIRE

SUR LA DETERMINATION DE LA PARALLAXE DE LA LUNE ET DE LA COURBURE DE LA TERRE ENTREPRISE AU CAP DE BONNE ESPERANCE ET A' BERLIN PAR ORDRE DE S. M. T. CHRET. AVEC LES OBSERVATIONS, FAITES DEPUIS LE 25. NOV. 1751. JUSQU'AU 20. AVRIL 1752. A' L'OBSERVATOIRE ROYAL DE BERLIN,

PAR M. DE LA LANDE.

En venant entreprendre fous les yeux de cette Illuftre Compagnie des opérations dont elle connoit l'utilité, quoique fous les ordres d'une Cour étrangère, je me fuis cru dès-lors obligé à plufieurs titres de vous rendre compte, Meffieurs, de l'objet de cette entreprife. Mais aujourd'huy que le nouveau lien par lequel vous avez bien voulu m'attacher à vous me met dans l'heureufe neceffité de vous faire hommage de mes travaux par refpect tout à la fois & par reconnoisfance, je vais m'efforcer de remplir une partie de mes obligations, avec le feul regret de ne pouvoir m'en acquitter d'une manière plus éclatante.

L'on fçait combien, depuis plus de 20 Ans, la France s'eft occupée de la Figure & de la Grandeur de la Terre, & les travaux immenfes qu'ont déjà couté ces recherches. Je ne pourrois, fans répéter ce qu'ont dit avant moy les Illuftres Auteurs de ces fameufes entreprifes, vous parler

ler de l'importance & de l'etenduë de leurs projets, ou de la manière dont ils les ont accomplis ; il me suffira de rappeller ce qui peut avoir un rapport immédiat avec les opérations dont il s'agit ici.

Les Voyages du Nord & du Midy devoient également servir à la mesure du degré de la Terre, à la description Geographique des Côtes & des Pays qu'il falloit traverser, à differentes recherches sur l'obliquité de l'Ecliptique, sur les refractions Astronomiques, sur le poids de l'air, ses degrés de condensation & d'élasticité, sur la longueur du Pendule, sur l'Aiman, enfin sur divers points d'Astronomie & de Physique, dont chacun peut-être suffiroit dans ce siecle, pour conduire de curieux Observateurs dans les régions les plus éloignées & les moins accessibles Ce dont j'ai, Messieurs, à vous entretenir ne renferme que deux choses; la premiere qui n'est entrée pour rien dans le travail de l'Académie des Sciences de Paris, est la détermination de la juste quantité des parallaxes de la Lune, la seconde est la Courbure des arcs du Meridien, à laquelle conduit le rapport de ces parallaxes, si elles peuvent être déterminées en même tems par divers Observateurs dispersés sous un même Meridien, Tel est l'objet pour lequel Mr. de la *Caille* est parti de Paris le 21 Octobre 1750. pour aller, avec l'agrément des Etats Géneraux, observer au Cap de Bonne Espèrance, ou il est arrivé le 19 Avril de l'année 1751. en même tems qu'il se propose de completer un Catalogue général des Etoiles qu'il a entrepris depuis longtems, en y faisant entrer les Etoiles Australes qui ne paroissent jamais dans nos Climats. C'est aussi cette même détermination des parallaxes de la Lune qui a été quelques mois après l'objet des ordres que j'ay reçu du Roy, pour venir faire dans le Nord des Observations simultanées, en même tems que l'Académie Royale des Sciences a donné avis à tous les Astronomes de l'Europe de l'entreprise à laquelle ils doivent coopérer. Nous avons même déja eu la satisfaction d'apprendre qu'il y a un grand nombre d'Observateurs qui y prennent tout l'intéret que merite la grandeur de ce projet. Il s'en trouve, par exemple, à Rome, à Lisbonne, à

Toulouse, à Montpellier, à Marseille, à Lion, à Turin, à Vittemberg, à Paris, à Berlin, à Upsal, à Stockolm, à Petersbourg; & nous venons d'apprendre que Mr. *Grischow*, un des Astronomes de l'Académie Impériale de Petersbourg, se transporte dans l'Isle d'Oesel, à l'extremité Occidentale des Etats de l'Impératrice de Russie, qui n'est éloignée que d'environ 13 minutes de tems du Meridien du Cap, avec un très grand Instrument qui a été construit à Londres par M. Bird. Chacun de ces Observatoires pris deux à deux nous peut donner une petite parallaxe de la Lune assés exacte: & l'on voit assés que chacune de ces parallaxes a pour base une corde du Méridien sous lequel on observe. Si la Terre étoit sphèrique, le progrés de tous ces angles & de toutes ces cordes seroit toujours dans un rapport fort simple & fort connu avec la difference des latitudes; mais les latitudes devant croitre fort inégalement sous une même corde donnée sur un sphèroide ou bien, ce qui revient au même, les Cordes elles-mêmes sont inégalement dans un progrés uniforme des latitudes, ce ne sera que lorsque nous aurons observé avec la dernière précision & les latitudes & les angles formés au Centre de la Lune, qu'il nous sera facile d'en conclure quel est le progrés des Cordes & des arcs du Méridien, & de juger par là de la nature de cette Courbe, ou tout au moins de connoitre si elle est ou n'est pas regulière.

C'est là tout le noeud de la difficulté: une multitude de petits Angles formés au Centre de la Lune, & comparés entre eux, doivent achever de décider de la Figure de la Terre. Comparés avec le Cap de Bonne Espérance pour former un plus grand Angle, ils doivent déterminer la parallaxe de la Lune qui repond à la soutendante du grand Arc qui est entre nous & le Cap. Cette méthode a déjà été proposée d'une manière plus speciale, il y a plus de dix ans, dans le discours sur la parallaxe de la Lune, où il est démontré par des formules très élegantes que trois Observateurs qui seroient par les Latitudes de 0°, 28°, 56°, quoique également distants, la ☾ ayant 28° de déclinaison, ils trouveroient une difference de Parallaxe de 10″, tandis qu'il

ne

ne devroit y en avoir aucune, si la Terre étoit sphèrique, ou si à des latitudes égales répondoient des Arcs égaux dans la Circonférence du Méridien.

Cette Methode est diffèrente de celle que Mr. Manfredi a proposé dans les Mémoires de l'Academie de 1734. où il veut qu'ayant observé en même tems la parallaxe horaire de la ☾ devant & après son passage au Méridien, on en déduise par le calcul des angles qui comparés à l'observation faite dans le Méridien même peuvent montrer *si la Terre* est plus ou moins applatie que selon la Théorie; mais outre que cette Methode présuppose trop la conoissance de la Figure de la Terre, il est certain que la methode par laquelle on observe la Parallaxe horaire n'est présque pas applicable à la Lune à cause des irrégularités de son mouvement: ainsi il est inutile que j'entre dans aucun détail sur les moyens de réüssir par cette voye, celle que nous avons choisie est plus simple, & ne suppose que des calculs trés faciles.

Mais quel fruit retirer de cette multitude d'Observations? Quel usage pourra t-on faire de cette Parallaxe de la Lune, ou quelle nécessité de se proposer encor la figure de la Terre, après tout ce qui s'est fait sur les Montagnes de la Laponie, sur les Cordilières, & au milieu de la France? Telles sont les réfléxions qui peuvent se présenter, & auxquelles je puis satisfaire en deux mots.

La parallaxe de la Lune influe necessairement sur tous ses mouvemens, puisque ses mouvemens qui se font autour du centre de la Terre deviennent irréguliers aux yeux de tous ceux qui sont placés sur sa surface par l'effet de cette même parallaxe, & qu'elle entre dans le calcul de toutes ses irrégularités; la parallaxe de la Lune a donc part à tous les avantages que l'on peut retirer de la Théorie même de la Lune, c'est à dire, de la connoissance de tous ses mouvemens. Or, sans entrer dans aucun détail à ce sujet, l'on sçait surtout que tous les Astronomes ont déjà reconnu que nous n'avons presque aucun moyen de déterminer la Longitude sur Mer que celuy qui suppose la connoissance des Mouvemens de la Lune, & que le secret des Longitudes semble

semble n'être un secret pour nous qu'à proportion de l'imperfection de nos Calculs sur la Theorie de la Lune. C'est donc ainsi que le travail des Astronomes obligera, pour ainsi dire, cette Planete, malgré des irrégularités infinies, à servir dans tout l'Univers de fanal ou de guide infaillible, & achevera, ce semble, de remplir l'objet que l'Auteur de la Nature a pu se proposer en nous donnant ce Satellite. Si c'est de la parallaxe de la Lune que nous attendons de si grands avantages, est-il surprenant que nous recherchions avec tant d'empressement les moyens les plus exacts & les plus surs d'en constater la valeur? Mais, indépendemment de la navigation, de la Geographie, de tous les usages même auxquels on peut appliquer ces connoissances, elles sont par elles-mêmes assez belles, assès relevées, assez dignes de l'Esprit humain, pour mériter de trouver place au nombre des choses éclatantes dont la postérité sera à jamais redevable au régne glorieux de *Louis XV*. & par lesquelles est déja gravé au Temple de Mémoire le nom de cet invincible Monarque.

Les Astronomes ont imaginé des methodes admirables pour déterminer les Parallaxes sans sortir d'un Observatoire; telle est celle que Mr. *Cassini* a expliquée dans le traité de la Comète de 1680; celle des plus grandes latitudes &c. Mais, malgré tout le génie qu'on admire dans leurs ressources, on est toujours convenû que le plus sur & le meilleur seroit de placer deux Observateurs à une trés grande distance & sous un même Meridien; il ne faut que jetter les yeux sur les Tables de la Lune pour voir que la diversité des methodes nous jettoit dans des differences de résultats, qui aboutissoient à faire voir combien cet Elément étoit peu connu. Mr. *Flamsteed* dans ses premieres Tables de la Lune faisoit la parallaxe dans ses moyennes distances aux sizigies de 58′ 2″ ½. Mr. *Newton* l'a réduit a 57′ 30″, & par les dernieres observations de la plus grande latitude, faites à Paris, elle a parû 57′ 2″ ½. Celle-cy est assez approchante de celle qui se trouve dans les Tables de Mr. *Hallei* publiées l'année dernière, mais il ne faut pas s'y tromper: la Table des parallaxes dans les

les fizigies y a été nouvellement ajoutée, & probablement d'après celle qui étoit déjà dans les Institutions Astronomiques de Mr. *le Monnier*: elle différe aussi de plus d'une minute de celle qui est employée dans les Tables de Mr. *Cassini*. Cependant la question parut prête à être resoluë en 1705. lorsque Mr. *Kolbe* alla au Cap de Bonne Esperancé pour faire avec Mr. *Wilh. Wagner*, qui demeuroit à Berlin, des Observations simultanées: mais, outre que les Astronomes n'ont point pû faire usage de ces Observations, elles étoient en elles-mêmes trop imparfaites. Il n'est donc pas étonnant que le succés n'ayant pu répondre à la générosité & à l'empressement de l'auteur de cette belle entreprise, nous soyons réduits aujourd'huy à reprendre la chose tout de nouveau. Rien ne manquoit cependant du côté des Observateurs: tous les deux éléves de Mr. *Geor. Christ. Eimmart*, habile Artiste & grand Astronome de Nuremberg, ils furent choisis l'un & l'autre au sortir d'une si bonne Ecole comme les plus capables de remplir l'etenduë du projet & des vuës de leur généreux Protecteur; mais que ne fut-il aussi heureux dans le choix des Instrumens que dans celui des Astronomes! Il voulut donner à chacun d'eux un Quart de cercle azimuthal, un sextans, un horloge à Pendule, une Lunette de 14. Pieds, & une de 27. mais le malheur voulut qu'il eut recours à une Nation & à des gens peu instruits de la délicatesse des opérations dont il s'agissoit. Les deux premieres pieces, qui étoient aussi les plus importantes, se conservent encor à l'Observatoire Royal de Berlin: l'on voit que le sextans a un rayon de 2 pieds, 10 pouces, 8 lignes de France; la longueur & même la soliditéauroient pû étre suffisantes, si on eut eu la précaution d'y appliquer des Lunettes, comme il se pratiquoit déja en France depuis près de 40 ans, & si les Divisions eussent été faites avec plus de délicatesse. Mais quand on voit que, sur un Instrument où un demi-pouce remplit environ 3000″ les seuls traits de la Division en occupent plus de 30, & qu'il n'y a pour bornoyer ou pointer à des étoiles que des pinnules assez grossières, que peut-on présumer de l'exactitude des résultats où il faut absolument porter la précision jusqu'à 4 ou 5 secondes

condes. Le Quart de Cercle azimuthal eſt composé de deux piéces; celle qui ſert à prendre la hauteur, & qui eſt la principale, a un demi-pouce de moins que le ſextans dont je viens de parler, & celle qui eſt horizontale, & qui ſervoit à prendre les azimuths, n'en a que la moitié, l'une & l'autre ſont travaillées avec la même négligence; les deux Lunettes dont j'ai parlé, n'avoient pas de Micrometre, ou du moins je ne vois pas qu'on en aye fait aucun uſage. C'en eſt aſſez pour juger de la defectuoſité de ces operations, ſurtout eu égard à la préciſion où ſe porte actuellement la connoiſſance des mouvemens Celeſtes. Mais j'ay ajouté que, quelques parfaites que puſſent être leurs Obſervations ſur la Lune, les Aſtronomes n'ont pû encor en faire uſage. En effet les premiers Eléments néceſſaires pour la comparaiſon des Obſervations, étoient la diffèrence des Meridiens, ou la Longitude du Cap auſſi bien que ſa Latitude, mais l'une & l'autre nous étoit inconnuë: les difficultés & les obſtacles que trouva Mr. *Kolbe* de la part des Hollandois, avant que d'obtenir un lieu commode, malgré les recommandations dont il étoit pourvû, auſſi bien que le mauvais tems & le manque de circonſtances, ont été cauſe qu'il n'a pû faire aucune obſervation propre à déterminer la Longitude. Il auroit donc fallu s'en rapporter à d'autres Obſervations, qui n'ayant point été faites avec toute la préciſion néceſſaire à cet uſage, pouvoient s'ecarter beaucoup du vray, & que nous ſçavons en effet depuis peu en être éloignées de 8′ de tems, ce qui pouvoit changer la parallaxe de près de 100″. Par les obſervations que Mr. *de la Caille* a déja faites au Cap de Bonne Eſperance, on conclut qu'il eſt éloigné de Berlin de 20′ de tems environ; par le réſultat des obſervations du Pére *Fontenay* au Cap de Bonne Eſperance on trouve 26′ 33″, toute correction faite, & d'aprés les remarques de Mr. *Hallei* on ne trouve que 5′ 55″. Il eſt évident que dans une telle incertitude on ne pouvoit ſe flatter d'aucun ſuccés par le moyen de ces Obſervations. Mais ce n'eſt pas tout: la Latitude du Cap encor plus eſſentielle, & dont la moindre diffèrence tombe toute entiere ſur la parallaxe, a été jusqu'ici un Elément ſi incertain & ſi

peu

peu connu; que Mr. *Kolbe*, qui l'a déterminé de 33° 45′ differe de 30′ de ceux à qui il vouloit s'en rapporter pour la longitude, & de 10′ 45″ de celle que Mr. *de la Caille* y a déjà observée. Enfin les Observations sont en trop petit nombre, & n'ont même été publiées que plus de 30. ans après ce voyage par Mr. *Wagner* qui en rapporte à peine deux. Cependant les Astronomes sçavent combien il est difficile de pointer avec de bons Instrumens avec une exactitude de plus de 5″: il faut donc par une conséquence naturelle qu'un grand nombre d'Observations, des mieux choisies, & faites dans les plus favorables circonstances, puissent par une compensation de ces petites erreurs nous ramener plus prés de la vérité que ne pourroit chacune de ces Observations en particulier; car enfin, il est moralement impossible que si nos précautions sont trompées par la foiblesse de nos sens & l'imperfection de nos organes, elles le soient toujours de la même maniere, dans le même sens, & de la même quantité; & nous pouvons toujours légitimement espérer que prenant un milieu entre un plus grand nombre de résultats, nous approcherons davantage du véritable. C'est dans cette vuë que Mr. *de la Caille* même avant son départ avoit fait choix de 60 Observations plus importantes dont il desiroit principalement les Correspondantes, & qu'il exhortoit malgré cela les Astronomes à ne manquer pas un seul passage de la ☾ au Meridien, pendant l'année entière, où l'on pouvoit à chaque fois espérer d'avoir au Cap une Observation simultanée.

Mais il est tems de passer à ce qui concerne la figure de la Terre. Je puis d'abord remarquer que le seul travail des Parallaxes de la Lune étant ici le plus important, il suffiroit d'en avoir fait l'exposition pour avoir pleinement justifié l'utilité de nos entreprises, la figure de la Terre en étant d'ailleurs une suite, mais cette suite même, ou cet accessoire, est un objet principal d'une égale importance. En effet dans certaines parties de la Theorie de la Navigation, dans l'Astronomie, & dans la Physique, où nous ne sçaurions apporter trop de soins à constater la juste quantité des Eléments que nous y employons, la

 grandeur

grandeur de la Terre ne suffit pas, & il est nécessaire d'en connoitre exactement la Courbure; par exemple, la Longueur des dégrés de Longitudes se déduit ordinairement de celle des dégrés du Meridien; mais lorsque les Pilotes déduisent le changement en Longitude, à proportion du changement en Latitude qu'ils observent le plus qu'il est possible, ils le font en se servant du rayon de curvité du Meridien dans le point donné, au lieu de se servir du rayon d'un grand Cercle perpendiculaire au Meridien, qui est cependant plus grand des ⅔ de l'excés du dernier degré de latitude sur le dégré du Meridien au point donné, mais dont la connoissance dépend de la courbûre de la Terre, de sorte que l'on trouve toujours les parallèles trop petits, & la différence aux environs du Tropique va jusqu'à $\frac{1}{108}$. Doit-on négliger de rectifier leur methode dès qu'on en connoit le défaut; d'ailleurs ces sortes d'erreurs peuvent *se trouver* combinées avec des autres erreurs dépendantes de l'art ou de la pratique de la Navigation, & les augmenter très considérablement, ou tout au moins en rendre la découverte & la discussion très difficile. Mais s'il arrivoit cependant que quelqu'un s'etonnât de nous voir rechercher une si grande précision, & qu'elle lui parût s'etendre au delà des besoins de la pratique, alors je les renverrois à l'un des Ouvrages de l'Illustre Auteur, que j'aurois déjà nommé plusieurs fois, si sa modestie ne m'imposoit silence. Il y montre combien il est étrange de blâmer la précision dans des Sciences qui ont la précision pour objet, & de croire que, parce que dans le grand édifice des Sciences auquel tous les Sçavans travaillent en commun, il en est quelques uns qui, placés aux endroits les plus difficiles, ont moins avancé leur ouvrage, les autres soient autorisés à se rallentir ou à s'arrêter; dans des matieres qui éxigent toute nôtre attention, & qui d'ailleurs dépendent d'une pratique si difficile & si longue à perfectionner, ce seroit renoncer à tout l'objet que d'en négliger la plus petite partie.

Je

Je ne parlerai pas de l'usage de la figure de la Terre pour calculer plus rigoureusement les mouvemens celestes; il est évident que son irrégularité est plus que suffisante pour qu'on y doive avoir égard dans un tems où l'Astronomie semble approcher à grands pas du terme de perfection où elle peut naturellement aspirer.

La figure de la Terre nous conduit à la détermination des points vers lesquels tend la pesanteur ou la gravité primitive, ce qui est nécessaire pour en comparer les differences dans chaque lieu de la Terre, & même pour en découvrir la veritable quantité. Ces importantes recherches sont probablement celles qui doivent un jour achever de débrouiller à nos yeux le chaos des mystères de la Nature sur la constitution interieure de la masse de la Terre, & perfectionner les connoissances que nous avons déjà sur le rapport de cette pesanteur avec celle qui retient toutes les autres Planetes dans leurs orbites, & qui les pousse ou les attire chacune vers leur Centre. Cecy est un des points qui exige le plus d'exactitude & de précision dans la détermination de la figure de la Terre; car sous une même quantité d'applatissement les differentes Courbures qu'on pourroit attribuer à la Terre nous produiroient des rayons de curvité trés differens, & par conséquent nous induiroient dans des erreurs considerables, lorsqu'on voudroit par leur moyen déterminer d'aprés les experiences le rapport des differents dégres de pesanteur. Enfin, puisque quelques inégalités periodiques de Saturne qui ont paru ne pouvoir s'attribuer à l'attraction des autres Planètes, ont fait croire à un des plus grands Geometres de ce Siecle, que la Loy de l'Attraction des Planetes n'étoit pas exactement celle que Newton a établie, & qu'elle étoit même altérée par la figure des Planetes, comment pouvoir sans la détermination la plus exacte & la plus géometrique de cette figure lever des doutes si importants par leur objet, & si respectables par le caractère de leur Auteur ? Les opérations faites en Lapponie & au Perou étoient très propres à fixer pour toujours les dimensions du Corps de nôtre Planete, si l'on eut pû avoir d'ailleurs dequoi fonder une hy-

 pothese

pothese sur sa figure, c'est à dire, sur la nature de sa courbure & de sa convexité. La Theorie & les principes de la pesanteur, comparée au mouvement de la Terre sur son axe, sembloient devoir être déjà de quelque secours, & Newton les avoit employés à déterminer le rapport des deux Diametres de la Terre, qu'il trouvoit differents de $\frac{1}{230}$. D'un autre coté, un degré mesuré comme on le sçait au milieu de la France, donne un 3e point de la Courbe, dont on peut faire usage avec les deux autres pour découvrir les mêmes dimensions. Mais, helas! on s'est apperçu que l'on n'etoit encore que trop éloigné du but, lorsqu'on a vû combien differoient les résultats tirés de chacune de ces methodes, & surtout dans quelles énormes differences nous jettoient la diversité des Courbes que l'on pouvoit admettre pour satisfaire aux trois degrés déjà mesurés, pris ensemble, ou comparés deux à deux. Pour ce qui est de la Théorie, les premieres experiences de la longueur du Pendule s'accordoient à montrer que l'augmentation de pesanteur en approchant vers le Pole étoit beaucoup plus grande que celle qui résultoit de cette Théorie: il fallut donc y renoncer. Quant aux hypotheses Geometriques, l'on fut tenté dès les commencemens d'y introduire l'Ellipse comme la plus simple des Courbes dont les Diametres sont inégaux, & comme celle qui donne le plus de facilité dans les calculs. Je parle de Mr. *de Maupertuis*, qui en tira dés-lors, c'est à dire en 1737. des formules trés simples, dont Mr. *de la Condamine* s'est servi même après la derniere mesure pour déterminer le rapport des deux axes de la Terre. Peut-être même la précision que l'on en tire suffira encor longtems pour répondre aux connoissances que l'on acquiert par les opérations pratiques, quoiqu'on ait essayé d'en chercher une plus grande dans la figure de la Terre publiée en 1749. L'on y suppose cette figure, non pas celle d'une Ellipse, mais d'une autre courbe telle que les excés des dégrés du Meridien mesurés en deçà & au delà de la ligne soient comme les quarrés quarrés, ou les 4e puissances des sinus des latitudes. L'on trouve en effet qu'ils suivent un rapport de

puissan-

puiſſances dont l'expoſant eſt $3\frac{10}{11}$; ce qui approche aſſez de 4. Dans cette hypotheſe, l'on trouve pour la difference des axes 36659 toiſes, ou près de dix milles d'Allemagne, en ſuppoſant le Diamétre de l'Equateur, 6562026 toiſes. Examinant enſuite quelle puiſſance, non plus de Sinus des Latitudes, mais des Latitudes même, ſuivent les changements des degrés, on trouve que c'eſt celle dont l'expoſant eſt presque $2\frac{1}{2}$, mais dans cette nouvelle courbe on trouve la difference des axes de $\frac{1}{151}$ ou de 43457 toiſes, c'eſt à dire de $11\frac{1}{4}$ milles. Je dois même ajouter que l'expreſſion Algébrique que l'on tire de cette hypotheſe ſuppoſe connû un 4ᵉ degré que nous n'avons point, à quoy l'Auteur ne ſupplée qu'en égalant à zero une des indéterminées du probleme: mais lorsqu'il s'agit du choix entre ces deux déterminations differentes, voici comment s'explique ce ſçavant Auteur. Je rapporterai ſes termes, afin qu'il paroiſſe combien je ſuis éloigné de chercher à dégrader les connoiſſances que nous ont achetées de pénibles travaux, entrepris avec tant de courage, conduits avec tant de ſoin, & par des Eſprits ſi éclairés. " Il n'eſt pas ſurprenant qu'il reſte des doutes ſur
" cette matière, malgré tout ce que l'Académie a fait pour les diſſiper,
" puisque, comme nous l'avons déjà vû, nous ne connoiſſons encor que
" trois points de la ligne courbe qui exprime par ſes coordonnées la
" rélation qu'il y a entre l'étenduë des degrés du Meridien & leur
" diſtance à l'Equateur. . . . Nous ne pouvons rien affirmer d'abſo-
" lument poſitif ſur la Nature particuliere de la gravité centrique, ni ſur
" celle du Meridien. " Aprés s'être ainſi expliqué ſur ces hypotheſes, il ne ſe détermine qu'à l'aide d'un degré de Longitude meſuré en France ſur la latitude de 43° 32′, mais l'on ſçait aſſez que cette meſure n'eſt pas ſuſceptible de la même préciſion que celle des arcs du Meridien. J'e n'ajouteray pas à tout cecy les differences énormes que l'on trouve, ſi on ſe contente de comparer les degrés deux à deux: alors l'appla-

l'applatissement se trouve simple ou double, suivant les diverses suppositions auxquelles on s'arrête: on le peut voir dans l'excellent Ouvrage de Mr. *de la Condamine*. Il me suffira d'ajouter que les moindres erreurs, dont on voudroit supposer l'une des mesures affectées, nous jetteroient dans de trés grandes differences sur la figure ou le genre de la courbure de la Terre; néantmoins il est certain que, malgré les précautions plus qu'humaines qu'on a apporté dans toutes les parties de l'ouvrage, l'on ne peut-être assuré que quelque chose n'ait échapé à la foiblesse de nos sens & à l'imperfection des instrumens, puisque le même Auteur est obligé d'avouër, dit-il ingenuement, qu'on ne peut guères répondre en rigueur que de 4''. L'Experience que l'on fait en répétant une observation avec divers instrumens ou avec le même, après l'avoir changé de disposition, en est une preuve bien suffisante: cependant 4'' sur le degré apportent à la figure de la Terre un changement qui n'est pas absolument insensible, ni même la difference de 18 toises qui se trouve entre la détermination de Mrs. *Bouguer*, & *de la Condamine*, ou celle de Mrs. les *Officiers Espagnols* avec M. *Godin*, quoique tous ayent operé dans les mêmes lieux, avec la même ardeur, & avec les mêmes soins.

Après cela je crois en avoir dit assez pour démontrer que toutes les Opérations faites jusqu'icy pour la mesure de la Terre, non seulement n'excluent pas, comme on pourroit le penser, mais établissent même, la nécessité d'une suite d'Observations qui servent de confirmation aux precedentes, & surtout qui servent à déterminer de plus en plus l'équation qui exprime cette courbure. Je dis l'équation, parce qu'en effet j'ay supposé jusqu'ici que la Terre est un solide de circonvolution, c'est à dire, dont tous les Meridiens sont égaux & semblables, exprimés par la même équation: autrement, puisque les 3. degrés mesurés sont sous des Meridiens trés differens, on ne sçauroit les comparer ensemble, ou en conclure rien d'absolu, jusqu'à ceque les opérations de la Parallaxe de la Lune nous ayent appris, quels progrés suivent les soutendantes des arcs du Meridien, sous lequel nous observons

tous

tous en même tems, & nous ayent fait connoitre si ce qui a été observé sous les autres peut se rapporter à celui-cy. Mais enfin il y a encore un troisième genre d'incertitude que nous espérons fixer par les mêmes opérations : la Courbure du Meridien est-elle constante & regulière ? Sa Nature est-elle la même dans toute l'étenduë de la courbe, & sur tout la courbure est elle semblable dans les deux hemisphères ? La plus profonde ou la plus sublime Geométrie est ici à son terme, & il faut qu'elle attende que l'Astronomie aye vérifié & autorisé toutes les suppositions sur lesquelles elle est obligée de s'appuyer ; c'est ce qui sera du moins en partie accompli, lorsque nous pourrons comparer la corde de l'arc qui est entre Berlin & le Cap de Bonne Espérance, avec celle des plus petits arcs qui séparent les différens Observateurs de l'Europe. Ce que je viens d'expliquer en abrégé, paroit avoir été pleinement prévû & désiré par Mr. *de la Condamine*, lorsque, dans l'Ouvrage que j'ay cité il n'y a qu'un instant, il finit par ces mots. " Laissons au tems & aux Observations multipliées à décider de l'uniformité de cette courbure ainsi que de sa quantité. " En effet tous les doutes que les Physiciens commencent à repandre sur l'uniformité de la figure de la Terre, éxigeoient indispensablement, que l'on essayât, par une multitude d'Observations, de jetter sur cet objet, toute la clarté dont il est susceptible. Pour l'exécuter, il suffisoit d'en connoitre l'utilité, pour un Roy qui ne met point de bornes à la haute protection qu'il a toujours accordé, à l'exemple de son Auguste Bisayeul, aux Sciences & aux beaux Arts, & qui se trouve heureusement secondé par le Ministre le plus zélé pour sa gloire. (*)

Tout cecy, Messieurs, suit du seul travail des parallaxes de la Lune observées avec exactitude ; mais Mr. *de la Caille* s'etant déterminé depuis peu à faire seul au Cap de Bonne Espérance la mesure d'un degré du Meridien, vous comprenez assez que la question de la figure de la Terre en recevra un nouveau jour, si la

(*) Mr. le Comte d'Argenson.

la qualité de ses Instrumens, & la situation du lieu contribuent, autant que sa capacité, & son infatigable assiduité, à donner à son travail la perfection necessaire. Il est tems de vous parler, Messieurs, des précautions avec lesquelles j'ay entrepris cet ouvrage. Outre les instrumens d'Astronomie dont l'Observatoire est muni, j'ay reçu de Mr. *le Monnier*, avec l'agrément de l'Académie Royale des Sciences de Paris, un Quart de cercle de cinq pieds de rayon, divisé de cinq en cinq Minutes, pour observer chaque jour la hauteur de la Lune, lorsqu'elle passe dans le Meridien; la Lunete, ou Alidade, tourne au centre sur un Cylindre fait au Tour avec un trés grand soin & d'un métal fort dur, en sorte que cette pièce, qui est extrémement importante, ne puisse causer la moindre erreur.

La Lunette, dans sa partie inferieure, porte une plaque sur laquelle est un autre petite division, telle que la proposa *Pierre Nonnius* dans son traité des Crepuscules, qu'il attribuë à Ptolomée, & d'autres à un certain *Hetræus*. Cette division est de 20 parties, & en occupe 21 de celles du Quart de cercle, de sorte qu'elle montre immédiatement la 20e partie de 5 Minutes, c'est à dire 15''; mais, pour peu qu'on aye contracté d'habitude parmi les Instrumens d'Astronomie, on peut estimer sans erreur, même à la vuë, le tiers ou le quart de cette quantité, c'est à dire 4 ou 5'', & mieux encore si l'on employe une loupe pour examiner la division. Mais, pour plus grande perfection, le même Limbe porte encor une autre division qui, par le moyen de l'arc de *Nonnius*, qui y correspond par sa partie inferieure, donne des parties qui ne sont presque que la moitié de celles dont je viens de parler, de sorte que par une double division l'on peut constater chaque observation, comme si elle étoit faite séparément avec deux Quarts de cercles & par deux Observateurs. Le même Instrument porte encore deux autres divisions par des points si subtils & si délicats qu'on a peine à les appercevoir, mais comme on n'en fait point actuellement usage, je n'en parle que pour avoir lieu de remarquer, que cet instrument renferme seul le travail de quatre semblables Quarts de Cercles des plus parfaits. La division

sion de *Nonnius* étoit sans doute bien préférable à celle que l'on fait ordinairement par des transversales, telles qu'on en voit sur le grand Quart de Cercle de 6. pieds, qui est dans la Tour Orientale de l'Observatoire Royal de Paris: car, sans parler de la difficulté qu'il y a à faire 5400 divisions sur un seul limbe avec toute l'exactitude necessaire, sur tout des divisions qui doivent être, ou inégales, ou séparées par des lignes courbes, je me contenterai de remarquer qu'il est très difficile dans l'Observation d'estimer les parties de la distance entre deux points, dont l'un est ordinairement caché par la Lame, qui d'ailleurs ne sont point sur la même ligne, & qui enfin ne sçauroient être assés fins & assés ronds, puisqu'ils sont formés par l'intersection de deux lignes qui ont chacune leur épaisseur. Je puis ajouter que ces transversales ne donnant jamais immédiatement qu'une minute, tandis que celle dont je parle donne 15 secondes, c'est à dire 4 fois plus, l'erreur que l'on peut commettre dans l'estime doit être 16 fois plus grande, toutes choses égales. Car considérant les fausses estimes que l'on peut faire, comme une suite de nombres, dont les différences sont inègales, (laissant néanmoins l'égalité entre les secondes différences,) on trouve que le *Maximum* de l'erreur, ou la quantité dont le terme moyen s'éloigne du terme correspondant d'une progression Arithmétique, ou égale, formée entre les mêmes donnés, augmente comme le quarré du nombre des differences ou intervalles: c'est à dire, que si je suis obligé d'estimer un douzieme de minute, ou d'estimer un tiers, je risque une erreur 16. fois plus grande dans un cas que dans l'autre, toutes choses égales. Cette même division de *Nonnius* supplée encore avantageusement au Micrometre qu'on auroit pû y placer; on y verroit peut être à la verité chaque seconde, mais malgré cela, il ne faut pas s'imaginer qu'on y put obtenir réellement une telle précision, parce que trois secondes ne seroient assurément jamais sensibles dans le Micrometre d'une Lunette de cinq pieds; mais ce n'est pas assés dire, & je suis persuadé que l'usage du Micrometre dans un Quart de cercle mural est bien au dessous de la Methode dont il est ici question. Car, d'un coté nous avons ici

 l'avan

l'avantage de faire toujours paroitre au milieu de la Lunette, & sur l'axe même, l'étoile à laquelle il faut pointer, & d'eviter par là l'effet d'une parallaxe fort dangereuse, qui se forme souvent au foyer de l'objectif, mais dont l'effet disparoit au centre de la Lunette; en second lieu, les observations faites avec un Micrometre dépendent essentiellement d'une visse, dont on suppose tous les pas & tous les filets exactement & parfaitement égaux, mais il est certain qu'une visse aussi parfaite est un ouvrage très rare, parce qu'il est infiniment difficile, & que la matière dont il est fait, les instrumens avec lesquels on le forge, concourent à le rendre pour l'ordinaire très imparfait; en 3e lieu nous rendons l'Observation beaucoup plus prompte & moins sujette à erreur: plus prompte sans contredit, parce qu'on évite la double opération de placer d'abord la Lunette sur un point, & de faire jouër ensuite le Micrometre, ce qui ne se fait guères sans déranger la Lunette; plus exacte par la même raison, puisqu'ayant moins d'opérations à faire, on a moins à craindre de multiplier les erreur inévitables, où nous jettent ces imperfections, qui suivent partout un Philosophe dans l'examen de la Nature, pour lui rappeller qu'il est homme. Mais ce n'étoit pas assez que d'avoir choisi dans la construction de cet Instrument les moyens les plus exacts & les plus commodes qui fussent connûs; on est encor venù à bout d'y retrancher plusieurs sources d'erreurs qu'on a negligé longtems, parce qu'on les croyoit ou sans remède, ou de trop petite conséquence. Un grand nombre d'expériences faites au portail de St. Sulpice de Paris & en Ecosse avoit fait découvrir des dérangemens considérables, causés par la chaleur ou le froid qui agissent sur les Murs les plus solides, auxquels on peut attacher un Instrument, aussi bien que par le trémoussement continuel, causé par le mouvement des Corps exterieurs, quoiqu'assés éloignés. Pour remédier à de si dangereuses erreurs, on a placé au haut de l'Instrument dans une petite coulisse, un fil à plomb trés délié, & suspendu librement sur un point de la division, lequel nous fait apperçevoir au moyen d'un Microsçope à deux verres, presque jusqu'à la seconde, les moindres dérange-

rangemens en hauteur, du Quart de cercle. Cette précaution qui eut dû se présenter si naturellement, & qui étoit si nécessaire, échappoit cependant à la vigilance des Observateurs les plus soigneux: tel est le sort des Sciences qui sont liées à la pratique, les plus petites choses y sont toujours les plus importantes, quoiqu'elles soient, ou les plus difficiles, ou les plus négligées. Outre cela l'on a pris soin encore d'attacher ou de suspendre l'instrument d'une maniere trés libre, en sorte qu'il ne tienne que sur deux points, & qu'il aye même dans ces deux points, la liberté de ceder aux impressions de la chaleur & du froid, par la dilatation & la contraction, que tous les métaux sont sujets à éprouver. L'on a crû trés longtems que la plus importante précaution dans un Quart de cercle mural étoit de tacher de le rendre si assuré & si solide qu'il ne pût souffrir aucun dérangement; pour cela on n'y ménageoit point les arboutans, & les barres de fer les plus épaisses. L'Expérience n'avoit point encore fait sentir, que la Nature, qui se jouë si souvent de nos recherches, éludoit par des ressorts secrets & imperceptibles toute la force & toute l'exactitude nos précautions; en effet il devoit arriver que les parties d'un Quart de cercle qui étoient fortement attachées résistant davantage au mouvement, celles qui ne l'étoient pas, & qui cédoient plus facilement, se trouvassent affectées seules de la plus grande partie de l'erreur, & changeassent totalement de figure & de situation, par rapport aux premieres; mais il me semble qu'on a trouvé enfin le moyen de remédier pleinement à ce défaut, puisqu'en laissant au Quart de cercle la liberté de s'etendre également en tout sens & dans toutes ses parties, sur tout étant leger & composé de lames assés minces & de même matiere, il arrivera que le Quart de cercle changera de grandeur, sans changer de figure, & que les parties qui le composent pourront s'etendre ou s'accourcir, sans que le rapport qu'elles ont entre elles, ni le plan dans lequel elles se trouvent, en soit aucunement altéré, & par conséquent sans que nos mesures en souffrent le moindre changement. L'Experience est d'accord avec la Theorie sur le succés de cette précaution, car un Quart de cercle mobile d'une

 médiocre

médiocre pesanteur ayant été exposé au Soleil dans la Zone Torride, jusqu'à ce qu'il eut été échauffé considérablement & dans toutes ses parties, on a trouvé l'angle mesuré avec le Quart de cercle sensiblement le même qu'avant qu'on lui eut fait contracter cette extrème chaleur, quoique l'on soit tres assuré, par les expériences du Pendule, & de la toise de fer, qu'il avoit du être dilaté d'une quantité sensible. Enfin, derniere précaution qui n'avoit été employée jusqu'ici dans presque aucun instrument d'Astronomie: comme la Lunette qui est fixée par une de ses extrémités au centre du Quart de cercle pouvoit causer par son poids quelque dérangement sur le Limbe où l'on est obligé de la fixer, ou n'avoit pas le mouvement assés libre & assés commode pour les observations, (& la commodité influë toujours sur l'exactitude,) on y a remédié par un contrepoids placé d'une maniere fort ingénieuse, qui, sans forcer en aucune maniere, & sans toucher même le Quart de cercle, fait équilibre, de façon que la Lunette puisse se mouvoir, pour ainsi dire d'elle-même, & rouler sur le Limbe sans appuyer jamais plus dans un point que dans l'autre, ce qui ne pourroit manquer d'arriver s'il falloit la soulever à force de mains. Toutes ces précautions que nous devons aux soins & à la vigilance de M. *le Monnier* sur des Artistes Anglois fort habiles, font de cet Instrument un des plus parfaits qu'il fût possible d'employer dans ces Opérations. Mais je ne sçaurois davantage vous convaincre de l'exactitude qui résulte de tout ce que je viens de vous exposer, qu'en vous assurant que les mêmes étoiles, observées communément plusieurs jours de suite, même indifféremment par Mr. *Kies* ou par moy, ont été trouvées ordinairement les mêmes & très souvent à la même seconde, ce qui est une précision aussi rare que difficile à obtenir. J'ai crû, Messieurs, devoir vous mettre sous les yeux la bonté de l'Instrument pour vous faire sentir, combien celui qui s'en sert aura peu de part dans le succés de l'opération, & pour que la juste défiance que vous devez avoir de lui ne puisse vous en inspirer aucune sur la justesse des résultats qui suivront des observations. Pour le placer d'une maniere avantageuse, & sur un horizon assés dé-

gagé,

gagé & assés libre, il a fallu élever au second étage, sur la fenêtre Meridionale de l'Observatoire Royal de cette Ville, une pierre de grandeur suffisante pour y fixer toute la machine, & la même chose sur une fenêtre Septentrionale, pour y faire les vérifications convenables de l'instrument, qui sont aussi essentielles que les observations mêmes, & pour y observer par le moyen des Etoiles Circompolaires, la latitude de Berlin, qui n'a pu être jusqu'icy déterminée, que d'une maniere fort imparfaite, faute d'instruments d'une grandeur suffisante.

Fig. I.

La Figure premiere représente dans sa grandeur naturelle la plaque qui porte la double division de *Nonnius*, proche de l'oculaire A de la Lunette; la division BD repond aux degrés divisés à l'ordinaire de cinq en cinq minutes, & la division CE répond aux parties d'un autre division, non plus de 90 degrés, mais de 96, qui a été souvent pratiquée par les Ouvriers Anglois. Chacune de ces parties vaut $56' 15''$ de la division ordinaire, elle est divisée sur le limbe en 16 parties, dont chacune vaut par conséquent $3' 30'' 56''' 15''''$. Enfin l'arc de *Nonnius* occupant 25 de ces divisions, il montre immédiatement des parties dont la valeur est $8'' 47''' 20''''$. De cette maniere l'on peut facilement construire une table de réduction qui serve à comparer d'un coup d'oeil une même observation à l'une & à l'autre de ces divisions.

Fig. II.

La figure seconde représente le Quart de cercle placé dans une situation verticale, les rayons CB, CC, étant divisés chacun en 4 parties, donnent les points D, E, par lesquels il est suspendu librement sur les appuis, ou soutiens de fer, dont l'un D est mobile au moyen d'une verge DF qui passe dans un écrou G, pour rétablir l'instrument dans sa situation, lorsqu'il en est tant soit peu dérangé, ce qui se reconnoit au fil perpendiculaire HA. Pour empêcher une vacillation dangereuse dans la machine, on a scellé dans la pierre de doubles équerres, I, K, &c. qui portent chacune deux visses, dans lesquelles on serre legèrement des oreillons attachés derriere le limbe du Quart de cercle, & qui servent ainsi à le contenir dans le plan du Meridien, sans s'oppo-

ser



ser à sa dilatation ou à sa contraction. Enfin, derriere le Quart de cercle vis à vis du centre C, est un axe horisontal mobile, L, M, auquel est attaché un contrepoids N, & une autre branche perpendiculaire LO, qui se replie encore pour recevoir un chassis OPQ de la longueur de la Lunette, & qui la soutient par le point Q, de sorte que le chassis étant mis en mouvement par le contrepoids N, il souleve la lunette par le point Q, ou du moins la tient en équilibre, afin qu'on puisse la promener dans le Plan du Meridien, sans s'exposer à y causer aucun dérangement, & la fixer indifféremment sur chaque point du Limbe sans qu'il soit chargé d'aucune partie de son poids; l'on a eu soin même, pour en rendre le mouvement plus sûr & plus promt, d'y joindre de petites roües des deux cotés, qui touchent seules le Limbe, & y roulent avec facilité pour y conduire la Lunette.

Afin de reconnoitre avec plus de précision les variations en ascension droite du Quart de cercle, on a placé sur le mur de l'Académie, le plus éloigné de l'Observatoire que l'on pût y employer, des marques verticales, auxquelles on peut rapporter plusieurs fois dans le jour le fil vertical de la Lunette, pour corriger ensuite les differences des passages, observés dans tous les points du Ciel les plus éloignés entre eux; mais comme nous nous sommes attachés jusqu'ici aux déclinaisons de la Lune beaucoup plus qu'aux ascensions droites, & que cette correction là se trouve inutile par raport aux déclinaisons, je n'en ai fait dans les observations suivantes aucun usage; on y trouvera seulement marquée de tems à autres la déviation, observée par des hauteurs correspondantes, laquelle est trés petite, ou plutot nulle, vers le 40e dégré de distance au Zenith, & qui sera plus que suffisante pour trouver le tems vrai de chaque observation avec la précision nécessaire dans le Calcul de la parallaxe. Enfin, j'ai fait placer encore depuis peu de jours dans la Campagne au Nord de Berlin, des marques qui puissent servir aussi à reconnoitre les variations qui arriveront, lorsque le Quart de cercle sera tourné vers le Nord, & qui sont plus considérables & plus dangereuses,

parce

parce que le mouvement en ascension droite des étoiles circompolaires est fort lent, & néammoins, leur mouvement en déclinaison aussi promt que celuy des autres astres, de sorte qu'une déviation égale à celle que l'on neglige sur l'Equateur, & aux environs, ne peut se négliger aux environs du Pole.

Cet Instrument établi & fixe dans le Plan du Meridien, est celui qui sert principalement à l'Observation des parallaxes de la Lune; il étoit necessaire, cependant, d'avoir un Quart de cercle propre à observer des hauteurs correspondantes, & à placer le mural dans le Meridien. Celui que l'Académie a recû de Mr. *de Maupertuis*, y a été employé avec succés, & depuis le 25 Novembre 1751. que le Quart de cercle fut enfin placé, & que j'observai pour la premiere fois la hauteur de la Lune, je nai jamais trouvé que quelques secondes de déviation, cest a dire 8″ au plus. Cette quantité insensible par raport aux hauteurs ne le seroit point par raport aux ascensions droites de la Lune, si l'on prétendoit les déterminer, autrement que par les Etoiles qui sont dans le parallele de la Lune; mais jusqu'ici je m'en suis tenu à celles-là, autant qu'il m'a été permis, parce qu'il est presque impossible que le Limbe entier d'un Quart de cercle, soit placé assés exactement dans le Meridien, & l'axe de la Lunette assez exactement parallele au Limbe du Quart de cercle, pour pouvoir se servir indifferemment de toutes les Etoiles. L'Instrument des passages sera le seul propre à ces Observations, quand les axes en seront travaillés avec assés d'exactitude.

Aprés vous avoir entretenu, Messieurs, de l'objet, de l'utilité de ces Observations, & des moyens propres à les rendre décisives, je viens enfin aux Observations mêmes. Depuis le 25 Novembre jusqu'au 20 Avril, la saison humide & nebuleuse ne nous en a permis qu'un assez petit nombre, que je vais raporter: elles ont été faites indifferemment par Mr. *Kies*, ou par moy, & quelquefois par l'un & l'autre en commun. La distance au Zenith du bord de la Lune a été prise communément lorsque le Centre de la ☾ étoit dans le Meridien sans

sans égard à la déviation du Quart de cercle. L'on a choisi le bord le mieux terminé, qui est le bord inferieur en hiver, si ce n'est dans la pleine Lune, où l'on peut prendre également l'un & l'autre; il faut encore remarquer que l'on s'est servi ordinairement de la partie superieure du fil, dont l'epaisseur entiere est de 7 ou 8'', de sorte que pour les réduire au milieu, & pour les comparer aux Etoiles, il faut ajouter 3, ou 4'' aux distances au Zenith du bord du Soleil, de Jupiter, de Venus, de la Lune, & de Saturne, telles qu'elles sont icy raportées. J'ajouterai que ces distances au Zenith ne sont point des distances absolues ni vraies, mais seulement rélatives, & apparentes; c'est à dire, affectées & de l'erreur du Quart de cercle qui n'a point encore été vérifié, de celles des divisions, & enfin des réfractions, & des parallaxes; la premiere de ces corrections qui est à peuprès de 20'' à soustraire, sera connuë exactement, lorsque le Quart de cercle transporté vers le Nord y aura été vérifié par le retournement. La seconde, que l'on peut négliger, parce qu'elle est fort petite, mais qui m'est inconnuë, le sera jusqu'à ce qu'on ait pû appliquer sur les divisions un grand Compas à verge, muni de tout ce qui est nécessaire pour faire exactement cette vérification qui est extrémement delicate. La troisième doit être laissée au jugement de ceux qui font usage des Observations, & elle est nulle ou trés petite, dans la plus grande partie.

OBSERVATIONS.

Le 21 Novembre, le Quart de cercle ayant été placé à peu prés dans le Meridien, ce ne fut que le 23, que le Ciel s'etant éclairci il me fut permis de prendre des hauteurs correspondantes de l'étoile β à la queuë de la Baleine, par lesquelles je trouvai qu'elle passoit au centre de la Lunette 40 secondes trop-tôt. Le 25, par le moyen de 14 hauteurs correspondantes du Soleil je déterminai l'instant du Midy vray, 22^h 49' 36''. Le Quart de cercle avançoit encore de 30''; ayant donc rectifié sa position, par le moyen des marques, qui étoient déjà placées sur le mur

de

de l'Académie ; j'observai le passage d'une étoile du Verseau, qui est dans le grand Catalogue de *Flamsteed*, immédiatement avant la troisième de Tycho.

	Tems de la Pendule.				*Distances au Zeniths.*		
	H.	M.	S.		D.	M.	S.
* du Verseau,	4	25	43¼		60	12	30
Le bord de la Lune	4	24	28				
à	4	28	30	Bord inferieur	60	49	55

une petite étoile qui est dans Flamsteed immédiatement aprés la 21e. de Tycho.

	H.	M.	S.		D.	M.	S.
de Tycho.	5	5	41		60	45	30

Le Thermometre étoit à peu prés à la Congelation. Le mouvement de la Pendule étoit assez exactement reglé sur le moyen mouvement du Soleil, mais aprés cette Observation elle a été arrêtée.

Le 26 Novembre.

	H.	M.	S.		D.	M.	S.
Bord de la Lune,	6	20	32	a 21′ 35″ B. I.	96	0	50
La Corne suivante,	6	22	1				
Petites étoiles du verseau,	7	6	40½		65	32	37½
	7	13	38½		56	38	43
γ à l'aile de Pegase,	7	38	51		38	42	37½

Le 29 Novembre.

	H.	M.	S.		D.	M.	S.
Le Centre du Soleil,	23	48	20¾	Bord superieur	73	42	7½
Etoiles du Belier,	8	39	57½		34	34	15
	8	44	51		38	27	15
Bord de la Lune	8	49	45¼	à 50′ 55″ B. I.	40	50	35
o du lien des Poissons,	8	58	53¼		44	46	45
Le centre de Jupiter,	11	44	45⅓		31	57	40
Aldebaran,	11	47	50				

Par des hauteurs correspondantes de α du Belier, j'ai trouvé que le Quart de cercle avançoit vers le 30e dégré d'environ 4″ a l'Orient, les Ob-

ſervations de ces trois premiers jours, ſont les moins parfaites, parce que l'Inſtrument n'etoit pas encore aſſez bien calé.

Le 30 Novembre.

Le centre du Soleil,	23	48	46			
Le bord de la Lune,	9	47	51¾			
Le bord inferieur de la Lune, à	49	2		36°	36′	0″
o du Belier,	10	0	22	38	28	32
π du Belier,	10	5	1¼	35	30	10
Le centre de Jupiter,	11	40	20	31	58	50
Aldebaran.	11	43	57	36	31	52½

Dans les Obſervations ſuivantes on a négligé la correction qui dépend du fil à plomb, mais dans la ſuite on y a toujours eu égard.

Le 1 Decembre.

Venus, bord ſuivant	21	22	41¾	bord inferieur	63	25	17
Le centre du Soleil,	23	49	13⅓	bord ſuperieur	74	1	10
la Lyre	1	48	33		13	56	58
β du Verſeau	4	37	56¾		59	8	37
γ du Capricorne	4	45	41				
ε de Pegaſe	4	51	28½		43	15	20
α du Verſeau,	5	12	25½		54	0	52
Etoiles des Poiſſons	6	47	22½		65	32	22
	6	54	18		56	38	7
	6	58	24½		50	56	52
Mars,	7	16	14½		53	23	55
Le bord de la Lune,	10	48	59¼	à 50′ 3″ bord inferieur	33	28	7
A la tête du Taureau	11	13	14		33	35	9
	11	23	27		31	21	59
	11	29	59		30	17	27
	11	32	37		33	54	39
Le centre de Jupiter,	11	36	54⅓		31	59	45
Aldebaran.	11	40	7		36	31	39

Le

Le 3 Decembre.

Le centre du Soleil, 23 50 11½ bord superieur. 73 19 12½

Le Quart de cercle avançoit vers l'Orient dans ce point, de 6'' ½

Ainsi le Midi vray étoit à	11	50	18			
β du Verseau,	4	30	17	59	8	37
γ du Capricorne,	4	38	1¼	70	14	52

Le 4 Decembre au matin.

Une petite étoile au dessus de la tête d'Orion,	12	46	17	39	58	0
α d'Orion,	12	52	17½	45	10	15
Le ventre de la Lune,	12	57	39 à 12ʰ 58′ 53″ B.I.	32	1	16
Bord suivant de la Lune,	13	0	6¾			
Syrius, ou Alhabor.	13	44	30⅔	68	52	27

Le 5 Decembre,

β du Verseau,	4	22	38½	59	8	35
γ du Capricorne,	4	30	22¼	70	14	47
ε de Pegase,	4	36	10½	43	45	27
β du Poisson austral,	5	21	4½	85	56	12
ζ de Pegase,	5	33	7½	42	57	52
Le centre de Jupiter,	11	18	21⅓	32°	4′	54″
Aldebaran,	11	24	50	36	31	38
Une étoile du Taureau,	11	28	13	37	6	42

Le 6 Decembre au matin.

Entre les Gemeaux & l'Ecrevisse,	14	45	27	36	5	12
	14	49	6¼	34	32	57
	14	53	47	38	42	42
Le bord inferieur de la Lune, à	15	0	25	37	5	15
Le bord suivant de la Lune,	15	1	35			
Le centre du Soleil,	23	52	46¾			

Le

Le 7 Decembre.

Le bord ſuivant de la Lune	15	56	6 ⅔	à 15ʰ 55′ 0″ B.I.	41	15	57
Une petite étoile de l'Hydre,	16	2′	53″		57	49	49
Le centre du Soleil,	23	52	19½	Bord ſuperieur	74	49	35

Le 9 Decembre au matin.

Premiere corne de la Lune,	17	32	25				
Bord de la Lune	17	33	56½	à 33′ 0″ Bord inferieur	50	56	16
Petites étoiles, entre le Sextans, & le Lion,	17	39	46¾		53	39	31
	17	44	49½		49	12	39
	17	51	37½		51	23	46
υ à la patte du Lion,	6	14	45½		51	57	31

Enſuite la Pendule a été arretée.

Le 14 Decembre.

Le Centre du Soleil,	23	36	54½	Bord ſuperieur	75	25	36
La Lyre, *Wega*,	0	39	28½		13	57	11
Pegaſi ε, *Enif*,	3	42	22⅔		43	45	16
Le centre de Jupiter,	10	19	42½		32	15	37
Aldebaran,	10	31	1¼		36	31	31

Le 15 Decembre.

Le centre du Soleil,	23	37	28½		75	28	4
La Lyre.	0	35	37		13	57	14

Le 23 Decembre.

Le centre du Soleil,	23	42	2				
La Lyre,	0	4	44		13	57	18
Le premier bord de la Lune,	4	0	27¾				
Corne ſuivante,	4	2	45	à 1′ 41″, B. I.	57	44	48
δ du Verſeau,	4	16′	47″		69	36	38
α de Pegaſe, *yed*, *Alpheras*.	4	27	49½		38	38	0

Le

Le 25 Decembre.

θ de la Baleine	6^h	38'	53''		61°	57'	52''
le premier bord de ♃	9	31	57½	Bord superieur	32	26	50
Aldebaran.	9	48	31		36	31	39

Le 26 Decembre.

La Lune étant plongée dans le broüillard :

Bord précedent,	6^h	23'	27'' ¾				
& à	6	25	22	Bord inferieur	42	58	14
Etoiles au dessus d'Orion,	10	17	14		44	21	26
					43	1	30
γ d'Orion,	10	34	38		46	25	31

Le 27 Decembre.

Le centre du Soleil,	23	44	14½	Bord superieur	75	27	50
Mars,	6	3	21		47	31	19
Premier bord de la Lune	7	15	26	à 16' 35'' B. I.	38	32	34
Le centre de la Lune,	7	17	14½				
Premier bord de Jupiter,	9	23	25	Bord superieur	32	28	49
Une étoile du Taureau,	9	30	49		38	22	56
Aldebaran,	9	40	46		36	31	37

Le 28 Decembre.

Bord suivant de Venus,	20	32	34 ¼	Bord superieur	66	52	34
Le centre du Soleil,	23	44	47 ⅞	Bord superieur	75	30	1½
Une étoile de Pegase,	4	41	24		37	28	57
Mars,	6	1	28		47	17	4
Le bord précedent de la Lune,	8	12	21	à 13' 32'' B. I.	34	56	4
Le centre de Jupiter	9	19	11 ½	Bord superieur	32	29	37
Aldebaran.	9	36	53 ½		36	31	38

M. DCC. LII.

M. D C C. L I I.

Le 11 Janvier.

	Tems de la Pendule				*Distances au Zenith.*		
	H.	M.	S.		D.	M.	S.
Premier Bord de Jupiter	8	30	37		—	—	—
Aldebaran,	8	52	30½		—	—	—
Syrius.	11	4	34		68	52	35

Le 12 Janvier.

	H.	M.	S.		D.	M.	S.
Algenib.	4	28	5 ½		38	42	5
δ d'Andromede,	4	53	45		23	0	52
β de la Baleine,	4	58	30		71	54	8
Mars.	5	44	1 ½		43	45	35

Le 14 Janvier.

	H.	M.	S.		D.	M.	S.
Le centre du Soleil,	0	3	8½				
Mars.	5	40	34½		42	58	35
ο du lien des Poissons.	5	51	57 ½		44	36	0
Bord suivant du Jupiter,	8	18	29	Bord superieur	33	28	35
γ du Taureau	8	33	44 ½		37	12	40

Le 15 Janvier.

	H.	M.	S.		D.	M.	S.
Bord suivant de Venus,	20	43	52	Bord inferieur	70	42	24
la Lyre,	22	45	31½		13	57	0
Le centre du Soleil,	0	3	36	Bord superieur	73	22	52
Une très grosse tache.	0	3	14½		73	33	30

Le

Le 24 Janvier.

Le centre du Soleil,	0	6	45	Bord superieur	72	18	50
θ de la Baleine,	4	52	26¾		61	57	35
La premiere étoile du Belier,	5	20	46¾		34	26	33
Mars,	5	23	39		41	1	6
α du Belier,	5	34	3		30	14	6
Le bord précedent de la Lune,	6	14	18¾	à 15′ 27″ B. L	36	21	2
Premier bord de Jupiter,	7	38	38½	Bord superieur	32	38	58
ω au front du Taureau,	7	43	13½		32	34	3
δ au front du Taureau,	7	49	5		35	34	23
ε du Taureau,	7	54	34½		33	54	25

Le 27 Janvier.

Par des hauteurs correspondantes, le centre du Soleil a dû être au Meridien à 0h 7′ 38″

& il a été au Quart de cercle 7″ ½ trop tost.

Le 30 Janvier.

J'ay changé tant soit peu la Situation du Quart de cercle pour le mieux caler,

Le premier bord de la Lune,	0	9	30¾	à 10′ 40″ B. L	40	51	52

Le Ciel étoit couvert.

Le 31 Janvier.

Le Soleil au Meridien,	0	8	22⅞				
Petites étoiles sur le dos du Taureau,	6	41	18½		33	37	25
	6	42	45½		33	38	50
	6	46	5		29	11	40
	6	47	44½		29	14	20
Le premier bord de Jupiter,	7	11	32½	Bord superieur	32	36	33
Petites etoiles au front du ♉	7	21	48½		35	39	15
	7	22	58½		35	44	45
	7	28	12½		33	54	5
Aldebaran, λαμπαδίας	7	34	49½		36	31	15

Le 1 Fevrier.

Une étoile prés de Regulus,	12	57	6		38	53	42
Bord suivant de la Lune,	13	4	52¾		45	49	16
ω proche la patte du Lion,	13	24	4		42	28	21
Venus bord suivant,	20	54	51¾	Bord superieur	73	10	25
Le centre du Soleil,	0	8	35½				

Par des hauteurs correspondantes, j'ai trouvé que le Midy vrai devoit arriver environ 8″ plus tard.

Le 9 Fevrier.

Bord suivant de la Lune,	19	24	48¾	à 25′ 55″ B. I.	74	48	25
Le centre du Soleil,	0	10	5	Bord superieur	66	58	47½

Hauteurs correspondantes du bord superieur du Soleil.

Hauteurs.			*Matin.*			*Soir.*			*Milieu.*		
14°	20′	0″	21ʰ	26′	36″	2ʰ	54	24½	0	10	30¼
14	40	0	21	29	59	2	51	1½	0	10	30¼
14	48	46	21	31	30	2	49	33	0	10	31½
15	8	46	21	34	58½	2	46	3	0	10	30¾
15	20	0	21	36	59	2	44	3	0	10	31
15	28	46	21	38	31	2	42	29	0	10	30
15	40	0	21	40	33½	2	40	29	0	10	31¼
15	48	46	21	42	7	2	38	53	0	10	30
16	0	0	21	44	13	2	36	46½	0	10	29¾
16	8	46	21	45	49½	2	35	13½	0	10	31½

La correction du Midy est 20″, ainsi le Midy vrai a dû arriver à 0ʰ 10′ 10″ ½

ε du grand Chien	9ʰ	26	53	81	4	22
δ du grand Chien	9	36	19	78	27	45
	9	43	32¾	30	6	7
	9	51	52¾	43	44	34
	9	56	58½	20	6	49
Procyon, Kelbelazguar.	10	4	25	46	40	8

Le

Le 11 Fevrier.

Le centre du Soleil,	0	10	18½	Bord superieur	66	19	55
Premier bord de Jupiter,	6	31	1	Bord superieur	32	29	32
ε du Taureau.	6	45	10		33	54	23
Aldebaran subrufa	6	52	41½		36	31	18½
Procyon, *Algomeiza*,	7	56	46		46	39	56
Le centre du Soleil.	0	10	22½	Bord superieur	66	0	5

Le 14 Fevrier.

La Pendule a été arrêtée ;

Le centre du Soleil,	0	15	14½	Bord superieur	65	19	58
Mars,	4	55	58		36	31	35
α de Persée,	5	31	6 ¼		3	33	53
δ de Persée,	5	49	41¼		5	33	5
Premier bord de Jupiter,	6	25	0 ¾	Bord superieur	32	26	41
Aldebaran,	6	45	53¼		36	31	20
Rigel, *Elgebar*, *Kesil*,	7	26	39		61	0	5

Ensuite la Pendule a été arrêtée.

Le 21 Fevrier.

Le centre du Soleil,	23	44	20¾	Bord superieur	62	53	0
Premier bord de la Lune,	4	42	16	à 43′ 26″ B. I.	34	31	7
δ de Persée,					5	33	5
Premier bord de Jupiter,	6	29	21	Bord superieur	32	29	7

Le 22 Fevrier.

Le centre du Soleil,	0	44	51

Le 23 Fevrier.

Le centre du Soleil,	23	45	21¼	Bord superieur	62	9	32
Le premier bord de Jupiter,	5	24	26½	Bord superieur	32	16	30
Aldebaran, *Abenezra*,	5	41	31½		36	31	20
La Chevre, *Ayuk*, *Alhatod*,	6	18	9″ environ,		6	33	32
Rigel,	6	22	17		61	0	3

 dans

* du Taureau,	6 32 26½		34 47 15
Prés des pieds des Gemeaux,	6 37 23½		34 7 49
Premier bord de la Lune,	6 40 15	Bord inferieur	32 4 22
ζ du Taureau.	6 42 33		31 32 56

Aprés le passage au Meridien, l'etoile a été eclipsée, je n'ai pû observer que l'emersion à 7 28 8 de dessous la partie claire de la Lune proche la tache d'Endymion. Comme l'etoile est assés petite il faut en ôter 2'' à cause de l'Irradiation, & supposant 6'' ½ pour l'erreur du Quart de cercle, à la hauteur du Soleil ce jour là :

on a le tems vrai de l'Emersion	7ʰ 42' 28'' ¾		
Sirius.	7 53 39		68 52 32½

Le 24 Fevrier.

Le centre du Soleil,	23 45 48½	Bord superieur	61 47 27

Le 26 Fevrier.

Le centre du Soleil,	23 46 40½	Bord superieur	61 2 59
Le premier bord de la Lune,	9 35 27¾	à 36' 38'' B. sup.	38 28 8
α de l'Ecrevisse, *Azubene*,	9 54 5		39 42 4
Le Coeur du Lion,	11 4 9 ½		39 20 41

Icy se terminent les Observations, contenües dans l'invitation de Monsieur *l'Abbé* de la *Caille* aux Astronomes de l'Europe.

Le 29 Fevrier.

Une étoile sur le Limbe du Sextans,	11 27 48		52 56 50
A l'extrémité du Sextans,	11 31 23		48 43 12

Le 1 Mars.

d'entre le sextans & le Lion	11 46 43	à peu prés ;	47 33 43
φ auprés de la patte du Lion,	12 2 59		54 47 56
Le ventre de la Lune,	12 10 42	à 11' 46'' B. I.	53 32 28

Bord

Bord suivant de Venus, 21 3 59¾ Bord superieur 71 55 34
Le centre du Soleil, 23 48 25 Bord superieur 59 32 41
Par des hauteurs correspondantes, j'ai trouvé que le Midy vrai devoit être à 23 48 31¾

Le 3 Mars.

Sirius, *Alhabor*,	7 23 51	68 52 16
ε du grand Chien	7 38 19	81 4 14
β du petit Chien,	8 3 20	43 44 22
Procyon	8 15 54½	46 39 48

Le 4 Mars.

Petite Etoile de la vierge,	14 30 43		59 24 18
Bord suivant de la Lune,	14 36 32⅔ à 35′ 29″		67 8 3
Entre le Corbeau & la Vierge,	14 51 23⅓		69 30 18
	14 53 34⅓		70 1 8
λ au pied de la Vierge,	14 54 22⅓		64 42 3
α de la Balance, *Zubeneschemali*.	15 25 34		67 28 25
Le centre du Soleil.	23 49 44¼		58 23 52
Mars,	4 5 12½		33 2 35
Jupiter, premier bord,	4 54 43	Bord superieur	32 2 50
Aldebaran,	5 8 28		36 31 26
Epaule Occidentale d'Orion,	5 58 27		46 24 20
Les trois Etoiles du Baudrier.	6 5 56		53 0 34
	6 10 13		53 53 7
	6 14 49		54 35 50
Epaule Orientale, *Almerzamo'nnagied*.	6 28 18¾		45 10 22
Sirius.	7 20 34		

Le 5 Mars.

Bord suivant de la Lune 15 24 23¾ douteux à une ou deux secondes
à 15 25 30 Bord inferieur 70 23 22
α de la Balance, χηλὴ νότιος 15 23 28 67 28 25

Bord ſuivant de Venus,	21ʰ	10′	31″	Bord ſuperieur	71°	8′	5″
Le centre du Soleil,	23	50	9 ½	Bord ſuperieur	58	0	36
Bord précedent de Jupiter,	4	51	55½	Bord ſuperieur	32	1	22
Epaule Orientale d'Orion,	6	25	1 ½		45	10	20
Syrius.	7	17	16		68	52	37

Le 6 Mars.

ζ Entre les deux baſſins de la Balance,	16	0	50		68	28	8
Petite étoile proche le Baſſin auſtral,	16	7	28¾		75	26	31
Le bord ſuivant de la Lune,	16	12	47¾	à 12′ 35″ B. L.	72	47	5
δ du Scorpion,					74	20	56
β du Scorpion,	16	32	50		71	34	10
Ἀντάρης, *Kalbo'lakrab.*	16	55	54		78	17	37
Bord ſuivant de Venus,	21	12	8 ⅔	Bord ſuperieur	70	54	59
Le centre du Soleil.	23	50	34½	Bord ſuperieur	57	37	29½

Aprés cette Obſervation, on a avancé de 21 Minutes l'éguille de la Pendule, ſans toucher aux Secondes.

δ du grand Chien	7	58	56		78	27	46

Le 7 Mars.

ψ Au pied d'Ophincus,	17	9	5		71	54	2
Ἀντάρης, *Kalbo'lakrab,*	7	13	37¼				
la corne, & le ventre de la Lune	17	21	13		78	17	38
Bord ſuivant de la Lune,	17	22	24¾	à 21′ 30″ B. L.	74	14	10
ε du Scorpion,	17	33	23		86	7	22
Bord ſuivant de Venus,	21	34	44	Bord ſuperieur	70	41	15
le Centre du Soleil,	0	11	58¾	Bord ſuperieur	57	24	0
Mars,	4	23	59½		32	33	19
la Chevre, *Ayuk,* Αἰξ ὠλενίη	5	56	14		6	48	25
δ du grand Chien.	7	55	39		78	27	47

Le

Le 8 Mars.

α d'Hercules, *Ras Algethi*,	17	59	31		37	49	10[illegible]
θ d'Ophiucus,	18	2	47		77	9	57
Corne inferieure de la Lune,	18	10	24				
Bord suivant de la Lune,	18	11	35½	à 10′ 30″ B. I.	74	41	32
α d'Ophiucus, *Ras alhague*,	18	19	33⅔		69	44	51
Le centre de Saturne,	18	31	29½	le Centre	74	27	27
Il étoit fort foible a cause du grand jour,							
Bord suivant de Venus,	21	36	19⅓	Bord superieur	70	27	0
Le centre du Soleil,	0	12	22¼	Bord superieur	56	50	45

Par des hauteurs Correspondantes j'ai trouvé le midi vrai a $0^h 12' 25''\frac{1}{2}$

Premier bord de Jupiter,	5	4	38	Bord superieur	31	56	58

Le 9 Mars.

Bord suivant de la Lune	19	0	32	à $18^h 59' 27''$ B. I.	74	8	35
& à	19	1	9	le même Bord inferieur	74	8	45
Mais le bord étoit très foible à cause du grand jour,							
Bord suivant de Venus,	21	37	53⅓	Bord superieur	70	12	20
Le centre du Soleil,	0	12	44⅞	Bord superieur	56	27	10

Le 10 Mars.

Bord suivant de Venus,	21	39	26	Bord superieur	69	57	0
Le centre du Soleil,	0	13	6	Bord superieur	56	4	40
La troisième du Baudrier d'Orion,	6	16	5		54	35	45
L'épaule Orientale, *Almerzamennagied*,	6	29	34		45	10	15
β du grand Chien,	7	1	3		70	19	40
Sirius, ἀςϱ κύων,	7	21	49		68	52	28
ε du grand Chien,	7	36	18		81	4	30
δ du grand Chien,	7	45	45		78	27	47
η du grand Chien,	8	1	39		81	15	25

Le

Le 11 Mars.

Le centre du Soleil,	0	13	26¾				
& par des hauteurs Correspondantes,	0	13	29				
Mars, trés foible,	4	20	57		31	56	15
Bord précedent de Jupiter,	4	56	19	Bord ſuperieur	31	51	48
Aldebaran, ὑπόκιῤῥος, *ſubrufa*	5	6	23¼		36	31	28
la Chevre, *Ayuk*,	5	42	59½		6	48	33
Rigel, *Elgebar*, *Kefil*,	5	47	9⅓		61	0	3
α d'Orion, *Beteigeuze*,	6	26	14		45	10	17
Syrius, *Aliemini*,	7	18	29		68	52	29
ε du grand Chien,	7	32	58½		81	4	29
δ du grand Chien,	7	42	25		78	27	48
η du grand Chien,	7	58	19		81	15	25
α des Gémeaux, *Aphellan*,	8	3	4½		20	6	40
Procyon, *Algomeiza*,	8	11	23½		46	39	52

Le 12 Mars.

Bord ſuivant de Venus,	21	42	25	Bord ſuperieur	69	24	54
Le centre du Soleil,	0	13	44	Bord ſuperieur	55	16	32
Bord précedent de Jupiter,	4	53	30	Bord ſuperieur	31	50	5
α d'Orion, γλήνεα,	6	22	51½		45	10	14
ε du grand Chien,	7	29	36		81	4	28
δ du grand Chien,	7	39	10		78	27	45

Emerſion du premier Satellite, 7 47 40 avec une Lunette de dix pieds, le tems vrai eſt 7h 33′⅚ ; Les tables de *Wargentin* donnent, 7h 33′⅔,

η du grand Chien,	7	54	56		81	15	28
α des Gémeaux, *Anelar*,	7	59	43½		20	6	36

Le 14 Mars.

Le centre du Soleil,	0	14	18¾	Bord ſuperieur	54	29	32
Mars,	4	19	15	trés foible	31	29	55
Bord précedent de Jupiter.	4	47	56	Bord ſuperieur	31	46	53

Le

Le 15 Mars.

Le centre du Soleil,	0 14 35½		54	5	47

Le 17 Mars.

Bord suivant de Venus,	21 49 39⅓	Bord superieur	67	56	34
Le centre du Soleil,	0 15 12¼	Bord superieur	53	18	36

Le 18 Mars.

Bord suivant de Venus,	21 51 8	Bord superieur	67	37	32
Le centre du Soleil,	0 15 33½	Bord superieur	52	54	47

Le 22 Mars.

Le centre du Soleil,	0 17 1 ½	Bord superieur	51	20	26

Le 23 Mars.

Bord précedent de de la Lune	7 11 8⅔ à 12′ 19″ B. Sup.		34	12	28
p au ventre de Pollux, cinquieme grandeur,	7 17 34		30	25	18 à peuprès
Procyon,	7 30 47		46	39	55
β de Pollux, *Abrachaleus*,	7 34 40		23	54	52

Le 25 Mars.

Bord suivant de la Lune,	9 0 24 à 1′ 32″ B. Sup.		41	21	49

Le Ciel est trés broüillé, & le bord de la Lune mal terminé ; ainsi cette Observation est moins parfaite que les autres.

Le 26 Mars.

Le centre du Soleil,	0 18 2 ½	Bord superieur	49	45	54

Le 28 Mars.

Le centre du Soleil,	0 18 31¼		—	—	
Une petite étoile de Monoceros,	8 24 16		55	2	31

 d a la

δ à la Cuisse du Lion,	10	35	50½	47	33	51
Entre le Sextans & Lion,	10	36	15¼	53	39	26
	10	48	7	51	13	41
φ à la derniere patte du Lion	10	51	6	54	48	8
ι sous le Ventre du Lion,	11	20	6½	44	35	30
Bord précedent de la Lune,	11	28	32 & à 29′ 35″ Bord sup.	55	53	40

Le 29 Mars.

Le centre du Soleil,	0	18	44¾	48	36	6

Le 31 Mars.

Le ventre de la Lune,	13	3	28			
Bord suivant de la Lune,	13	5	36 & à 4′ 33″ Bord infer.	65	21	59
à	13	6	48 le même Bord	65	22	21
A la jambe de la Vierge,	13	21	55⅓	59	19	17
Auprès du pied de la Vierge,	13	30	56	66	15	1
Auprès du pied de la Vierge,	13	33	31⅔	60	36	41
Arcturus, Alkameluzkolanza	13	44	17⅔	32	1	59

Le 1 Avril.

Arcturus,	13	40	54	32	2	2
Entre le Centaure & la balance	13	45	10⅔	79	2	18
Le Ventre de la Lune,	13	51	22½			
Bord suivant de la Lune,	13	53	27⅔ & à 52′ 24″ Bord infer.	68	56	48

Ici on s'est servi de la partie inferieure du fil, ainsi il faut appliquer l'epaisseur dans un sens contraire, & la distance observée devra en être diminuée.

α de la Balance,	14	13	32⅔	67	28	29
Bord précedent de Venus,	22	9	37 Bord superieur	62	31	26
Le centre du Soleil,	0	19	30¼ Bord superieur	47	26	27

On s'est servi de la partie inferieure du fil pour cette hauteur.

La Chevre, *Ajuk,*	4	32	46	6	48	26
ſ à la premiere patte de la grande Ourse,	7	23	34½ au Nord		20	18

Le

Le 2 Avril.

Bord suivant de la Lune, 15 41 51¼ à 41′ 15″ Bord inferieur
à la partie inferieure du fil, 71 42 42
Une petite étoile du Scorpion, 15 11 56 75 40 17
δ du Scorpion, 15 18 25½ 74 21 14
β du Scorpion, 15 23 46¼ 71 34 22
Bord suivant de Venus, 22 10 47½ Bord superieur 62 6 37
Le centre du Soleil, 0 19 44½ Bord superieur 47 3 24
f de la grande Ourse, 7 20 10 au Nord 0 20 15
Entre l'Hydre & le Vaisseau, 7 44 28 74 49 51

Le 4 Avril.

Le centre de la Lune 16 18 10
Bord suivant de la Lune, 16 19 50½ à 18′ 45″ B. I. 74 25 16
Cette hauteur est prise à la partie inferieure du fil,
ν au genouïl d'Ophiucus, 16 27 5 fort petite 66 45 20
β du Dragon, 0 2 3
γ d'Ophiucus, 49 40 51

Le 5 Avril.

Bord suivant de Saturne, 17 0 11⅓ Bord superieur 74 26 40
L'Aurore qui se répand déjà empêche que le bord ne soit bien distinct.
Le centre de la Lune, 17 7 18
Le bord suivant de la Lune, 17 8 46½ à 7′ 41″ bord sup. 73 46 46
η du Serpent, 17 31 49 55 26 7
la Lyre, 17 50 54 13 57 18

Le 7 Avril.

Bord suivant de la Lune 18 44 57¾ à 43′ 53″ B. sup. 70 37 15
Le bord de la Lune est trop foible à cause du grand jour,
à 18 44 48 Bord sup. 70 36 45
à 18 45 37 Bord sup. 70 36 30
Ces 3 hauteurs peuvent servir à se corriger mutuellement,
Le centre du Soleil 0 20 59½ Bord superieur 45 10 6

Le 8 Avril.

Bord suivant de Venus,	22	17	46½	Bord supérieur	59	34	43
Le centre du Soleil,	0	21	16⅚	Bord superieur	45	47	36
Bord suivant de Jupiter,	3	41	30	Bord supérieur	31	1	51
Mars,	4	0	53⅔	trés foible	28	43	51
La Chevre, *Ayuk*, Αιξωλενία,	4	9	16½	trés foible	6	48	24
Rigel, *Elgebar*, *Kefil*,	4	13	16	trés foible	6	10	1
α d'Orion, *Almenkeb* *Alhagied*,	4	52	20⅔		45	10	8
Syrius, *Aschsere*, *Scera*,	5	44	34¾		68	52	37
Pracyon, *Algomeiza*,	6	36	39⅘		46	39	59
β des Gémeaux, *Abrachaleus*	6	40	31		23	54	56
θ de la grande Ourse.				au Nord	0	15	50

Le 9 Avril.

Hauteurs Correspondantes du bord superieur du Soleil.

Hauteurs			*le Matin*			*le Soir*			*Milieu*		
17°	4′	10″	19ʰ	31′	28″½	5ʰ	12′	23″	0ʰ	21′	56″
17	10	0	19	32	8½	5	11	43½	0	21	56
17	30	0	19	34	23	5	9	29	0	21	56
17	44	10	19	35	56½	5	7	55½	0	21	56
18	4	10	19	38	10½	5	5	41½	0	21	56
18	10	0	19	38	50	5	5	2½	0	21	56¼
18	30	0	19	41	4	5	2	46	0	21	55
18	44	10	19	42	39	5	1	12	0	21	55½
18	50	0	19	43	18½	5	0	32½	0	21	55½
19	4	10	19	44	54	4	58	58	0	21	56
19	30	0	19	47	49	4	56	2¼	0	21	55¾
19	44	10	19	49	23	4	54	28	0	21	55½
19	50	0	19	50	3	4	53	47½	0	21	55¼

La correction est 22″¾ suivant la table calculée par le fils de Monsieur *Euler*, Mr. *Albert Euler*, pour la latitude de Berlin.

Le

Le centre du Soleil, 0 21 32 Bord superieur 44 25 22
Ainsi, le Quart de cercle avance d'une seconde, dans ce point-là.
α d'Orion, *Almerzamo'nnagied*, 4 48 58
θ de la grande Ourse, 8 22 46 au Nord 0 15 51

Le 10 Avril.

Bord suivant de Venus,	22	20	2		58	42	25
Le centre du Soleil,	0	21	50¼		44	3	12
θ de la grande Ourse				au Nord	0	15	51

Le 13 Avril.

Premier bord du Soleil,	0	21	42⅔				
Second bord du Soleil,	0	23	52¼	Bord superieur	42	57	52

Le 14 Avril.

Bord suivant de Venus,	22	24	34⅔	Le Centre	56	55	24

Le diametre de Venus, qui tend à sa conjonction superieure, devenant fort petit, on pourra sans erreur, pendant les mois suivants, le partager à la vuë avec le fil de la Lunette.

Bord précedent du Soleil,	0	22	2⅓				
Bord suivant	0	24	13	Bord inferieur	42	36	3
La Chevre, *Ayuk*, *Alhatod*,	3	48	57		6	48	23
α d'Orion *Almerzamo'nnagied*,	4	32	13		45	10	6
* de la grande Ourse,	7	57	28		0	5	34
θ de la grande Ourse,	8	5	59		0	15	56
* de la grande Ourse,	8	7	32		0	36	44

Le 15 Avril.

Bord précedent du Soleil,	0	22	23⅔				
Bord suivant,	0	24	33½	Bord superieur	42	14	45
Bord suivant de Jupiter,	3	23	40	Bord superieur	30	49	11

La Chevre, *Ayuk*,					6	48	25
					0	5	42
Etoiles de la grande Ourse,	θ 8	2	49		0	15	57
					0	36	43
o du Lion,	8	14	31		41	30	18

Le 16 Avril.

Bord ſuivant de Venus,	22	26	52		56	0	48
Le centre du Soleil,	0	23	50$\frac{1}{2}$	Bord ſuperieur	41	53	33
Bord ſuivant de Jupiter,	3	21	11$\frac{1}{4}$		30	52	26
La Chevre, *Ayuk*, *Alhatod*,					6	48	26
θ de la grande Ourſe,	7	59	21		0	15	54
* de la grande Ourſe,	8	0	53$\frac{1}{4}$		0	36	39
o du Lion,	8	11	13		41	30	20
ε du Lion,	8	15	4$\frac{1}{3}$		27	36	53

Le 18 Avril.

Bord ſuivant de Venus,	22	29	14	Le Centre	55	6	1
Premier bord du Soleil,	0	23	37$\frac{1}{4}$				
Second bord,	0	25	47	Bord ſuperieur	41	11	42
α d'Orion,	4	19	2		45	10	7
Bord précedent de la Lune,	4	21	30$\frac{3}{4}$	à 22′ 37″ B.S.	32	7	43$\frac{1}{2}$
& à	4	24	21	le même Bord	32	7	46

Le bord ſuperieur ne paroiſſoit pas aſſez diſtinctement, à cauſe du grand jour.

Syrius, *Elſcheere*, *Aliemini*,	5	11	16$\frac{1}{4}$	68	52	41
Procyon, *Kelbelazguar*, *Aſchemie*,	6	3	20$\frac{2}{3}$	46	40	1
θ de la grande Ourſe,	7	52	49	0	15	56
La ſuivante,	7	54	22$\frac{1}{2}$	0	36	40
o du Lion,	4	4	41$\frac{1}{2}$	41	30	19
ε du Lion,	8	8	32$\frac{2}{3}$	27	36	53
Regulus, *Kalbelaſit*, βασιλίσκος,	8	31	52	39	20	38
ζ du Lion,	8	42	59$\frac{5}{8}$	31	25	53

L'Etoile

L'Etoile γ au troisième pied des Gémeaux fût eclipsée ce jour là par la partie obscure de la Lune, a $9^h\ 32'\ 49''$ exactement. Supposant que la déviation du Quart de cercle ce jour là, à la hauteur du Soleil, étoit d'une demie seconde a l'Orient, le tems vrai se trouve $9^h\ 7'\ 57''$.

Cette étoile étoit suivie de deux autres, fort petites, dont je n'ai pû observer exactement l'immersion, parce qu'elles disparoissoient à la premiere approche du bord de la Lune: la premiere a $9^h\ 17'\ 33''$ & l'Autre a $9^h\ 35'\ 8''$ tems vrai.

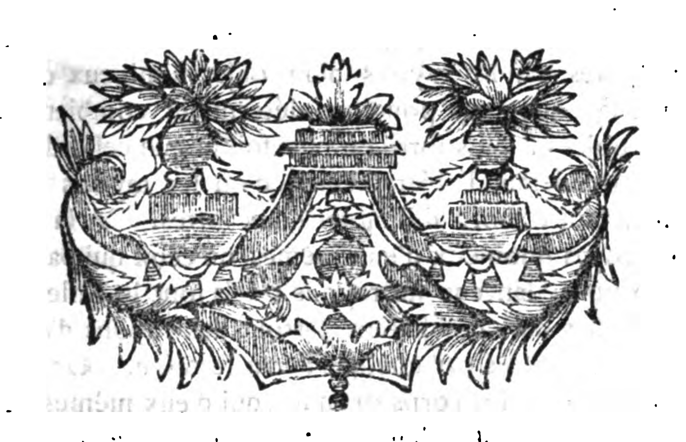
Le 19 Avril.

Le Centre du Soleil, 0 25 7 Bord superieur 40 51 2

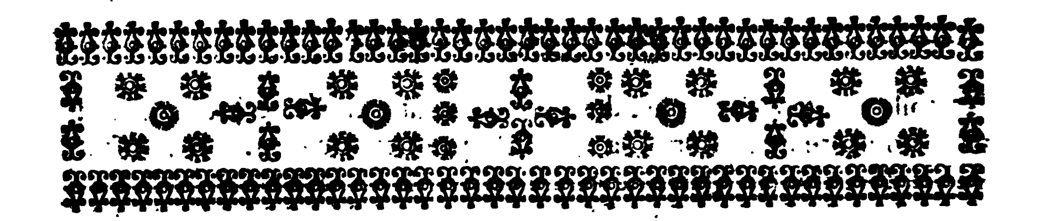
Le 21 Avril.

Premier bord de la Lune, 6 18 48 à $19'\ 57''$ Bord sup. 36 26 30
La Lune ne paroissoit qu'à travers les nuages.

Les Observations, faites pendant les mois suivants, seront contenties dans un second Mémoire.



REFLE-



REFLEXIONS
SUR LES DIVERS DEGRÉS DE LUMIÉRE
DU SOLEIL ET DES AUTRES CORPS CELESTES,

PAR M. EULER.

I.

Pour juger de la Lumiére d'un objet, qui nous éclaire, il faut premiérement confiderer cet objet même, entant qu'il renferme la fource des rayons de lumiére, par lesquels nous fommes éclairés; & en fecond lieu, il faut avoir égard à notre fituation par rapport à cet objet, d'où depend la force & la quantité des rayons, qui frappent immédiatement nos fens. Ces deux circonftances étant jointes enfemble nous mettront en état de juger de la force de lumiére, dont nos yeux font affectés par les rayons d'un objet lumineux quelconque. Et ce fera par là, que nous pourrons déterminer combien de fois la lumiére d'un objet eft plus forte ou plus foible que celle d'un autre.

II. En confidèrant l'objet même, d'où les rayons de lumiére émanent, il en faut d'abord diftinguer deux fortes. A la premiere je rapporte les corps lumineux d'eux-mémes, ou ceux qui par une force, qui leur eft propre, lancent des rayons: tels font le Soleil, les étoiles fixes, & la flamme, qui jettent partout des rayons d'eux-mêmes, fans qu'ils foient éclairés par quelque autre lumiére. Or pour la feconde forte, j'y range les corps opaques, qui d'eux-mêmes ne feroient pas vifibles: mais étant éclairés par quelque autre lumiére, ils en

font

font mis en un état femblable à celui des corps lumineux par eux-mêmes, & deviennent propres à produire eux-mêmes des rayons de lumiére, qui nous les rendent vifibles. Tels font les Planetes, les Cometes, & tous les corps opaques de notre terre, qui étant illuminés frappent par leurs rayons nos organes de la vuë auffi bien que les corps de la premiere forte.

III. Pour qu'un corps produife des rayons de lumiére, je crois avoir fuffifamment prouvé dans ma Differtation fur la Lumiére & les Couleurs, que les plus petites parcelles dans la furface de ces corps fe trouvent dans un mouvement de vibration extrèmement rapide: lequel fe communiquant à l'éther, à ce milieu auffi fubtil qu'élaftique, y produit ce que nous nommons rayons de lumiére. Tout de même qu'un corps, dont les parties font mifes dans un mouvement de vibration plus groffier, produifent dans l'air cet ébranlement, qui eft la caufe du fon: de forte que la lumiére eft à l'égard de l'éther la même chofe, que le fon à l'égard de l'air. Mais quoique l'éther foit répandu par tout, il eft naturel que la tranfmiffion des vibrations y doit être extrémement altérée & même arrêtée par les autres corps, qui s'y trouvent: & les corps qui ne refufent pas le paffage à ce mouvement de vibration, font ceux qu'on nomme tranfparens.

IV. Je ne m'arrêterai pas ici d'avantage à l'explication de cette Theorie: je remarquerai feulement que la force des rayons, qu'un corps lance, vient de la véhémence du mouvement de vibration, dont les moindres particules du corps font agitées. Je ne parle pas ici de la fréquence des vibrations, ou de leur nombre qui s'acheve dans un certain tems, car j'ai fait voir, que la couleur des rayons dépend de cette fréquence: mais quelle que foit cette fréquence, on conçoit que les parcelles du corps, tout comme une corde tenduë, peuvent faire dans leur mouvement des excurfions plus grandes ou plus petites. Et c'eft de là que les rayons feront d'autant plus forts ou plus foibles, plus ces excurfions feront grandes ou petites. Or plus les rayons feront forts, plus la lumiére fera brillante: & de là découle la pre-

miére qualité des corps lumineux, qui entrera dans mes recherches, & que je nommerai la splendeur du Corps lumineux, dont la quantité est proportionelle à la force des rayons, ou bien à la force du mouvement de vibration.

V. Cette splendeur doit se rapporter à chaque particule du corps lumineux; puisqu'il pourroit arriver, que chaque particule eut un mouvement de vibration particulier. Il seroit aussi possible, que plusieurs particules du corps fussent entiérement destituées d'un mouvement de vibration: & dans ce cas le brillant du corps seroit bien foible, quand même il y eût par-cy par-là des particules douées d'un très véhément mouvement. Donc pour bien déterminer la force des rayons, qui émanent d'un corps, il faut considerer toutes les particules dans chaque portion de la surface du corps, à l'égard de leur mouvement de vibration: & cette activité considerée conjointement sera ce que je nommerai dans la suite l'éclat du corps lumineux, & qui tiendra lieu de la vraye mesure de la force des rayons. L'éclat sera donc en raison composée de la splendeur des particules brillantes & de leur densité ou de leur nombre.

VI. Outre l'éclat du corps lumineux, qui est une qualité, qui lui est intrinseque, il faut avoir égard à la grandeur de la surface du corps, ou du moins à sa partie, qui jette des rayons sur un point proposé. Car puisque de chaque point de cette surface il émane des rayons, la quantité des rayons dont un endroit sera frappé, dépendra non seulement de l'éclat du corps lumineux, mais aussi de l'étenduë de la surface, ou du nombre des points lumineux, qui y lancent des rayons. Ainsi si le corps lumineux est sphèrique, & que la distance où l'on reçoit ses rayons, soit très grande par rapport à son diametre, la surface dont les rayons y peuvent parvenir, sera la moitié de sa surface entiére. Elle sera donc deux fois plus grande, que l'aire de son grand cercle. L'obliquité de la surface des corps sphèriques, ne diminuë rien dans cet effet, puisque chaque point d'une surface lumineuse est supposée répandre de toute part également des rayons.

VII. Ayant

VII. Ayant fixé ces deux chôses, l'éclat & la quantité de la surface lumineuse, qui appartiennent au corps lumineux même, quoique la détermination de la surface regarde déjà le lieu, qui en doit recevoir les rayons; il faut se souvenir que la force des rayons, en s'éloignant du corps lumineux, décroît en raison des quarrés des distances. Car les rayons, qui partent d'un point quelconque, devant se répandre de plus en plus, ils deviendront pour ainsi dire plus rares, & cette diminution doit suivre la raison des quarrés des distances. Cependant il faut bien remarquer que les rayons, quand ils ont à passer par un milieu transparent, plus grossier que l'éther, comme par l'air ou par l'eau, ils y souffrent encore un affoiblissement très considérable: comme Mr. *Bouguer* l'a prouvé par un grand nombre d'expériences dans son excellent Traité sur la Gradation de la Lumiére. Ce n'est donc pas de cette diminution de la force des rayons, que je parle dans cet article, mais de celle qui est proportionelle aux quarrés des distances du corps lumineux, dont les rayons sont originairement partis.

VIII. Soit donc proposé un corps lumineux quelconque, soit qu'il soit lumineux de lui-même, ou qu'il soit éclairé par une lumiére étrangere: & que l'éclat de ce corps soit marqué par E. Que les rayons de ce corps tombent sur un point à une grande distance $= D$, & que la surface du corps dont les rayons atteignent ce point, soit $= CC$. Cela posé, il est clair par ce que je viens de remarquer, que la force des rayons, ou la force de lumiére qui éclaire ce point, sera directement proportionelle 1. à l'éclat du corps lumineux E, 2. à la surface CC & 3. reciproquement au quarré de la distance DD. Ainsi la force de lumiére, qu'un point placé à la distance D recevra du corps lumineux sera proportionelle à cette expression $E.\frac{CC}{DD}$.

IX. Si la surface du corps lumineux est irréguliére & que la distance du point, qui en doit être éclairé, ne soit pas fort grande, on voit bien qu'on ne sauroit emploier cette formule; puisque les distances de ce point aux diverses parties de la surface lumineuse pour-

roient

roient être trop differentes entr'elles, pourqu'on pût estimer laquelle d'entr'elles doit être mise pour D. Mais si la distance D est extrèmement grande à l'égard de l'étendue du corps lumineux, ou que ce corps soit comme infiniment petit, il n'y a aucun doute que notre formule ne soit parfaitement d'accord à la verité. Pour cet effet, quel que soit le corps lumineux, & quelque petite la distance du point, qui en reçoit l'illumination, on n'aura qu'à résoudre la surface lumineuse en ses élémens infiniment petits, & à déterminer l'illumination causée par chaque élément consideré separément. La somme de toutes ces illuminations élémentaires fournira l'illumination totale.

Fig. I. X. Puisque je me bornerai ici aux corps lumineux sphèriques, je m'en vai déterminer par le moyen de cette formule fondamentelle le degré d'illumination, dont un point placé à une distance quelconque d'un corps lumineux sphèrique en doit être éclairé. Soit donc AEBF un corps lumineux sphèrique, dont le rayon soit $CA = CB = a$ & l'éclat dont il lance des rayons de chacun de ses élémens soit $= E$. Soit ensuite O le point, qui en est illuminé, dont la distance au centre du corps lumineux soit $OC = c$. Qu'on tire du point O les tangentes OE & OF, qui détermineront la portion EAF de la surface sphèrique dont le point O reçoit l'illumination, & soit l'angle $OCE = OCF = \xi$, dont le complément ou l'angle $COE = COF$ marquera le démi-diametre apparent du corps lumineux vû du point O. Ainsi posant le démi-diametre apparent $COE = COF = \theta$, il sera $\xi = 90° - \theta$.

XI. Prenant à present les angles $ACM = ACN = \Phi$, qu'on considere l'élément annulaire de la surface lumineuse, lequel est produit par la conversion de l'élément Mm autour de l'axe CO, & puisque le point O est également éloigné de tous les points de cet élément annulaire, l'illumination qu'il en reçoit, sera aisément déterminée par notre formule. Car l'élément de l'arc circulaire AM étant $Mm = a\,d\Phi$ & le démi-diametre de l'anneau $PM = a \sin \Phi$, posant le rapport du diametre à la circonference $= 1 : \pi$, la surface de notre élément

élément annulaire sera $= 2\pi a \sin\Phi . a d\Phi = 2\pi aa d\Phi \sin\Phi$. De plus la distance du point O à chaque point de cet anneau sera $OM = \surd(aa + cc - 2ac \operatorname{cos}\Phi)$; donc l'illumination, que le point O recevra de l'anneau $MmNn$, deviendra $= \frac{E. 2\pi aa d\Phi \sin\Phi}{aa + cc - 2ac \operatorname{cos}\Phi}$.

XII. L'integrale de cette formule dépendant des logarithmes sera $= \frac{\pi a E}{c} l \frac{aa + cc - 2ac \operatorname{cos}\Phi}{aa + cc - 2ac}$, en le prenant en sorte qu'il évanoüisse posant l'angle $\Phi = o$. Et partant, mettant pour Φ l'angle entier $OCE = \xi$, l'illumination entiére, que le point O recevra du globe lumineux AEBF, se trouvera $= \frac{\pi a E}{c} l \frac{aa + cc - 2ac \operatorname{cos}\xi}{aa + cc - 2ac}$ $= \frac{2\pi a}{c}. E l \frac{OE}{OA}$. Ou bien, puisque $\operatorname{cos}\xi = \sin\theta$, cette illumination sera aussi $= \frac{\pi a E}{c} l \frac{aa + cc - 2ac \sin\theta}{aa + cc - 2ac}$. Donc si l'angle θ est fort petit, & la distance c très grande à l'égard de a, il sera assés prés $\frac{aa + cc - 2ac \sin\theta}{aa + cc - 2ac} = 1 + \frac{2ac(1 - \sin\theta)}{aa + cc - 2ac} = 1 + \frac{2a}{c}$, dont le logarithme sera $= \frac{2a}{c}$: & partant toute l'illumination du point O sera $= \frac{2\pi aa}{cc} E = 2\pi E \sin\theta^2$, puisque $\sin\theta = \frac{a}{c}$. Or posant $\frac{a}{c}$ pour $\sin\theta$, cette illumination sera en général $= \frac{\pi a E}{c} l \frac{cc - aa}{(c-a)^2}$ $= \frac{\pi a E}{c} l \frac{c+a}{c-a} = \frac{\pi a E}{c} l \frac{OB}{OA}$.

XIII. Mais dans cette solution nous n'avons consideré l'objet O, qui reçoit l'illumination, que comme un point, ce qui ne peut pas avoir lieu dans aucune illumination réélle, où la surface, qui reçoit l'illumination,

mination, a toujours quelque étendue, quelque petite qu'elle soit. Et partant, il ne suffit pas de considérer la quantité des rayons, qui tombent sur un de ses points, mais il faut aussi avoir égard à l'obliquité, dont les rayons y viennent frapper : parce que plus la surface Oo recevra les rayons obliquement, plus sera aussi petite la quantité des rayons, qui tombent sur la même étendue. Par cette raison on sera obligé de diminuer la force de l'illumination tirée de notre formule en raison du sinus de l'angle d'incidence au sinus total. Par conséquent, si les rayons incidens font avec la surface, qu'ils éclairent un angle $= \omega$, l'illumination ne sera plus selon notre formule $= \frac{E.\,CC}{DD}$, mais elle doit être estimée $= \frac{E.\,CC}{DD} \sin \omega$.

XIV. Cela remarqué, soit Oo la surface, que les rayons du corps lumineux sphèrique AEBF éclairent, & je supposerai, que cette surface Oo soit perpendiculaire à l'axe CO ; de sorte que les rayons, qui y frappent de l'élément annulaire Mm Nn, fassent avec elle un angle $MOo = OMP$. Le sinus de cet angle étant $= \frac{OP}{OM}$ $= \frac{c - a \cos\Phi}{\sqrt{(aa + cc - 2ac\cos\Phi)}}$ à cause de $CP = a\cos\Phi$, l'illumination causée par les rayons de l'élément annulaire Mm Nn ne sera plus $= \frac{E.\,2\pi aa\,d\Phi \sin\Phi}{aa + cc - 2ac\cos\Phi}$, comme nous avons supposé, mais elle deviendra $= \frac{E.\,2\pi aa\,d\Phi \sin\Phi\,(c - a\cos\Phi)}{(aa + cc - 2ac\cos\Phi)^{\frac{3}{2}}}$; où mettant $\cos\Phi = u$, à cause de $du = -d\Phi \sin\Phi$, cette expression se changera en $\frac{-2\pi E aa\,du\,(c - au)}{(aa + cc - 2acu)^{\frac{3}{2}}}$, dont il est clair que l'integrale sera $= \frac{2\pi E aa}{cc} \cdot \frac{a - cu}{\sqrt{(aa + cc - 2acu)}} + \text{Const.}$

XV. Remet-

XV. Remettant pour u sa valeur cos Φ, l'illumination causée par la portion MAN sera :

$$\frac{2\pi Eaa}{cc}\left(\text{Const.} + \frac{V(aa+cc-2ac\cos\Phi)}{a-c\cos\Phi}\right)$$

où il est clair que la valeur de Const. doit être

$= \frac{c-a}{V(cc+aa-2ac)} = 1.$ Maintenant pour avoir toute l'illumination, il faut mettre $\Phi = \xi = OCE$ & puisque alors cos ξ $= \frac{CE}{CO} = \frac{a}{c}$, il sera $a - c\cos\xi = o$, de sorte que l'illumination cherchée sera $= \frac{2\pi Eaa}{cc} = 2\pi E \sin\theta^2$. Cette expression convient avec la précedente, si l'on y pose l'angle θ très petit : or ici nous voyons qu'en général la force d'illumination, dont un corps exposé directement au globe lumineux en est éclairé, est toujours en raison composée de l'éclat du corps lumineux E & du quarré du sinus du demidiametre apparent du corps lumineux.

XVI. Donc si l'éclat d'un corps celeste quelconque, qu'on peut toujours regarder comme sphèrique, est posé $= E$, & qu'on expose à ce corps directement une surface, le demidiametre apparent du corps lumineux étant $= \theta$, la quantité d'illumination, dont cette surface sera illuminée, sera proportionelle à $E \sin\theta^2$. De plus il suit de ce que je viens de dire, que lorsque la surface, qu'on veut éclairer, tient une situation oblique à l'égard du corps celeste, desorte que les rayons y tombent sous un angle quelconque $= \omega$, le degré d'illumination sera comme $E \sin\theta^2 . \sin\omega$. Car puisqu'on peut supposer fort petit le demidiametre apparent θ, tous les rayons, qui tombent sur la surface $O o$, y seront inclinés à peu près du même angle ω.

XVII. Si nous supposons que les étoiles fixes sont doüées d'un éclat égal à celui du Soleil, l'illumination dont une étoile fixe est capable d'éclairer, sera à l'illumination du Soleil comme le quarré du sinus

sinus du demi-diametre apparent de l'étoile fixe, au quarré du sinus du demi-diametre apparent du Soleil, où je suppose que la lumiére est reçue perpendiculairement sur la surface éclairée. Or le demi-diametre apparent du Soleil est dans ses moyennes distances 16', 7'' = 967''; & le diametre apparent des étoiles fixes, même de la premiere grandeur, est si petit, que les Observations les plus délicates ne sont pas suffisantes à le déterminer. Cependant les occultations par la Lune prouvent évidemment, que le diametre apparent de la plus brillante étoile fixe ne sauroit monter à une demi-seconde: de sorte que le demi-diametre apparent doit être estimé au dessous d'un quart de seconde ou de 15 tierces.

XVIII. Donc, puisque les sinus de si petits angles sont en raison des angles mêmes, l'illumination tirée du Soleil sera à l'illumination tirée de l'étoile fixe la plus brillante, dans une raison plus grande que celle du quarré de 967 au quarré de $\frac{1}{4}$; *c. à d.* la lumiére du Soleil surpassera plus de 15000000 de fois la lumiére d'une étoile fixe de la premiere grandeur: ou il faudroit plus que 15000000 d'étoiles fixes de la plus grande sorte pour nous éclairer autant que le Soleil, & même ces étoiles devroient pour cet effet être ramassées dans la même région du ciel, pour que les rayons de chacune d'elles pussent tomber à peu près perpendiculairement sur la même surface, qu'on exposeroit à leur lumiére. De là on comprendra aisement, pourquoi toutes les étoiles fixes, qui se trouvent à la fois sur l'horizon, ne sont pas capables de nous fournir tant de lumiére, qui puisse être mise en comparaison avec celle du Soleil.

XIX. Or si nous comparons la lumiére d'une étoile fixe à celle de la pleine Lune, que Mr. *Bouguer* a trouvé être 300000 fois plus foible que la lumiére du Soleil, on conviendra aisément, que la lumiére trouvée par le calcul précedent est encore trop forte. Car en vertu de ce calcul 50 étoiles de la premiere grandeur nous devroient fournir autant de lumiére que la pleine Lune; or, pour peu qu'on pese le peu de rapport, qu'il y a entre la lumiére de la pleine Lune & cel

celle de toutes les étoiles fixes ensemble, il ne restera plus le moindre doute, que la lumiére de plusieurs mille étoiles fixes de la premiere grandeur ne sauroit égaler la lumiére de la pleine Lune: & de là je tire cette conclusion, que le diametre apparent des étoiles fixes est plusieurs fois plus petit, que je ne l'ai supposé, & qu'il ne monte peut-être pas même à une tierce.

XX. Mais il faut avouër, que ce raisonnement est fondé sur deux hypotheses, qui s'ecartent peut-être beaucoup de la vérité. Par la premiere j'ai supposé, que l'éclat des étoiles fixes, ou leur lumiére propre, est égale à l'éclat du Soleil; or il y a bien de l'apparence qu'il se trouve une aussi grande difference dans l'éclat que dans la grandeur des étoiles fixes: vû qu'il y a des étoiles, dont la lumiére semble presque s'éteindre de tems en tems. En second lieu j'ai supposé, que les rayons des étoiles fixes ne souffrent aucune débilitation en passant par cette immense étendue, qu'on nomme éther. Car quelque petite que soit la perte, que les rayons du Soleil souffrent dans leur chemin, celle que les rayons des étoiles fixes doivent souffrir, doit toujours être fort considerable, à cause de leur distance presque inconcevable. Donc, à moins que les rayons de lumiére ne souffrent absolument aucun affoiblissement dans l'éther, la derniére supposition doit être fort sujette à caution.

XXI. Il sera aussi fort important de découvrir le rapport de l'éclat du Soleil à celui d'une lumiére terrestre. Pour cet effet je ferai usage d'une experience, que Mr. *Bouguer* rapporte, par laquelle il a trouvé, qu'après avoir diminué la lumiére du Soleil dans la raison de 11664 à un, elle lui parût égale à la lumiére d'une bougie éloignée à la distance de 16 pouces. Mais il ne marque pas la grandeur de la flamme de la bougie, dont il s'est servi: je crois cependant ne me tromper pas fort, quand je suppose son diametre d'un demi-pouce, en regardant la flamme même comme un globe: donc le sinus de son demi-diametre apparent à la distance de 16 pouces auroit été $= \frac{1}{64}$ ou

bien de $51' = 3060''$. Par conféquent pofant l'éclat du Soleil = E & celui de la bougie = e, cette expérience fournira $\frac{967^2 . E}{11664}$ = $3060^2 . e$, d'où l'on tire le rapport de $E : e = 116860 : 1$, de forte que l'éclat du Soleil feroit plus de 100000 fois plus fort que l'éclat d'une bougie.

XXII. Mais, puisque le Soleil fe trouvoit alors à la hauteur de 31°, & que fes rayons ont eu à parcourir dans notre atmofphère un chemin confiderable, il faut qu'ils ayent perdu beaucoup de leur force, avant que de parvenir jusqu'à nous ; de forte que fans cet affoiblisfement la lumiére du Soleil auroit été beaucoup plus forte. Mr. *Bouguer* a donné une table pour la diminution de la lumiere des aftres à chaque hauteur, d'où l'on voit que la lumiére du Soleil étant à la hauteur de 31° eft à la lumiére, dont il éclaireroit, fi fes rayons ne perdoient rien de leur force, comme 2 à 3. Ayant donc égard à cette circonftance, on trouvera que le veritable éclat du Soleil eft à celui d'une bougie comme 175000 eft à 1. Et fi les rayons du Soleil avoient perdu quelque chofe en parcourant l'efpace de l'éther jusqu'à nous, outre la diminution ordinaire, qui fuit la raifon des quarrés des diftances, l'éclat du Soleil deviendroit encore plus grand.

XXIII. Il eft vray que la lumiére d'une bougie n'eft pas le feu le plus brillant, qu'on peut produire fur la terre, & qu'un feu de fonte, ou bien les metaux mis en fufion, ont une beaucoup plus grande force d'illuminer. Cependant on conviendra aifément, qu'à quelque force qu'on pût porter un feu terreftre, il s'en faudra toujours beaucoup, qu'il n'approchât de celui, dont le Soleil eft compofé. La matiére donc du Soleil doit être entiérement differente de toute matiere combuftible, qui fe trouve fur la terre, & elle doit être réduite à un tel dégré d'ignition, dont aucune matiere fur la terre n'eft fufceptible. Et on aura raifon de dire, que lorsque le Soleil n'étoit qu'une maffe d'or mife au plus haut dégré de fufion, il ne feroit pas capable de nous procu-

procurer ni la lumiére ni la chaleur, que nous en recevons, & qu'il s'en faudroit même beaucoup.

XXIV. Le Soleil étant donc un tel feu, dont la force ou l'éclat furpaffe plufieurs mille fois toutes les efpeces de feu, qu'on eft capable de produire fur la terre, il faut abfolument, que la matiere, dont ce corps lumineux eft formé, foit d'une nature tout à fait differente des matieres, qui fe trouvent fur la terre. Et en effet, de quelque matiere qu'on voudroit s'imaginer, que le Soleil fut compofé, & à quelque dégré de chaleur, qu'elle eut été portée; ou elle auroit été bientot réduite en cendre, ou le dégré de chaleur y auroit bientot diminué. Donc, puisqu'on ne remarque aucun changement dans la fubftance du Soleil depuis quelques milliers d'années, & que cela même eft un des plus grands fujets de notre admiration, nous en devons être encore plus furpris, après avoir reconnu cette exceffive force de lumiére, qui y eft ramaffée, & qui furpaffe tant de fois les feux les plus brillans, que les hommes font en état d'exciter.

XXV. Voyons maintenant, fi les principes que je viens d'établir ne font pas fuffifans pour déterminer la fplendeur ou l'éclat, dont une planete doit reluire, étant illuminée par les rayons du Soleil. Il s'agit donc de déterminer, quel fera le mouvement de vibration, que les rayons du Soleil, en frappant les moindres parcelles de la furface d'une planete, font capables de leur imprimer. Car je crois avoir fuffifamment prouvé que nous ne voyons pas les corps opaques par des rayons refléchis de leur furface, comme la plupart des Phyficiens l'ont foutenu; mais que les rayons qui éclairent un corps opaque excitent les moindres particules, qui en font frapées, à un certain mouvement de vibration, qui engendre enfuite lui-même des rayons. Tout de même comme on fait, qu'un fon peut produire dans une corde tenduë à l'uniffon, des vibrations, dont elle fonne enfuite ellemême.

XXVI. Cette production de lumiére donc dans un corps opaque dépendra principalement de la nature de fes moindres particules, & de

de leur tension. Car si ces particules ne sont pas propres à recevoir un tel mouvement de vibration, qu'il faut pour produire des rayons de lumiére, ce corps ne reluira jamais, quelque éclairé qu'il soit. C'est à peu près le cas des corps noirs, qui ne nous renvoyent presque point de rayons, quoiqu'ils soient illuminés, & nous demeurent pour ainsi dire invisibles: cependant l'experience nous fait voir, qu'il n'y a point de corps si noirs, qui étant illuminés ne répandent point du tout des rayons, quoique ces rayons soient de beaucoup plus foibles que ceux des corps colorés ou blancs. Donc, si les planetes étoient des corps noirs, il n'y a aucun doute, que nous n'en verrions presque rien, quelque éclairées qu'elles soient du Soleil. Il est donc certain, que les planetes renferment dans leurs surfaces quantité de particules colorées ou blanches, lesquelles étant illuminées par les rayons du Soleil, nous deviennent visibles selon la nature & la couleur des particules, qui constituent leur surface.

XXVII. Une planete sera donc la plus propre à reluire ou à recevoir un éclat, si sa surface est couverte de particules blanchâtres, puisque des corps de cette nature sont les plus sensibles à recevoir l'impression de toute sorte de rayons, tels que sont les rayons du Soleil; au lieu que les particules colorées ne peuvent être ébranlées que par des rayons de la même couleur, quoiqu'il n'y ait point de couleur si pure qui ne reçoive quelque impression des rayons d'une couleur toute différente. Donc, pour rendre le cas le plus favorable pour la lumiére des planetes, je les supposerai couvertes de particules blanches, afin qu'elles puissent recevoir du Soleil le plus grand éclat qu'il est possible. Ensuite il sera aisé de rabattre quelque chose de l'éclat que je trouverai en considération des particules noires & colorées, qui y pourroient être mêlées.

XXVIII. Soit donc O*o* une telle particule blanche de la surface d'une planete, sur laquelle tombe directement le cone lumineux EOF: & je suppose que cette particule soit tellement dégagée & dans une telle tension, qu'elle puisse obeïr parfaitement aux impres-

sions

fions, dont elle eſt frappée par les rayons de ce cone lumineux. Cela poſé, je remarque d'abord que cette particule ne ſauroit être miſe dans un tel mouvement de vibration, qu'elle en devint capable de répandre des rayons de lumiére auſſi forts que ſont ceux qu'elle reçoit. Car, ſi cela arrivoit, vû qu'elle lanceroit toute part des rayons de la force de ceux du cone EOF, l'effet ſeroit beaucoup plus grand que la cauſe, & cela dans la raiſon de ce cone à la capacité d'une ſphère entiére, dont le rayon ſeroit OE. Or ſi la particule Oo lançoit des rayons auſſi forts que ceux dont elle eſt frappée, ſon éclat ſeroit égal à l'éclat du corps AEBF, dont elle eſt illuminée; donc l'éclat de la particule Oo ſera toujours beaucoup plus petit.

XXIX. Mais ſi la particule Oo étoit frappée de toute part par des rayons égaux à ceux du cone EOF, alors il n'y auroit plus de répugnance, qu'elle n'en reçût un mouvement de vibration auſſi fort que celui des particules du corps EAF; & que par conſéquent ſon éclat ne fut égal à l'éclat du corps EAF. Par là on conclura que, n'étant frappée que par le cone EOF, ſon éclat ſera d'autant de fois plus petit que l'éclat du corps lumineux AEBF, que la ſolidité du cone EOF eſt plus petite que la ſolidité d'une ſphère, dont le rayon eſt $= OE$. Or on ſait que ce raport du cone à la ſphère eſt comme le ſinus verſe de la moitié de l'angle EOF au diametre ou au double du ſinus total. Donc, poſant l'angle EOC, ou le demi-diametre apparent du corps lumineux $= \theta$ & ſon éclat $= E$, l'éclat de la particule Oo ſe trouvera $= \frac{1}{2} E \text{ ſin vers. } \theta = \frac{1}{2} E (1 - \text{coſ}\, \theta) = E \text{ ſin } \frac{1}{2} \theta^2$.

XXX. Icy j'ai ſuppoſé que le cone lumineux tombe directement ſur la particule Oo; d'où l'éclat trouvé $E \text{ ſin } \frac{1}{2} \theta^2$ n'aura lieu, qu'aux endroits des planetes, qui ont le Soleil dans leur Zenith. Pour les autres endroits, qui reçoivent obliquement les rayons du Soleil, cette valeur doit encore être diminuée en raiſon du ſinus de cette obliquité. Ainſi l'éclat évanouïra tout à fait dans les lieux de la planete, qui auront le Soleil dans leur horizon. En prenant donc un milieu entre le plus grand éclat & cet évanouiſſant, on pourra regarder la

planete en forte, comme si par toute sa surface étoit repandu un éclat égal $= \frac{1}{2} E \sin \frac{1}{2} \theta^2$. Cette diminution seroit nécessaire, si la surface de la planete étoit comme polie; mais, puisqu'il y a probablement quantité de petites éminences, qui pourroient recevoir les rayons plus directement, l'éclat en tirera quelque augmentation, outre que dans ce cas toute la surface illuminée seroit plus grande que nous n'avons supposé dans le calcul.

XXXI. Mais la considération d'un tel milieu dans les divers dégrés d'éclat, dont les diverses parties d'une planete seront éclairées, ne pourra avoir lieu, que lorsque nous voyons toute la moitié éclairée. Car il est clair, que s'il ne se présente à notre vuë, qu'une petite partie de la moitié éclairée, il faut avoir égard à l'éclat de cette partie même, sans que celui de la partie, qui nous est cachée, y puisse contribuer quelque chose. Cette recherche sera donc absolument nécessaire, lorsqu'il faut déterminer la lumiére de la Lune, quand elle se trouve loin de son opposition au Soleil, ou quand elle ne nous paroit pas pleine: la même chose doit s'observer à l'égard de Venus & de Mercure, dont on ne voit jamais la moitié éclairée toute entiére. Pour Mars, il ne sera pas superflu non plus de considérer ses phases; mais on s'en pourra passer tout à fait, lorsqu'on demande l'éclat de lumiére de Jupiter & de Saturne.

Fig. II. XXXII. Que la planche répresente le plan, où se trouvent les centres du Soleil S, de la terre T, & de la planete dont il s'agit de trouver le dégré de l'éclat, dont elle est visible à la Terre. Que le cercle AEBF répresente la planete en question, dont le corps soit produit par la révolution de ce cercle autour de l'axe AB; & soit le demi-diametre $CA = CB = a$. Supposant maintenant la distance du Soleil CS, aussi bien que celle de la terre CT comme infinie à l'égard de a, il est clair que le diametre EF perpendiculaire à AB déterminera la moitié éclairée EAF; qui sera separée de l'autre moitié obscure par le plan perpendiculaire à celui de la figure, qui le coupe selon la droite EF. Donc le point A recevra du Soleil le plus grand éclat, & si

nous

nous nommons l'éclat du Soleil $= E$, & le demi-diametre apparent du Soleil vû de la planete $= \theta$, nous venons de voir, que l'éclat du point A sera $= E. \sin \frac{1}{2} \theta^2$, suppofant que la planete reçoive des rayons du Soleil autant d'éclat qu'il est possible.

XXXIII. Soit pour abréger cet éclat en A favoir $E \sin \frac{1}{2} \theta^2 = e$ & prenant un point quelconque M de la moitié éclairée, d'où ayant tiré le rayon MC & l'appliquée MP perpendiculaire à l'axe AB, puisque l'angle d'incidence SMA est égal à CMP, l'éclat au point M sera $= e \sin CMP = \frac{e. CP}{a}$: & cet éclat conviendra également à tous les points de la planete, qui se forment par la révolution du point M autour de l'axe AB. Maintenant la terre étant à une distance infinie en T, qu'on tire le diametre GH perpendiculaire à CT; & le plan perpendiculaire à la figure, qui le coupe par GH, féparera la moitié de la planete tournée vers la terre, de celle qui nous est cachée: & partant nous ne verrons que la partie GE de la moitié éclairée, que le plan perpendiculaire à GH en retranche. C'est donc de cette partie, qu'il faut déterminer l'éclat total, ou la somme des éclats de tous ses élémens.

XXXIV. Soit l'angle ECG, ou celui qui lui est égal TCB $= \alpha$, que fait la ligne CT avec la prolongée SC; & qu'on nomme $CQ = z$; d'où l'on aura $CP = z \sin \alpha$ & $PQ = z \cos \alpha$: donc $PM = \sqrt{(aa - zz \sin \alpha^2)}$; & l'éclat dans l'élément Mm sera $= \frac{ez \sin \alpha}{a}$. Qu'on conçoive que l'élément Mm soit tourné autour AC jusqu'à ce qu'il vienne rencontrer le plan GH, & il parcourra en haut & en bas un arc de cercle, dont le rayon sera $= PM$, & le cosinus $= \frac{PQ}{PM} = \frac{z \cos \alpha}{\sqrt{(aa - zz \sin \alpha^2)}}$. Et partant si nous nommons Φ l'angle, dont le cosinus $= \frac{z \cos \alpha}{\sqrt{(aa - zz \sin \alpha^2)}}$, l'arc visible

entier

entier du cercle, qui nait par la révolution des point M sera $= 2\Phi . PM$ $= 2\Phi \cdot \sqrt{(aa - zz \sin\alpha^2)}$. Donc, en y joignant l'élément Mm, l'éclat de la portion élémentaire sera $2\Phi \sqrt{(aa - zz \sin\alpha^2)}$. Mm. $\frac{e z \sin\alpha}{a}$. Or $Mm. PM = a.d. CP = a\,dz \sin\alpha$; & partant cet éclat sera $= 2 e \Phi z\, dz \sin\alpha^2$, dont l'integrale pris en sorte qu'il évanoüisse en faisant $z = o$. & posant ensuite $z = a$, donnera l'éclat total cherché.

XXXV. Soit V l'éclat total que nous cherchons, & il sera $V = 2 e \sin\alpha^2 . \int \Phi z\, dz = e \Phi zz \sin\alpha^2 - e \sin\alpha^2 \int zz\, d\Phi$ dont la partie integrée devenant $= o$ si $z = o$, posant $z = a$ évanouit, puisque l'angle Φ évanouit alors, de sorte que $V =$ $- e \sin\alpha^2 \int zz\, d\Phi$. Or puisque $\cos\Phi = \frac{z \cos\alpha}{\sqrt{(aa - zz \sin\alpha^2)}}$ il sera $d\Phi = \frac{-aadz \cos\alpha}{(aa - zz \sin\alpha^2)\sqrt{(aa - zz)}}$, doù l'on aura

$$V = eaa \sin\alpha^2 \cos\alpha \int \frac{zz\,dz}{(aa - zz \sin\alpha^2)\sqrt{(aa - zz)}}$$

ou posant $z = av$, il sera

$$V = eaa \sin\alpha^2 \cos\alpha \int \frac{vv\,dv}{(1 - vv \sin\alpha^2)\sqrt{(1 - vv)}}$$

où après l'integration on doit mettre $v = 1$, supposé qu'on ait pris l'integrale, en sorte qu'il évanoüisse dans le cas où $v = o$.

XXXVI. Soit $\int \frac{vv\,dv}{(1 - vv \sin\alpha^2)\sqrt{(1 - vv)}} = T$, & il sera

$$T = \int \frac{dv}{\sqrt{(1 \cdot vv)}} (vv + v^4 \sin\alpha^2 + v^6 \sin\alpha^4 + v^8 \sin\alpha^6 + v^{10} \sin\alpha^8 \mp \&)$$

Or

Or mettant le rapport du diametre à la circonference $= 1 : \pi$, on fait qu'il fera dans le cas $v = 1$.

$$\int \frac{dv}{\sqrt{(1-vv)}} = \frac{\pi}{2}.$$

$$\int \frac{vv\,dv}{\sqrt{(1-vv)}} = \frac{1}{2}.\frac{\pi}{2}$$

$$\int \frac{v^4\,dv}{\sqrt{(1-vv)}} = \frac{1.3}{2.4}.\frac{\pi}{2}$$

$$\int \frac{v^6\,dv}{\sqrt{(1-vv)}} = \frac{1.3.5}{2.4.6}.\frac{\pi}{2}$$

&c.

D'où nous tirerons :

$$T = \frac{\pi}{2}\left(\frac{1}{1} + \frac{1.3}{2.4}\sin\alpha^2 + \frac{1.3.5}{2.4.6}\sin\alpha^4 + \frac{1.3.5.7}{2.4.6.8}\sin\alpha^6 + \&c.\right)$$

Or il est aisé de voir, que la somme de cette serie est $=$ $\frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha^2\cos\alpha}$, desorte que $T = \frac{\pi(1-\cos\alpha)}{2\sin\alpha^2\cos\alpha}$ & partant $V = \frac{1}{2}\pi e a a(1-\cos\alpha)$.

XXXVII. Posant donç l'angle BCT que la ligne tirée à la terre fait avec le prolongement de la ligne tirée au Soleil $= \alpha$, l'éclat total qui éclaire la terre sera $= \frac{1}{2}\pi e a a\,(1-\cos\alpha) = \pi e a a \sin\frac{1}{2}\alpha^2$: & mettant pour e sa valeur $E \sin\frac{1}{2}\theta^2$, cet éclat sera $= \pi E a a \sin\frac{1}{2}\theta^2 \sin\frac{1}{2}\alpha^2$. Donc, si le demi-diametre apparent de cette planete vûe de la terre est posé $= \xi$, la lumiére dont cette planete est capable d'éclairer sur la terre, sera $= \pi E \sin\xi^2 . \sin\frac{1}{2}\theta^2 . \sin\frac{1}{2}\alpha^2$. Or si nous posons le demi-diametre apparent du Soleil vû de la terre $= \eta$, nous avons vû, que la lumiére dont le Soleil éclaire sur la terre est $= 2\pi E \sin\eta^2$. d'où l'on peut comparer ensemble la lumiére des planetes, en quelque situation qu'elles se trouvent à l'égard de la terre, avec la lumiére du Soleil.

XXXVIII. Si nous voyons la moitié éclairée d'une planete toute entiére, l'angle α devient alors égal à deux droits, & partant $\sin \frac{1}{2}\alpha^2 = 1$. Donc la lumiére d'une planete, que nous voyons pleine sera $= \pi E \sin \xi^2 . \sin \frac{1}{2}\theta^2$, où θ marque le demi-diametre apparent du Soleil vû de la planete, & ξ le demi-diametre apparent de la même planete vuë de la terre. Donc, si le demi-diametre apparent du Soleil vû de la terre est $= \eta$, & qu'on pose la lumiére que nous fournit le Soleil $= L$, la lumiére, dont la planete nous éclairera, étant pleine sera $= \frac{L . \sin \xi^2 . \sin \frac{1}{2}\theta^2}{2 \sin \eta^2} = \frac{L \xi^2 \theta^2}{8 \eta^2}$, puisque les sinus de ces petits angles sont égaux aux angles mêmes. Or dans toute autre situation de la planete, où l'angle $BCT = \alpha$, la lumiére de la planete sera $= \frac{L \sin \xi^2 . \sin \frac{1}{2}\theta^2 \sin \frac{1}{2}\alpha^2}{2 \sin \eta^2}$.

Fig. III. XXXIX. Concevons donc que le Soleil soit en S, la terre en T & la planete en P, de sorte que α exprime l'angle externe TPp. Maintenant puisque η à θ comme $\frac{1}{TS}$ à $\frac{1}{PS}$, il sera $\frac{\sin \frac{1}{2}\theta^2}{\sin \eta^2} = \frac{TS^2}{4 PS^2}$: & posant le vray demi-diametre de la planete $= a$, il sera $\sin \xi = \frac{a}{PT}$: donc la lumiére dont la planete nous éclaire sera $= \frac{L a a . TS^2}{8 . PT^2 . PS^2} \sin (\frac{1}{2} TPp)^2$ ou bien elle sera $= \frac{L a a . TS^2}{16 PT^2 . PS^2} (1 + \cos SPT)$. Or ayant $\cos SPT = \frac{PS^2 + PT^2 - ST^2}{2 PS . PT}$, cette lumiére sera $= \frac{L a a . TS^2 ((PS + PT)^2 - TS^2)}{32 PT^3 . PS^3}$ Ainsi la lumiere de la même planete diversement située par rapport à la terre sera comme $\frac{(PS + PT)^2 - TS^2}{PT^3 . PS^3}$; puisque $L . TS^2$ est constant.

XL. Ap-

XL. Appliquons ces formules à la Lune, & supposons d'abord qu'elle soit pleine, pour voir, combien notre calcul differera des conclusions, que Mr. *Bouguer* a tirées de ses expériences. Or il est evident que dans ce calcul on pourra mettre $\eta = \theta$, & la lumiere de la Lune sera $= \frac{1}{8} L \sin \xi^2$, où ξ marque le demi-diametre apparent de la Lune, dont la grandeur moyenne est $15', 35''$ de sorte que la lumiére de la Lune sera $= \frac{1}{374000} L$, ou la lumiére de la Lune pleine sera 374000 fois plus petite que celle du Soleil, ce qui s'accorde assés bien avec les expériences de Mr. *Bouguer*, qui lui ont fait voir, que la lumiére de la Lune est environ 300000 fois plus petite, que celle du Soleil.

XLI. On sera surpris, que mon calcul donne la lumiére de la Lune plus petite, que Mr. *Bouguer* ne l'a trouvée par ses expériences, quoique j'aye supposé les particules de la Lune d'une telle nature, qu'elles obeïssent parfaitement aux impressions des rayons; & il n'est pas probable que la matiere de la Lune se trouve à un tel dégré de perfection. Les taches noirâtres que nous observons dans la Lune, nous convainquent plutôt qu'il y a méme de grandes contrées, qui ne rendent que fort foiblement les impressions, qu'elles reçoivent des rayons du Soleil: ce qui devroit rendre la lumiere de la Lune plus foible, que le calcul ne la donne. Mais il faut considerer que la surface de la Lune est couverte de grandes & fort hautes montagnes, qui en augmentant la surface lumineuse, bien au delà que je l'ai supposée, doivent nécessairement produire beaucoup plus de lumiére, que le calcul ne nous donne à connoitre, & c'est sans doute la véritable raison, pourquoi la lumiére de la Lune se trouve plus forte, qu'elle ne devroit être selon le calcul.

XLII. Posant donc pour les pleines Lunes la clarté de la Lune $= \frac{L}{300000}$, dont la valeur ne surpasse pas sensiblement celle qui

vient d'être trouvée par le calcul, où L marque la clarté du Soleil; lorsque la Lune paroit dichotome, ou qu'elle se trouve près de ses quadratures, sa clarté sera réduite à la moitié, & sera par conséquent $= \frac{L}{600000}$. Or en général la clarté de quelque phase de la Lune, que ce soit, sera toujours à la clarté de la pleine Lune, comme la plus grande largeur de la phase au diametre de la Lune: car le sinus verse de l'angle extérieur TPp ou $1 + \cos TPS$ est toujours proportionel à la largeur de la phase, laquelle devient égale au diametre apparent entier dans les pleines Lunes, & au demi-diametre apparent dans les quadratures.

XLIII. Puisque la vérité de ma formule tirée de la Theorie paroit asses confirmée par les expériences de la Lune, de sorte qu'on ne sauroit se flatter d'un plus grand accord de quelque Théorie que ce soit, avec les experiences, je m'en vai déterminer par la même Theorie la clarté des planetes principales, dont elles doivent frapper notre vuë. Soit donc premiérement P la planete de Saturne, dont le diametre est à celui du Soleil comme 79, 3 à 1000. Donc posant a pour le vray demi-diametre de Saturne, si nous le voyons à la distance du Soleil, son demi-diametre apparent feroit $\frac{a}{TS} = 0,0793$. sin $16', 5'' = 76\frac{1}{2}''$, & partant $a = TS$ sin $76\frac{1}{2}'' = 0,0003708$. TS & $aa = \frac{TS^2}{7273100}$. Cette valeur étant substituée donnera la clarté de Saturne vû de la terre,

$$\frac{L}{116369600} \cdot \frac{TS^4}{PT^2 . PS^2} (1 + \cos SPT)$$

XLIV. Ne regardons ici que le mouvement moyen de Saturne, & selon les Tables Astronomiques on aura,

$$l\,TS = 5,000000 \quad \& \quad l\,PS = 5,979234$$
$$\text{ou } TS = 100000 \quad \& \quad PS = 953310$$

Donc

Donc, si Saturne se trouve en opposition du Soleil, où sa clarté doit être la plus grande, il deviendra $PT = 853310$ & $\cos SPT = 1$; donc sa lumiere sera alors

$$\frac{L}{38502000000}$$

d'où il paroit que la lumiere de Saturne est environ 1000000 fois plus foible que la lumiere de la Lune. Or si Saturne paroit éloigné du Soleil de 90°, ou que l'angle T soit droit, la clarté de Saturne sera

$$\frac{L}{59998000000}$$

& par conséquent 1500000 fois plus foible que la lumiere de la pleine Lune. Cependant n'ayant pas eu égard à l'anneau de cette planete, il est clair que la lumiere de l'anneau doit considérablement augmenter celle de Saturne même.

XLV. Concevons maintenant la planete de Jupiter en P, dont le diametre est à celui du Soleil comme 100, 7 à 1000. On aura donc $\frac{a}{TS} = 0,1007 \sin 16', 5'' = 97''$, & partant $a = 0,0004704.\ TS$, & $aa = \frac{TS^2}{4519200}$. Donc la clarté apparente de Jupiter sera $= \frac{L}{72307200} \cdot \frac{TS^4}{PT^2 . PS^2}(1 + \cos SPT)$, & selon les tables $TS = 100000$ & $PS = 519550$. Soit Jupiter en opposition du Soleil, & à cause de $PT = 419550$ & $\cos SPT = 1$, la clarté de Jupiter sera $= \frac{L}{17178000000}$, & partant 46000 fois plus petite que celle de la pleine Lune : or elle surpasse $22\frac{1}{2}$ fois la clarté de Saturne dans ses oppositions. Mais lorsque Jupiter est en quadrature avec le Soleil, sa clarté se trouve $= \frac{L}{25560000000}$,

 &

& partant elle sera à celle dans les oppositions comme 2 à 3. Je néglige ici les corrections, qui pourroient convenir aux figures elliptiques des orbites des planetes ; vû qu'on n'ose pas pretendre à une précision dans ces déterminations.

XLVI. Pour Mars, on aura le rapport de son diametre à celui du Soleil comme 4, 47 à 1000, & partant $\frac{a}{TS} = 0,00447$ sin $16', 5'' = 4\frac{1}{3}''$, donc $a = 0,0000210$. TS & $aa = \frac{TS^2}{2267500000}$ d'où résulte la clarté de Mars $= \frac{L}{3628000000} \cdot \frac{TS^4}{PT^2 \, PS^2}$. $(1 + \text{cos}\, SPT)$. Or les tables donnant TS $= 100000$. & PS $= 151950$, pour les oppositions de Mars on aura PT $= 51950$, & sa clarté apparente se trouvera $= \frac{L}{11305000000}$. Elle sera donc 30328 fois plus petite que la clarté de la pleine Lune, & devroit encore surpasser celle de Jupiter : & si cela n'arrive point, la cause en doit être attribuée à la nature de Mars, qui paroit telle, qu'il n'est pas parfaitement sensible aux impressions de la lumiere. Aussi voyons nous que cette planete ne répand que des rayons rougeatres ; donc puisqu'elle absorbe les autres rayons, il n'est pas surprenant que sa clarté soit plus foible, que le calcul ne montre. Pour les quadratures de Mars avec le Soleil, sa clarté se trouve $= \frac{L}{62542000000}$, où elle est par conséquent presque $5\frac{1}{2}$ fois plus petite que dans les oppositions.

XLVII. Pour les planetes inferieures, il est d'abord à remarquer, que leur plus grande clarté n'arrive, ni dans leur conjonction inferieure, ni dans la superieure ; puisqu'elles nous présentent dans la conjonction inferieure leur moitié obscure, & quoique dans la superieure leur moitié éclairée soit tournée vers nous, leur distance est

si

si grande, qu'à une plus petite distance la clarté peut devenir plus forte, quoique tout le disque apparent ne soit pas illuminé. Donc pour trouver le lieu dans leur orbite, où leur clarté devient la plus grande, on n'aura qu'à rendre la formule $\frac{(PS+PT)^2-TS^2}{PT^3 \cdot PS^3}$ un *maximum*. Supposons que tant la planete que la terre décrive un cercle autour du Soleil, & nommant $ST = g$; $SP = h$, & $TP = y$, la valeur de la formule $\frac{(h+y)^2-gg}{h^3 y^3}$ deviendra la plus grande, si $yy + 4hy + 3hh = 3gg$; ou $y = -2h + \sqrt{(3gg+hh)}$ & alors la plus grande clarté de la planete sera $= \frac{Laagg((h+y)^2-gg)}{32 h^3 y^3}$ $= \frac{Laagg(h+y)}{48 h^3 yy}$.

XLVIII. Pour que cette solution devienne possible il faut 1°. que y soit une quantité affirmative, ce qui arrive lorsque $g > h$, ou $h < g$, ce qui est le cas des planetes inferieures. 2°. il faut qu'il soit $g + h > y$ ou $g + 3h > \sqrt{(3gg + hh)}$, d'où l'on tire $h > \frac{1}{4}g$. Donc la solution n'aura pas lieu à moins que h au PS ne se trouve entre les limites g & $\frac{1}{4}g$ ou entre TS & $\frac{1}{4}$ TS. Car si $h = g$ ou $PS = TS$, il devient $y = 0$, ce qui marque la conjonction inferieure, & si $h > g$, qui est le cas des planetes superieures, la plus grande clarté tombe dans les oppositions. Mais si $h = \frac{1}{4}g$, ou $g = 4h$, il resulte $y = 5h = g + h$, & dans ce cas la plus grande clarté se trouvera dans les conjonctions superieures, & la méme chose doit arriver, si $h < \frac{1}{4}g$. Donc, s'il y avoit une planete inferieure, dont la distance au Soleil fut moindre que le quart de la distance de la terre au Soleil, sa clarté paroitroit la plus grande dans ses conjonctions superieures; en supposant que la lumiere du Soleil n'empéche point l'apparence de la planete.

XLIX Con-

XLIX. Confidérons à préfent la planete de Venus; & puisque fon diametre eft à celui du Soleil, comme 10, 75 à 1000, on aura $\frac{a}{TS} = 0,01075$ fin $16', 5'' = 10\frac{1}{3}''$: donc $a = TS$ fin $10\frac{1}{3}''$ $= 0,0000501$ TS. Or pofant $TS = g = 100000$, les tables donnent $PS = h = 72327$; d'où nous trouvons pour la plus grande clarté $TP = y = 43046$, & la plus grande clarté étant $= \frac{L}{19123500000} \cdot \frac{g^4(h+y)}{h^3\, yy}$ deviendra $= \frac{L}{1162200000}$. Elle fera donc 3107 fois plus petite que la lumiére de la pleine Lune; ou presque 1·5 fois plus brillante que celle de Jupiter dans fes oppofitions. Mais, fi Venus fe trouve près fes plus grandes élongations du Soleil où l'angle SPT devient droit, fa clarté apparente fera $\frac{L}{6374500000} \cdot \frac{g^4}{hh.\,PT^2}$ & $PT^2 = gg - hh$; donc la clarté apparente fera dans ce cas $= \frac{L}{1590200000}$, & partant 4250 fois plus petite que celle de la pleine Lune, & presque d'un quart plus petite que dans le cas de la plus grande clarté.

L. Mais voyons auffi en quel endroit de fon orbite Venus doit fe trouver, afin qu'elle nous paroiffe dans fon plus grand luftre; or ayant pour cet effet fin $\frac{1}{2}$ STP $= \sqrt{\frac{(h+g-y)(h-g+y)}{4gy}}$ on trouvera l'angle STP $= 39°, 43'$, où Venus paroitra alors éloignée du Soleil de l'angle $39°, 43'$, & l'angle au Soleil deviendra TSP $= 22°, 21'$, d'où l'angle SPT fera $= 117°, 56'$. Donc, quand Venus nous paroit la plus brillante, elle nous eft plus proche, que lorsqu'elle eft dans fes plus grandes élongations du Soleil; & alors la partie éclairée, que nous voyons, fera plus petite que la moitié. Car la largeur de la partie illuminée fera au diametre apparent de Venus, comme le

finus

finus verfe de 62°, 4′ au double du finus total, ou comme fin(31°, 2′)² à 1, c'eft à dire comme 266 à 1000 ou comme 1 à 4 à peu prés. Or le diametre apparent entier de Venus fera alors 48″.

LI. Pour Mercure on fe fervira de la même methode. Son diametre étant à celui du Soleil comme 4, 25 à 1000, on aura $\frac{a}{TS}$ $= 0,00425$ fin 16′, 5″ $= 4,825''$, donc $a = 0,00002446. TS$. Or il eft $TS = 100000$, $PS = 38336$ d'où $y = 100728$, & partant fa plus grande clarté $\frac{L}{80229000000} \cdot \frac{g^4 (h+y)}{h^3\, yy} = \frac{L}{3297900000}$, qui eft par conféquent environ 8818 fois plus petite que celle de la pleine Lune, & 5 fois plus brillante que Jupiter dans fes oppofitions; or cette clarté fera à celle de Venus, lorsqu'elle eft la plus grande, comme 1 à 3 à peu prés. Mais puisque Mercure n'eft alors éloigné du Soleil que de 22°, 2′; & qu'il n'eft pas vifible par conféquent que prés de l'horizon dans le crepufcule, il n'eft pas furprenant, que la clarté vifible de Mercure réponde fi peu au calcul. Alors l'angle SPT fe trouve $= 78°, 7'$ & l'angle PST $= 79°, 51'$. Cette pofition tombe à peu prés dans la plus grande élongation de Mercure au Soleil, & partant je ne chercherai point fa clarté dans fes plus grandes élongations.

LII. Ayant ainfi déterminé la lumiére apparente des planetes principales & de la Lune, je dirai encore un mot fur les fatellites de Jupiter & de Saturne. Si l'on favoit le rapport des diametres de ces fatellites au diametre du Soleil, ou à celui de leur principale, il feroit aifé d'en déduire la clarté, qui feroit à celle de la planete principale en raifon quarrée de leurs diametres. Ainfi, fi le diametre d'un fatellite étoit la dixiéme partie de celui de fa principale, fa lumiére feroit 100 fois plus foible. Donc, puisque la clarté de Jupiter dans fes oppo-

 fitions

ſitions eſt $= \frac{L}{17178000000}$, ſi nous ſuppoſons, que le diametre d'un de ſes ſatellites étoit à celui de Jupiter comme 1 à 10, ou que ce ſatellite fut à peu près égal à la terre, ſa lumiére ſeroit $= \frac{L}{1717800000000}$ ou 100 fois plus foible que la lumiére de Jupiter, & partant environ 4 fois plus foible que la lumiére de Saturne.

LIII. Or une étoile dont la lumiére ne ſeroit que 4 fois plus foible que celle de Saturne, devroit encore être viſible à la vuë ſimple. Donc, puisque les ſatellites ne ſont viſibles qu'à l'aide des Lunettes, il s'enſuit, ou que les ſatellites de Jupiter ſont beaucoup plus petits que la Terre; ou que leur matière ne ſoit pas propre à devenir lumineuſe. Cette dernière raiſon paroit ſurtout fort probable, puisqu'on remarque que les ſatellites tant de Jupiter que de Saturne ſont remplis de taches obſcures, qui ſont la cauſe que nous ne voyons qu'une partie de leur corps. Peut être auſſi que la lumiére ſi proche de Jupiter même nous dérobe les ſatellites, ou qu'elle en empêche l'apparition. Or pour les ſatellites de Saturne, en les ſuppoſant auſſi égaux à la Terre, leur lumiére ſeroit $22\frac{1}{2}$ plus foible que celle des ſatellites de Jupiter; ce qui eſt ſans doute la raiſon, pourquoi il n'eſt pas poſſible de voir ces ſatellites que par le moyen de fort excellentes Lunettes.

LIV. Ces conſidérations nous peuvent conduire à eſtimer en quelque manière le diametre apparent des étoiles fixes en comparant leur lumiére à celle des planetes. Car ſoit ω le diametre apparent d'une étoile fixe, & ſa clarté apparente $= \frac{L}{n}$; ſi nous ſuppoſons que ſon éclat eſt égal à celui du Soleil, & que les rayons ne perdent rien de leur force en paſſant par l'éther, la lumiére apparente de cette étoile fixe doit être à la lumiére du Soleil L, comme le quarré de ſon

dia-

diametre apparent ω au quarré du diametre apparent du Soleil. On aura donc $\frac{L}{n} : L = \omega\omega : (32', 10'')^2$, donc $\omega = \frac{32', 10''}{\sqrt{n}} = \frac{1930''}{\sqrt{n}}$. Donc, si la clarté d'une étoile fixe étoit égale à la plus grande clarté de Jupiter, à cause de $n = 17178000000$ & $\sqrt{n} = 131000$, son diametre apparent seroit $= \frac{193''}{13100}$, ou d'une tierce à peu près; & si la clarté d'une étoile fixe étoit égale à la plus grande clarté de Saturne, à cause de $n = 385020000000$ & $\sqrt{n} = 620500$, son diametre apparent seroit $= \frac{193''}{62050} = 11^{IV}$.

LV. Dans cette hypothese si nous savions la grandeur d'une étoile fixe, nous en pourrions conclure sa vraie distance du Soleil. Posons qu'une étoile fixe soit égale au Soleil en grandeur aussi bien qu'en éclat, & que sa lumiére apparente soit égale à celle de Jupiter dans ses oppositions, alors sa distance sera à celle du Soleil à la Terre comme $\sqrt{n}$ à 1, *c. à. d.* comme 131000 à 1: donc sa parallaxe à à l'égard de l'orbite de la Terre seroit $= \frac{1}{65500} = 3''$. Or si la lumiére de cette étoile n'étoit égale qu'à la clarté de Saturne, alors sa distance au Soleil seroit à la distance de la Terre au Soleil comme 620500 à 1, & sa parallaxe annuelle ne vaudroit que $\frac{3}{5}$ secondes ou 36 tierces. Comme on n'a pu jusqu'ici découvrir aucune parallaxe dans les étoiles fixes, c'est une marque qu'elle doit être extrémement petite; ce qui sert à confirmer mon hypothese, que les rayons de lumiére ne perdent rien dans leur passage par l'éther.

LVI. Pour exposer plus distinctement aux yeux les dégrés de clarté, sous lesquels les planetes nous doivent paroitre suivant ma

Théorie, je poserai la lumiére du Soleil, que j'ai marqué jusqu'ici par L, égale à un Billion : & on aura

I.	La lumiére du Soleil =	1000000000000
II.	La lumiére de la pleine Lune =	2675000
III.	La plus grande lumiére de ☿ =	303
IV.	La plus grande lumiére de ♀ =	860
V.	La plus grande lumiére de ♂ =	88
VI.	La plus grande lumiére de ♃ =	58
VII.	La plus grande lumiére de ♄ =	3

Pour les étoiles fixes de la premiére grandeur, il est seur que leur lumiére est moindre que celle de Jupiter dans ses oppositions ; donc on ne se trompera peut-être guéres en supposant la lumiére des étoiles de la premiére grandeur = 40, de la seconde grandeur = 10, de la troisiéme = $4\frac{1}{2}$, de la quatriéme = $2\frac{1}{2}$, de la cinquiéme = $1\frac{3}{5}$, de la sixiéme = $1\frac{1}{5}$ &c., quoique les Astronomes ne soient pas d'accord, à quel dégré il faut ranger chaque étoile fixe.

LVII. Les expériences de Mr. *Bouguer* nous fournissent aussi le moyen de comparer la lumiére des étoiles avec celle d'une bougie, telle que Mr. *Bouguer* a emploiée dans ses expériences. Or ayant vu que la lumiére du Soleil étoit à celle d'une bougie éloignée de 16 pouces, comme 11664 à 1 ; le Soleil étant à la hauteur de 30 dégré ; il s'ensuit, que posant la lumiére du Soleil = 1000000000000, celle d'une bougie placée à la distance de 16 pouces sera = 85734000. Donc, puisque la clarté d'une bougie décroit en raison doublée des distances;

La

La clarté d'une Bougie	
à la distance d'un pied sera	152416000
à la distance de 2 pieds	38104000
à la distance de 3 pieds	16935111
à la distance de 4 pieds	9526000
à la distance de 5 pieds	6096640
à la distance de 10 pieds	1524160
à la distance de 20 pieds	381040
à la distance de 30 pieds	169351
à la distance de 40 pieds	95260
à la distance de 50 pieds	60966
à la distance de 100 pieds	15242
à la distance de 200 pieds	3810
à la distance de 300 pieds	1694
à la distance de 400 pieds	952
à la distance de 500 pieds	609
à la distance de 1000 pieds	152
à la distance de 2000 pieds	38
à la distance de 3000 pieds	17
à la distance de 4000 pieds	9
à la distance de 5000 pieds	6
à la distance de 6000 pieds	4
à la distance de 7000 pieds	3
à la distance de 10000 pieds	$1\frac{1}{2}$

LVIII. De là nous pourrons tirer les conséquences suivantes:

1°. Pour produire une lumiére aussi brillante que celle du Soleil, il faudroit placer à la distance d'un pied 6560 bougies, &

 quatre

quatre fois autant à la distance de deux pieds; d'où l'on voit l'impossibilité d'éclairer par des bougies autant que par le Soleil. Car si l'on allumoit dans une sale 10000 bougies, à la distance de 10 pieds, la lumiére ne feroit que 1524160000, & partant encore 65 fois plus foible que celle du Soleil.

2°. Pour produire une lumiére égale à celle de la pleine Lune, par une seule bougie, on n'a qu'à la placer à une distance de $7\frac{1}{2}$ pieds: & quatre bougies éloignées de 15 pieds produiront le même effet.

3°. Une bougie éclairera autant, que Venus, lorsqu'elle paroit la plus brillante, si elle est placée à une distance de 421 pieds, ou une bougie éloignée de 421 pieds nous paroitra de nuit aussi brillante que Venus.

4°. Et une bougie allumée à la distance de 1620 pieds nous paroitra avoir autant de lumiére que Jupiter, lorsqu'il est en opposition avec le Soleil.

5°. Ces réfléxions pourront être employées à juger, s'il est possible de voir une étoile en plein jour: car on n'a qu'à chercher la distance d'une bougie, où elle doit paroitre aussi brillante que l'étoile proposée; & on essayera si l'on s'appercevra en plein jour de la bougie allumée à la distance trouvée. Ainsi si l'on peut découvrir en plein jour une bougie à la distance de 421 pieds, ce sera une marque qu'on pourra aussi voir Venus en plein jour, lorsque sa lumiére est la plus grande.



RECHER-

RECHERCHES SUR L'EFFET D'UNE MACHINE HYDRAULIQUE PROPOSÉE PAR MR. SEGNER PROFESSEUR À GÖTTINGUE;

PAR M. EULER.

Cette Machine est composée d'un vaisseau cylindrique, dont l'axe tient une situation verticale, autour duquel le vaisseau peut librement tourner. Ce vaisseau n'est pas exprimé dans la figure, qui n'en représente qu'une section horizontale A B C D E F faite prés de sa base inferieure. Dans cet endroit le vaisseau est percé de plusieurs trous A, B, C, D, E, F pour y recevoir des tuyaux horizontaux A a, B b, C c, D d, &c. qui communiquent avec le grand vaisseau. Ces tuyaux sont fermés à l'autre bout, mais ils ont tous une ouverture à coté marquée par les lettres $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, &c. La Machine étant construite de cette façon, si l'on remplit d'eau le grand vaisseau, elle en sortira par les ouvertures $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, &c. des tuyaux horizontaux; & chacun d'eux sera repoussé par la force de reaction de l'eau. Donc, puisque la machine est mobile autour de son axe, & que ces forces de reaction la poussent en même sens, elle commencera d'abord à tourner autour de son axe dans le sens *a b c d e f*. Et si l'on verse dans le vaisseau continuellement autant d'eau, qu'il faut pour l'entretenir toujours plein, le mouvement de rotation de la machine continuera non seulement, mais il deviendra aussi de plus en plus rapide, jusqu'à ce qu'il aura atteint un certain dégré de vitesse, qu'il conservera ensuite sans aucune variation.

Fig. I.

Puisque les forces de l'eau peuvent devenir considérables, on voit aussi, que cette machine pourra être employée à vaincre des obstacles,

ftacles, ou à élever des poids; & peut-être sera-t-on en état de tirer par ce moyen un plus grand effet de la dépense d'eau, qui est requise pour l'entretien de cette machine, que si on la vouloit employer d'une autre façon.

Après avoir donné une description en gros de cette machine, pour rendre mes recherches plus générales, je m'en vai exposer l'état des pieces, auxquelles il faut avoir égard, en leur supposant une telle figure, qui convient à la généralité que j'ai en vuë.

I. Quant aux tuyaux horizontaux, qui sont attachés au grand vaisseau, que Mr. *Segner* suppose droits, je leur donnerai une figure courbe quelconque, en sorte pourtant, qu'ils ne s'écartent point du plan horizontal, auquel on les conçoit arrangés.

II. Pour la largeur de ces tuyaux, je la supposerai variable d'une manière quelconque; de sorte que la quantité, qui exprime la largeur dans un endroit quelconque, soit une fonction variable qui dépend de cet endroit.

III. Au lieu que Mr. *Segner* suppose ces tuyaux percés à coté pour donner l'issue à l'eau, je les supposerai courbés à leur bout; afin que la continuité ne soit point interrompue, & que je puisse renfermer dans le calcul non seulement le mouvement de l'eau dans les tuyaux mais aussi sa sortie à leur bout.

IV. Cependant, quoique je donne à ces tuyaux une largeur variable, je la supposerai pourtant par tout assés petite, pour que la direction du mouvement de l'eau soit partout parallele à la direction du tuyau; ou bien que l'eau, qui se trouve à chaque section du tuyau, se meuve avec une vitesse égale.

V. Le grand vaisseau sera, comme Mr. *Segner* le suppose, librement mobile autour de son axe, qui est vertical, de sorte que lorsque la machine tourne autour de cet axe, les tuyaux se meuvent tous dans un plan horizontal.

VI. Enfin pour connoitre l'effet d'une telle machine, je lui concevrai attaché un poids, qu'elle doit élever par son mouvement de rotation.

Comme

Comme il s'agit maintenant de déterminer l'effet, qu'une telle machine est capable de produire, il faut remarquer que cet effet résulte des efforts, que l'eau en passant par les tuyaux y exerce. Car premiérement il est connu que l'eau en sortant d'un vaisseau le repousse avec une force, qu'on nomme la reaction: Et ensuite, si les tuyaux sont courbes, entant que l'eau est obligée de changer de direction, il en nait une force centrifuge, dont les tuyaux éprouvent la pression. On comprendra aussi aisément que ces forces doivent être bien differentes, lorsque la machine aura déjà acquis un mouvement de rotation, & lorsqu'elle est en repos: il conviendra donc de commencer mes recherches par celle des efforts, que l'eau en passant par les tuyaux d'un mouvement quelconque y exerce, pendant que ces tuyaux mêmes tournent autour de l'axe de la machine aussi avec un mouvement quelconque. Pour cet effet, comme le mouvement tant des tuyaux que de l'eau est supposé connu, il faudra chercher les forces requises, pour entretenir ce mouvement supposé dans l'eau, ce qui sera le sujet de mon premier probleme.

PROBLEME I.

Le mouvement tant de la machine même que de l'eau qui coule par les tuyaux étant connu, déterminer les forces qui sont requises pour maintenir l'eau dans ce mouvement.

SOLUTION.

Que le plan de la planche répresente la section horizontale du vaisseau à l'endroit où il porte les tuyaux horizontaux; soit O l'axe ou le centre de la base du vaisseau, dont le rayon OA soit nommé $= a$. Que la droite AME ensuite répresente un des tuyaux horizontaux, dont la largeur en A soit $= ff$, où il communique avec le vaisseau. De plus, ayant tiré d'un endroit quelconque M du tuyau au centre O la droite OM, soit $AX = x$ & $OM = y$: & la figure du tuyau sera exprimée par une équation entre x & y. Soit outre cela la

Fig. II.

la largeur du tuyau en M $= zz$, qui pourra être regardée comme une fonction de x ou y. Pour le mouvement de rotation de la machine, soit la vitesse dont le point A tourne à present dans le sens CA autour du centre O $= \sqrt{u}$, & supposant que le point A ait été au commencement en C, qu'il soit parvenu en A après un tems $= t$, je regarderai la quantité u comme une fonction du tems t, pour donner à ce mouvement toute la variabilité possible. Ensuite soit $\sqrt{v}$ la vitesse dont l'eau entre à present par l'ouverture ff en A dans le tuyau AME, de sorte que $\sqrt{v}$ marque, non la vitesse veritable de l'eau, mais sa vitesse rélative à l'égard du tuyau : & soit v également une fonction quelconque du tems écoulé t. Dans ce même instant la vitesse d'une goutte d'eau qui se trouve en M sera $= \frac{ff\sqrt{v}}{zz}$, à cause de la largeur du tuyau en M $= zz$, celle en A étant $= ff$. Ainsi $\frac{ff\sqrt{v}}{zz}$ exprimera aussi la vitesse rélative de l'eau dans le tuyau en M, & partant sa direction sera celle du tuyau même savoir Mm. Or à cause du mouvement de rotation, le point du tuyau M sera emporté suivant la direction MM′ perpendiculaire à OM, avec une vitesse $= \frac{y\sqrt{u}}{a}$. Donc le vrai mouvement d'une goutte d'eau en M sera composé de ces deux mouvemens, dont l'un se fait avec la vitesse $\frac{ff\sqrt{v}}{zz}$ suivant la direction Mm & l'autre avec la vitesse $\frac{y\sqrt{u}}{a}$ suivant la direction MM′. Décomposons ce mouvement suivant deux directions fixes, dont l'une soit la droite OCD, & l'autre y soit perpendiculaire ; qu'on tire pour cet effet la droite MP perpendiculaire à OD, & qu'on nomme OP $= X$ & PM $= Y$. Les vitesses de l'eau en M selon les directions OP & PM seront donc $\frac{dX}{dt}$ & $\frac{dY}{dt}$: d'où il s'ensuit que posant l'élément du tems dt constant, il faut que l'eau

l'eau en M soit sollicitée par deux forces acceleratrices, l'une suivant la direction OP, qui sera $= \frac{2\,d\,dX}{d\,t^2}$ & l'autre suivant la direction PM, qui sera $= \frac{2\,d\,dY}{d\,t^2}$. Reduisons maintenant ces deux forces à deux autres directions OM & MM', qui ne dépendent plus de la position de la droite OP, & la force selon OP $= \frac{2\,d\,dX}{dt^2}$ donne pour la direction OM ou Mμ la force $\frac{2\,X\,d\,dX}{y\,dt^2}$ & pour la direction MM' la force $-\frac{2\,Y\,d\,dX}{y\,dt^2}$. De même la force selon PM $= \frac{2\,d\,dY}{dt^2}$ donne pour la direction Mμ la force $\frac{2\,Y\,d\,dY}{ydt^2}$ & pour MM' la force $= \frac{2\,X\,d\,dY}{ydt^2}$; de sorte que nous aurons deux forces

l'une selon $M\mu = \frac{2\,XddX + 2\,YddY}{y\,dt^2}$

l'autre selon $MM' = \frac{2\,XddY - 2\,YddX}{ydt^2}$

Soit l'angle DOM $= \Phi$, & ayant $X = y \operatorname{cof} \Phi$ & $Y = y \operatorname{fin} \Phi$ nous aurons $dX = dy \operatorname{cof}\Phi - y\,d\Phi \operatorname{fin}\Phi$ & $dY = dy \operatorname{fin}\Phi + y\,d\Phi \operatorname{cof}\Phi$ & encore

$$ddX = ddy \operatorname{cof}\Phi - 2\,dy\,d\Phi \operatorname{fin}\Phi - y\,d\Phi^2 \operatorname{cof}\Phi - y\,dd\Phi \operatorname{fin}\Phi$$
$$ddY = ddy \operatorname{fin}\Phi + 2\,dy\,d\Phi \operatorname{cof}\Phi - y\,d\Phi^2 \operatorname{fin}\Phi + y\,dd\Phi \operatorname{cof}\Phi$$

& partant nos deux forces acceleratrices seront

la force selon $M\mu = \frac{2}{d\,t^2}(ddy - y\,d\Phi^2)$

la force selon $MM' = \frac{2}{d\,t^2}(2\,dy\,d\Phi + y\,dd\Phi)$.

Il faut donc à present chercher les valeurs des differentiels $d\Phi$ & $dd\Phi$, par les mouvements supposés. Soit pour cet effet l'angle $COA = \omega$, & puisque dans l'élément du tems dt le point A est transporté en A' desorte que $AA' = dt\sqrt{u}$, nous en tirons $d\omega = \frac{dt\sqrt{u}}{a}$. Ensuite ayant $AX = x$, l'angle AOX sera $= \frac{x}{a}$; & partant à cause de $\Phi = \omega - \frac{x}{a}$, nous aurons $d\Phi = \frac{dt\sqrt{u}}{a} - \frac{dx}{a}$ & $\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\sqrt{u}}{a} - \frac{dx}{a\,dt}$. Or à cause du mouvement de l'eau dans le tuyau avec la vitesse $= \frac{ff\sqrt{v}}{zz}$ selon la direction Mm, elle parcourra dans le tems dt l'espace $Mm = \frac{ff\,dt\sqrt{v}}{zz}$. Donc, posant pour abréger $Mm = \sqrt{\left(dy^2 + \frac{yy\,dx^2}{aa}\right)} = ds$, & l'angle AMX ou $Mmk = \theta$, nous aurons $dy = ds\cos\theta$ & $\frac{y\,dx}{a} = ds\sin\theta$ ou $dx = \frac{a\,ds\sin\theta}{y}$.

Partant puisque $ds = \frac{ff\,dt\sqrt{v}}{zz}$, nous aurons

$$\frac{dy}{dt} = \frac{ff\cos\theta.\sqrt{v}}{zz} \;\&\; \frac{dx}{dt} = \frac{aff\sin\theta}{yzz}\sqrt{v};\ \text{donc}\ \frac{d\Phi}{dt} = \frac{\sqrt{u}}{a} - \frac{ff\sin\theta.\sqrt{v}}{yzz}$$

Passons aux seconds differentiels, & nous trouverons

$$\frac{ddy}{dt^2} = \frac{-ff\,d\theta\sin\theta\sqrt{v}}{zz\,dt} + \frac{ff\,dv\cos\theta}{2zz\,dt\sqrt{v}} - \frac{2ff\,dz\cos\theta.\sqrt{v}}{z^3\,dt}$$

$$\frac{dd\Phi}{dt^2} = \frac{du}{2a\,dt\sqrt{u}} - \frac{ff\,d\theta\cos\theta\sqrt{v}}{yzz\,dt} - \frac{ff\,dv\sin\theta}{2yzz\,dt\sqrt{v}} + \frac{ff\,dy\sin\theta\sqrt{v}}{yyzz\,dt} + \frac{2ff\,dz\sin\theta\sqrt{v}}{yz\,dt}$$

De

De là nos forces acceleratrices feront

I. Selon $M\mu$

$$-\frac{2yu}{aa}+\frac{4ff\sin\theta\sqrt{uv}}{azz}-\frac{2fv^4\sin\theta^2}{yz^4}-\frac{2ffd\theta\sin\theta\sqrt{v}}{zzdt}$$

$$+\frac{ffdv\cos\theta}{zzdt\sqrt{v}}-\frac{4ffdz\cos\theta.\sqrt{v}}{z\ dt}$$

II. Selon MM'

$$\frac{4ff\cos\theta\sqrt{uv}}{azz}-\frac{4f^4v\sin\theta\cos\theta}{yz^4}+\frac{ydu}{adt\sqrt{u}}-\frac{2ffd\theta\cos\theta.\sqrt{v}}{zzdt}$$

$$-\frac{ffdv\sin\theta}{zzdt\sqrt{v}}+\frac{2ffdy\sin\theta\sqrt{v}}{yzzdt}+\frac{4ffdz\sin\theta\sqrt{v}}{z^3\ dt}$$

Or il convient de réduire ces forces encore à d'autres directions, qui se rapportent à celle du tuyau, dont l'une soit suivant la direction du tuyau Mm & l'autre y soit perpendiculaire suivant MR : & on aura

la force selon Mm = force $M\mu.\cos\theta$ − force $MM'.\sin\theta$

la force selon MR = force $M\mu.\sin\theta$ − force $MM'.\cos\theta$

ainsi il en résultera.

I. La force selon Mm

$$-\frac{2yu\cos\theta}{aa}+\frac{2f^4v\sin\theta^2\cos\theta}{yz^4}-\frac{ydu\sin\theta}{adt\sqrt{u}}+\frac{ffdv}{zzdt\sqrt{v}}-\frac{2ffdy\sin\theta^2\sqrt{v}}{yzzdt}$$

$$-\frac{4ffdz\sqrt{v}}{z^3\ dt}$$

II. La force selon MR

$$\frac{2yu\sin\theta}{aa}-\frac{4ff\sqrt{uv}}{azz}+\frac{2f^4v\sin\theta(\sin\theta^2+2\cos\theta^2)}{yz^4}+\frac{2ffd\theta\sqrt{v}}{zzdt}$$

$$-\frac{ydu\cos\theta}{adt\sqrt{u}}-\frac{2ffdy\sin\theta\cos\theta.\sqrt{v}}{yzzdt}$$

Ici

Ici il faut remarquer que nous avons deux especes de quantités, dont l'une comprend des fonctions du tems t, & l'autre les quantités qui dependent de la variabilité du point M. De la premiere espece sont les vitesses $\sqrt{u}$ & $\sqrt{v}$, & partant $\frac{du}{dt}$ & $\frac{dv}{dt}$ seront des quantités finies & fonctions du tems t: l'autre espece comprend les autres quantités x, y, z, θ, & ds qui se rapportent ensemble. Par conséquent, pour que les fractions $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$ & $\frac{d\theta}{dt}$ ayent des valeurs déterminées, il faut mettre au lieu de dt sa valeur $\frac{zzds}{ff\sqrt{v}}$: d'où nous aurons à cause de $dy = ds \cos\theta$;

$$\frac{dy}{dt} = \frac{ff\cos\theta.\sqrt{v}}{zz};\quad \frac{dz}{dt} = \frac{ffdz\sqrt{v}}{zzds};\quad \frac{d\theta}{dt} = \frac{ffd\theta\sqrt{v}}{zzds}$$

Faisant donc ces substitutions, & séparant en chaque terme les fonctions du tems t de celles qui dépendent du tuyau, nos forces acceleratrices seront.

I. La force selon Mm

$$-\frac{2u}{aa}.y\cos\theta - \frac{du}{adt\sqrt{u}}.y\sin\theta + \frac{dv}{dt\sqrt{v}}.\frac{ff}{zz} - 4v.\frac{f^4dz}{z^5ds}$$

II. La force selon MR

$$\frac{2u}{aa}.y\sin\theta - \frac{4\sqrt{uv}}{a}.\frac{ff}{zz} + 2v.\frac{f^4\sin\theta}{yz^4} - \frac{du}{adt\sqrt{u}}.y\cos\theta + 2v.\frac{f^4d\theta}{z^4ds}$$

Or nommant le rayon de courbure du tuyau en M savoir MR $= r$, on aura $r = \frac{ydy}{dy\sin\theta + yd\theta\cos\theta}$, & partant $\frac{1}{r} = \frac{\sin\theta}{y} + \frac{d\theta\cos\theta}{dy}$ $= \frac{\sin\theta}{y} + \frac{d\theta}{ds}$: d'où l'expression pour la force acceleratrice selon

MR

MR deviendra plus simple savoir

$$\frac{2u}{aa}.\ y\sin\theta - \frac{4\sqrt{uv}}{a}.\ \frac{ff}{zz} + 2v.\ \frac{f^4}{rz^4} - \frac{du}{adt\sqrt{u}}.\ y\cos\theta$$

C. Q. F. T.

COROLL. I.

Donc, pour que l'eau poursuive le mouvement, que nous venons de supposer, il faut qu'un élément d'eau quelconque, qui se trouve en M, soit sollicité par deux forces acceleratrices, dont l'une agisse selon la direction du tuyau M*m* qui est $= \frac{dv}{dt\sqrt{v}}.\ \frac{ff}{zz} - \frac{du}{adt\sqrt{u}}.\ y\sin\theta - \frac{2u}{aa}.\ y\cos\theta - 4v.\ \frac{f^4 dz}{z^5 ds}$ & l'autre selon la direction du rayon de courbure MR, qui est $= 2v.\ \frac{f^4}{rz^4} - \frac{du}{adt\sqrt{u}}.\ y\cos\theta + \frac{2u}{aa}.\ y\sin\theta - \frac{4\sqrt{uv}}{a}.\ \frac{ff}{zz}$.

COROLL. II

C'est donc l'inertie de l'eau qui exige ces deux forces pour la conservation du mouvement supposé; & on pourra nommer la force qui agit selon M*m* la force tangentielle, & l'autre force qui agit selon MR la force normale.

COROLL. III

Puisque les vitesses $\sqrt{u}$ & $\sqrt{v}$ sont des fonctions du tems, on aura à chaque tems proposé aussi les valeurs des fractions $\frac{dv}{dt\sqrt{v}}$ & $\frac{du}{adt\sqrt{u}}$; & puisque la figure du tuyau est supposée connue, on pourra pour chaque tems déterminer les forces, dont chaque élément d'eau dans le tuyau sera sollicité.

CO-

COROLL. IV.

Pour la force tangentielle elle doit être produite par les forces qui agissent actuellement sur l'eau dans le tuyau. Or puisque le tuyau est supposé horizontal, la gravité de l'eau n'y contribue rien : il ne reste donc que l'état de compression de l'eau dans le tuyau, dont elle puisse recevoir des impressions suivant la direction du tuyau. C'est donc de là qu'on pourra déterminer l'état de compression de l'eau à chaque endroit du tuyau.

COROLL. V.

La force normale selon MR est requise pour conserver l'eau dans le tuyau; ce seront donc les parois du tuyau qui exercent cette force sur l'eau. D'où il s'ensuit que l'eau presse le tuyau avec la même force selon la direction opposée MS : Donc le tuyau sera pressé en M selon la direction MS avec une force acceleratrice $= 2v.\frac{f^4}{rz^4}$

$$- \frac{du}{adt\sqrt{u}}. y \cos\theta + \frac{2u}{aa}. y \sin\theta - \frac{4\sqrt{uv}}{a}. \frac{ff}{zz}.$$

PROBLEME II.

Le mouvement de rotation, tant du tuyau que celui de l'eau par le tuyau, étant connu, déterminer l'état de compression, où l'eau se trouve dans le tuyau à tout tems & à chaque endroit du tuyau.

SOLUTION.

Fig. III. Quoique l'eau ne se laisse pas réduire en un plus petit espace par quelque force que ce soit, elle soutient pourtant les forces, qui tendent à la comprimer : ainsi si nous considérons une eau dormante, ses parties qui se trouvent à une plus grande profondeur, éprouvent une plus grande force de compression ; & on peut dire qu'elles se trouvent dans l'état d'une plus grande compression. Comme cette compression est causée par le poids de l'eau superieure, on pourra exprimer l'état de compression par la profondeur, où l'eau se trouve. Ainsi on

où pourra assigner une profondeur dans l'eau dormante, où l'état de compression est égal à celui qui convient à l'eau en M, pendant qu'elle passe par nôtre tuyau mobile. Soit donc p cette hauteur, qui exprime l'état de compression de l'eau en M, dans le tuyau pour l'instant present, & l'état de compression de l'eau en m sera $= p + dp$. pour le même instant; donc posant $Mm = ds$, la fraction $\frac{dp}{ds}$ sera une quantité finie. Considérons donc la particule d'eau, qui remplit l'élément du tuyau $MNmn$, & la masse de cette eau sera $= zzds$, qui soutenant en MN la force motrice $= pzz$ en sera poussée en avant selon Mm avec une force acceleratrice $= \frac{pzz}{zzds} = \frac{p}{ds}$: or la même particule d'eau étant repoussée par la pression de l'eau sur la base mn, cette force acceleratrice contraire sera $= \frac{p + dp}{ds}$: donc l'élément d'eau $MNmn$ sera poussé en avant selon Mm avec la force acceleratrice $= -\frac{dp}{ds}$. Il faut donc que cette force soit égale à celle, dont nous avons trouvé que l'eau en M doit être sollicitée selon la direction Mm, & partant nous aurons cette équation:

$$-\frac{dp}{ds} = \frac{dv}{dt\sqrt{v}} \cdot \frac{ff}{zz} \frac{du}{adt\sqrt{u}} \cdot y \sin\theta - \frac{2u}{aa} \cdot y \cos\theta - 4v \cdot \frac{f^4 dz}{z^5 ds}$$

ou bien à cause de $dy = ds \cos\theta$

$$dp = -\frac{dv}{dt\sqrt{v}} \cdot \frac{ffds}{zz} + \frac{du}{adt\sqrt{u}} \cdot y ds \sin\theta + \frac{2u}{aa} \cdot y dy + 4v \cdot \frac{f^4 dz}{z^5}$$

Et puisque nous regardons ici le même instant du tems, pour connoitre l'état de compression de l'eau dans tous les points du tuyau pour cet instant, nous devons considérer comme constant le tems t & les quantités qui en dependent. Par conséquent prenant les integrales nous obtiendrons

$p =$

$$p = C - \frac{dv}{dt\sqrt{v}} \int \frac{ffds}{zz} + \frac{du}{adt\sqrt{u}} \int yds \sin\theta + \frac{u}{aa} . yy - v . \frac{f^4}{z^4}$$

où je suppose que ces integrales $\int \frac{ffds}{zz}$ & $\int yds \sin\theta$ sont prises en sorte qu'elles evanouissent au point A, où il devient $y = a$, & $zz = ff$.

Maintenant, pour connoitre la constante C, il faut avoir égard à l'endroit, où l'eau sort du tuyau ; supposons que cela arrive en EF, où l'ouverture soit $= hh$, la distance OE $= b$, & étendant les integrales jusqu'à cet endroit là, c'est à dire par le tuyau ABEF tout entier, soit $\int \frac{ffds}{zz} = E$ & $\int yds \sin\theta = F$. Or on sait, que là, où l'eau échappe dans l'air, l'état de compression évanouit ; Donc, transportant le point M en E, où devient $y = b$ & $zz = hh$, il faut qu'il soit $p = o$; d'où nous tirerons

$$o = C - \frac{dv}{dt\sqrt{v}} . E + \frac{du}{adt\sqrt{u}} . F + \frac{u}{aa} . bb - v . \frac{f^4}{h^4}$$

Et partant pour cet instant l'état de compression de l'eau dans un endroit quelconque M du tuyau sera

$$p = \frac{dv}{dt\sqrt{v}} \left(E - \int \frac{ffds}{zz}\right) - \frac{du}{adt\sqrt{u}} \left(F - \int yds \sin\theta\right) - \frac{u}{aa}(bb - yy) + v\left(\frac{f^4}{h^4} - \frac{f^4}{z^4}\right)$$

C. Q. F. T.

COROLL. I.

De là il s'ensuit qu'au commencement du tuyau en A, où l'eau entre dans le tuyau, l'état de compression de l'eau sera exprimé par la hauteur :

$$\frac{du}{dt\sqrt{v}} . E - \frac{du}{adt\sqrt{u}} . F - \frac{u}{aa}(bb - aa) + v\left(\frac{f^4}{h^4} - 1\right)$$

puisque pour cet endroit il devient $y = a$; $zz = ff$ & $\int \frac{ffds}{zz} = o$, $\int yds \sin\theta = o$.

CO-

COROLL. II.

Si, tant le mouvement de rotation du tuyau, que le mouvement de l'eau qui entre en A continuellement dans le tuyau, étoit uniforme, ou qu'il fut tant $du = o$ que $dv = o$, alors l'état de compression de l'eau dans un endroit quelconque M seroit exprimé par la hauteur

$$p = -\frac{u}{aa}(bb - yy) + v\left(\frac{f^4}{h^4} - \frac{f^4}{z^4}\right)$$

SCHOLIE I.

On voit qu'il peut arriver souvent, que la hauteur p qui exprime l'état de compression, devienne negative; & dans ce cas les parois du tuyau seroient non seulement non pressées en dehors, mais elles seroient même comme attirées par l'eau en dedans; & partant l'eau devroit quitter les parois du tuyau, & cesser de remplir toute la cavité, puisque rien ne resisteroit à cette force negative. Et en effet, ce cas doit arriver dans le vuide, & la continuité de l'eau sera interrompuë dans ces endroits, où la valeur de p devient negative, entant que la cohésion des particules d'eau au tuyau n'est pas capable de maintenir la continuité. Mais on comprendra aussi, que dans le plein la pression de l'atmosphère doit empecher un tel vuide dans le tuyau: car si nous avons égard à la pression de l'atmosphere, que nous avons négligée dans cette recherche, nous verrons aisément, que le poids de l'atmosphere doit augmenter l'état de compression de l'eau dans le tuyau, & que cette augmentation sera égale au poids de l'atmosphere. Donc, si nous posons k pour la hauteur d'une colonne d'eau, qui contrebalance le poids de l'atmosphere, la veritable compression de l'eau dans le tuyau en M sera exprimée par la hauteur

$$p = k + \frac{dv}{dt\sqrt{v}}\left(E - \int\frac{ffds}{zz}\right) - \frac{du}{adt\sqrt{u}}(F - \int yds\sin\theta) - \frac{u}{aa}(bb - yy) + v\left(\frac{f^4}{h^4} - \frac{f^4}{z^4}\right)$$

où k marque comme on sait une hauteur d'environ 30 pieds. Donc, à moins que cette quantité p ne devienne negative, il n'y a aucun dan-

 ger,

ger, que la continuité de l'eau dans le tuyau ne soit interrompuë : mais cet inconvenient ne manquera pas d'arriver, lorsque p devient negatif; & alors le mouvement de l'eau ne suivra plus les régles que nous venons de supposer : & partant il faudra arranger les machines de cette espece, en sorte que ce cas n'arrive jamais.

SCHOLIE II.

Dans la solution de ce problème j'ai aussi supposé, que l'eau ne rencontre aucun obstacle qui empêcheroit son mouvement. Or on sait que l'eau en passant par des tuyaux y éprouve aussi une espece de frottement tout comme les corps solides; & l'éxperience nous fait voir, que lorsque les tuyaux sont fort étroits, le mouvement de l'eau y souffre une diminution très considerable. Cependant personne que je sache n'a encore decouvert les régles, auxquelles ce frottement est assujetti : je m'en vai donc faire un essai pour arriver à ce but, quoique je sois asseuré, que cette question demande de plus profondes recherches, vû que ce n'est que l'eau qui touche immédiatement les parois du tuyau, qui en éprouve la résistance, & que l'eau qui en est éloignée, n'en est arrêtée, qu'entant que la voisine a déjà eprouvé l'effet : d'où l'on voit, que l'eau qui se trouve au milieu du tuyau se mouvra plus vîte que celle qui touche aux parois : circonstance qui rend l'application de la theorie extrémement difficile. Cela nonobstant, je supposerai que l'élement MNnm se meuve tout entier d'un même mouvement, & je tacherai d'en déterminer le frottement sur le pied des corps solides. Or si un tel corps se meut sur une surface, on sait que la force du frottement est proportionnelle à la force dont le corps est pressé contre la surface : donc, si p exprime l'état de compression en M, où il faut prendre cette force toute entiere, ou augmentée du poids de l'atmosphére k, puisque l'atmosphere contribue aussi à presser l'eau contre les parois du tuyau, la force dont les parois du tuyau MNnm sont pressées, sera comme $pzds$; de là naît une force acceleratrice

contraire

contraire au mouvement comme $\frac{pzds}{zzds}$ ou comme $\frac{p}{z}$: soit donc cette force $= \frac{\delta p}{z}$, & on aura pour trouver p cette équation

$$dp + \frac{\delta p ds}{z} = -\frac{dv}{dt\sqrt{v}}.\frac{ffds}{zz} + \frac{adt\sqrt{u}}{du}.yds\sin\theta + \frac{2u}{aa}.ydy + 4v.\frac{f^4dz}{z^5}$$

Posons pour rendre le cas plus simple, $dv = 0$ & $du = 0$, & puisque δ est un nombre trés petit, cette équation deviendra intégrable en la multipliant par $1 + \delta\int\frac{ds}{z}$: & on aura

$$p(1+\delta\int\frac{ds}{z}) = C + \frac{u}{aa}.yy - v.\frac{f^4}{z^4} + \frac{2\delta u}{aa}\int ydy\int\frac{ds}{z} + 4\delta v\int\frac{f^4dz}{z^5}\int\frac{ds}{z}$$

ou bien :

$$p(1+\delta\int\frac{ds}{z}) = C + \frac{u}{aa}.yy - v.\frac{f^4}{z^4} + \frac{\delta u}{aa}.yy\int\frac{ds}{z} - \frac{\delta u}{aa}\int\frac{yyds}{z}$$

$$- \delta v.\frac{f^4}{z^4}\int\frac{ds}{z} + \delta v\int\frac{f^4ds}{z^5}$$

soit en étendant ces integrales par toute la longueur du tuyau, $\int\frac{ds}{z} = \lambda$; $\int\frac{yyds}{z} = \mu$, $\int\frac{f^4ds}{z^5} = \nu$; & puisqu'à l'issue de l'eau devient $p = k$, puisque là la seule pression de l'atmosphere agit, on aura :

$$k(1+\delta\lambda) = C + \frac{u}{aa}bb(1+\delta\lambda) - v.\frac{f^4}{b^4}(1+\delta\lambda) - \frac{\delta u}{aa}.\mu + \delta v.\nu$$

Par

Par conséquent ayant trouvé cette valeur constante nous aurons :

$$p\left(1+\delta\int\frac{ds}{z}\right)=k(1+\delta\lambda)-\frac{u}{aa}.bb(1+\delta\lambda)+v.\frac{f^4}{h^4}(1+\delta\lambda)+\frac{\delta u}{aa}.\mu$$

$$-\delta v.\nu+\frac{u}{aa}yy\left(1+\delta\int\frac{ds}{z}\right)-v.\frac{f^4}{z^4}\left(1+\delta\int\frac{ds}{z}\right)$$

$$-\frac{\delta u}{aa}\int\frac{yyds}{z}+\delta v\int\frac{f^4ds}{z^4}$$

ou puisque δ est trés petit, il sera fort à peu près

$$p=k+\delta k\left(\lambda-\int\frac{ds}{z}\right)-\frac{u}{aa}.bb-\frac{\delta u}{aa}.bb\left(\lambda-\int\frac{ds}{z}\right)+v.\frac{f^4}{h^4}$$

$$+\delta v.\frac{f^4}{h^4}\left(\lambda-\int\frac{ds}{z}\right)+\frac{\delta\mu u}{aa}-\delta v\nu+\frac{u}{aa}.yy-v.\frac{f^4}{z^4}$$

$$-\frac{\delta u}{aa}.\int\frac{yyds}{z}+\delta v\int\frac{f^4ds}{z^5}$$

ou bien

$$p=k-\frac{u}{aa}(bb-yy)+v\left(\frac{f^4}{h^4}-\frac{f^4}{z^4}\right)+\delta k\left(\lambda-\int\frac{ds}{z}\right)$$

$$-\frac{\delta u}{aa}\left(\lambda bb-bb\int\frac{ds}{z}-\mu+\int\frac{yyds}{z}\right)+\delta v\left(\frac{\lambda f^4}{h^4}-\frac{f^4}{h^4}\int\frac{ds}{z}-\nu+\int\frac{f^4ds}{z^5}\right)$$

Donc l'état de compression en A sera exprimé par cette hauteur :

$$k-\frac{u}{aa}(bb-aa)+v\left(\frac{f^4}{h^4}-1\right)+\delta\lambda k-\frac{\delta u}{aa}(\lambda bb-\mu)+\delta v\left(\frac{\lambda f^4}{h^4}-\nu\right)$$

où parmi les petits termes $\delta\lambda k$ est pour la pluspart le plus considérable, puisque k marque une hauteur d'environ 30 pieds. Ainsi ayant déterminé par quelque expérience la valeur de δ, on pourra dans la suite employer cette valeur trouvée pour p au lieu de celle, qui

qui a été trouvée cy devant. Au reste on voit que les quantités λ, μ, ν sont réciproquement proportionnelles au diametre du tuyau, les autres quantités demeurant les mêmes.

PROBLEME III.

Le mouvement, tant du tuyau autour l'axe O, que de l'eau par le tuyau étant donné, trouver le moment de forces dont la machine sera sollicitée autour de son axe, à cause de l'inertie de l'eau dans le tuyau.

SOLUTION.

Cette force dont nous cherchons le moment, provient donc des pressions, que le tuyau éprouve de l'eau en vertu de son mouvement: & nous avons vû cy-dessus, que la force acceleratrice, dont l'eau pousse le tuyau en M, suivant la direction MS perpendiculaire au tuyau, selon la direction du mouvement de rotation, qui se fait dans le sens CAG, est *Fig. III.*

$$2\,v.\frac{f^4}{rz^4} - \frac{du}{adtVu}.\,y\cos\theta + \frac{2u}{aa}.\,y\sin\theta - \frac{4Vuv}{a}.\frac{ff}{zz}.$$

& toute la quantité d'eau comprise dans l'élément $MNnm$, dont la masse est $= zzds$, agit avec cette force sur le tuyau pour le pousser dans le sens N S. De là résulte la force motrice en même sens, qui sera

$$2\,v.\frac{f^4ds}{rzz} - \frac{du}{adtVu}.\,yzzds\cos\theta + \frac{2u}{aa}.\,yzzds\sin\theta - \frac{4Vuv}{a}.\,ffds$$

& partant le moment de cette force se trouvera, en multipliant la force par la distance y multipliée par $\cos\theta$, ou conjointement par $y\cos\theta$: donc à cause de $ds\cos\theta = dy$ le moment de cette force élémentaire sera

$$2\,v.\frac{f^4ydy}{rzz} - \frac{du}{adtVu}.\,yyzzdy\cos\theta + \frac{2u}{aa}\,yyzzdy\sin\theta - \frac{4Vuv}{a}.\,ffydy$$

Prenant donc l'integrale en supposant le tems t constant, nous trouverons le moment des forces de l'eau contenue dans la partie du tuyau

tuyau ABMN pour tourner la machine dans le sens CAG, ou bien pour en accelerer le mouvement ; ce moment sera :

$$2v.\int\frac{f^4 ydy}{rzz}-\frac{du}{adt\sqrt{u}}.yyzzdy\cos\theta+\frac{2u}{aa}yyzzdy\sin\theta-\frac{4\sqrt{uv}}{a}.ff(yy-aa)$$

prenant ces integrales, en sorte qu'elles evanouïssent au point A. Qu'on étende maintenant ces integrales par toute la longueur du tuyau AME jusqu'au bout EF, où il devient $y=b$, & $zz=hh$; & que leurs valeurs totales deviennent $\int yyzzdy\cos\theta=$ M ; $\int yyzzdy\sin\theta$ $=$ N ; $\int\frac{f^4 ydy}{rzz}=$ L ; & l'inertie de l'eau, qui se trouve à l'instant présent dans le tuyau, fera des efforts, pour tourner la machine dans le sens CAG, ou pour en accelerer le mouvement de rotation qu'elle est supposée avoir déjà, dont le moment total sera

$$2v.\ L-\frac{du}{adt\sqrt{u}}.\ M+\frac{2u}{aa}.\ N-\frac{2\sqrt{uv}}{a}ff(bb-aa)$$

C. Q. F. T.

COROLL. I.

Cette expression ne sert que pour l'instant présent de la machine, où les vitesses sont $\sqrt{v}$ & $\sqrt{u}$; & l'acceleration de celle-cy $\frac{du}{dt\sqrt{u}}$: Pour un autre tems où ces quantités auront d'autres valeurs, ce moment changera aussi, mais il faut remarquer que les lettres L, M, N marquent toujours les mêmes quantités, qui dépendent uniquement de la figure du tuyau.

COROLL. II.

Si la largeur du tuyau zz est constante, on pourra assigner la valeur integrale L. Car, puisque $\frac{1}{r}=\frac{\sin\theta}{y}+\frac{d\theta}{ds}$, nous aurons

$f^4 ydy$

$$\frac{f^4 y dy}{rzz} = \frac{f^4}{zz}\left(dy \sin\theta + \frac{y dy d\theta}{ds}\right) = \frac{f^4}{zz}(dy \sin\theta + y d\theta \cos\theta).$$

Donc

$$\int \frac{f^4 y dy}{rzz} = \frac{f^4}{zz} . \; y \sin\theta + C.$$

Et pour avoir la valeur de L, il faut étendre cette integrale depuis le commencement AB jusqu'au bout EF.

COROLL. III.

S'il n'y a qu'une partie du tuyau, qui ait partout la même largeur, on trouvera aisément la partie de L qui en résulte. Car soient pour le commencement de cette partie y' & θ' les quantités, qui sont pour la fin y & θ : & la partie de L qui résulte de cette partie sera

$$\frac{f^4}{zz}(y \sin\theta - y' \sin\theta')$$

SCHOLIE.

Mais l'inertie de l'eau n'est pas la seule source des forces, qui agissent sur le mouvement de rotation de la machine; l'état de compression de l'eau dans le tuyau est aussi capable d'y contribuer quelque chose, quoiqu'il semble que ces forces agissant également de toute part sur chaque élément du tuyau, se détruisent mutuellement. Donc le moment de forces trouvé dans ce probleme n'epuise pas toutes les forces, que l'eau exerce sur le tuyau ; mais il faut séparément chercher celles, qui résultent de l'état de compression de l'eau dans chaque élément du tuyau : ce qui sera le sujet du probleme suivant.

PROBLEME IV.

Déterminer le moment de forces sur la machine, qui résulte de l'état de compression de l'eau, qui passe par le tuyau horizontal, pendant que la machine même tourne d'un mouvement quelconque autour de son axe.

 SOLU-

SOLUTION.

Considerons un élément du tuyau $MNnm$ terminé de deux bases MN & mn perpendiculaires à la direction du tuyau, & soit p l'état de compression de l'eau qui occupe cet élément, & la surface interieure sera pressée par cette force dans tous ses points : or puisque le tuyau est pressé en dehors par l'atmosphere, afin que je n'aye pas besoin d'y avoir égard, je prendrai pour p la quantité trouvée d'abord, où la valeur de p n'est pas augmentée de la pression de l'atmosphere k. Maintenant pour connoitre, si ces forces qui agissent sur la surface interne du tuyau $MNnm$ se soutiennent en équilibre ou non ? je concevrai en MN & mn deux cloisons, entre lesquelles & le tuyau la quantité d'eau $MN\,nm$ soit renfermée, & qui agisse également sur ces deux bases MN & mn. Dans ce cas il est clair que toutes ces forces, savoir celle sur le tuyau & sur les deux bases, se soutiennent en équilibre, ou se détruisent mutuellement, ou bien nous aurons :

$$f.\text{ du tuyau} + f.\text{ de la base } MN + f.\text{ de la base } mn = o.$$

& partant la force de l'eau sur le tuyau sera égale & contraire aux forces sur les deux bases MN & mn conjointement. Ainsi nous n'aurons qu'à chercher les forces de l'eau sur ces deux bases, pour en conclure celle que le tuyau en soutient. Or la base $MN = zz$ étant pressée par le poids d'une colonne d'eau de la hauteur $= p$, cette force sera $= pzz$, qui étant multipliée par $y \sin \theta$ donnera le moment $pyzz \sin \theta$, pour tourner la machine dans le sens CAG : & la force de l'autre base donne un moment $= pyzz \sin \theta + 2pyzdz \sin \theta + pzzd.\,y \sin \theta$ pour faire tourner la machine dans le sens contraire GAC. Et partant les forces sur les deux bases MN & mn produisent un moment $= 2pyzdz \sin \theta + pzzd.\,y \sin \theta$ dans le sens GAC. Par conséquent la force de l'eau, qui agit actuellement sur la surface interne du tuyau $MN\,nm$, donnera un moment $= 2pyzdz \sin \theta + pzzd.\,y \sin \theta$ dans le sens CAG. Or puis-

puisque $d.\, y \sin\theta = \frac{y\,dy}{r}$ ce moment fera

$$2\,p\,y\,z\,d\,z \sin\theta + \frac{p\,y\,z\,z\,d\,y}{r}.$$

Or, fans faire réfléxion au frottement, nous avons trouvé cy-deffus:

$$p = \frac{dt\sqrt{v}}{dv}\left(E - \int\frac{ff\,ds}{zz}\right) - \frac{du}{a\,dt\sqrt{u}}\left(F - \int y\,ds\sin\theta\right) - \frac{u}{aa}(bb - yy) + v\left(\frac{f^4}{h^4} - \frac{f^4}{z^4}\right)$$

Donc le monent de forces, qui refulte de la compreffion de l'eau de l'élément MN *nm* dans le fens C A G fera

$$+ \frac{dv}{dt\sqrt{v}}\left(2yzdz\sin\theta + \frac{yzzdy}{r}\right)\left(E - \int\frac{ff\,ds}{zz}\right) + v\left(2yzdz\sin\theta + \frac{yzzdy}{r}\right)\left(\frac{f^4}{h^4} - \frac{f^4}{z^4}\right)$$

$$- \frac{du}{a\,dt\sqrt{u}}\left(2yzdz\sin\theta + \frac{yzzdy}{r}\right)\left(F - \int y\,ds\sin\theta\right) - \frac{u}{aa}\left(2yzdz\sin\theta + \frac{yzzdy}{r}\right)(bb - yy)$$

& prenant les integrales ce moment fera

$$+ \frac{dv}{dt\sqrt{v}}\left(yzz\sin\theta\left(E - \int\frac{ff\,ds}{zz}\right) + \int ffy\,ds\sin\theta\right) + v\left(yzz\sin\theta\left(\frac{f^4}{h^4} - \frac{f^4}{z^4}\right) - 4f^4\int\frac{ydz\sin\theta}{z^3}\right)$$

$$- \frac{du}{a\,dt\sqrt{u}}\left(yzz\sin\theta\left(F - \int y\,ds\sin\theta\right) + \int yyzz\,ds\sin\theta^2\right) - \frac{u}{aa}\left(yzz\sin\theta(bb - yy) + 2\int yyzz\,dy\sin\theta\right)$$

où il faut ajouter telles conftantes, que chaque membre evanoüiffe au point A, où eft le commencement du tuyau.

Donc fi nous fuppofons, que les tuyaux en A foient perpendiculairement attachés au vaiffeau, ou qu'il foit en A, $\theta = o$; & pofant les valeurs des formules integrales prifes par toute la longueur du tuyau :

$$\int y\,ds\sin\theta = F;\quad \int\frac{y\,dz\sin\theta}{z^3} = H;\quad \int yyzz\,ds\sin\theta^2 = K$$

$$\&\ \int yyzz\,dy\sin\theta = N$$

 Le

Le moment de toutes les forces, qui résultent de l'état de compression de l'eau dans le tuyau tout entier A B E F, sera

$$+ \frac{dv}{dt\sqrt{v}} . ffF - 4\, v . f^4\, H - \frac{du}{adt\sqrt{u}} . K - \frac{2u}{aa} . N$$

C. Q. F.

COROLL. I.

Puisque ce moment tend dans le même sens, que celui qui a été trouvé dans le problème précedent, si nous les joignons ensemble, le moment total des forces de l'eau pour faire tourner la machine dans le sens C A G sera

$$\frac{dv}{dt\sqrt{u}} . ffF + 2v(L - 2f^4 H) - \frac{du}{adt\sqrt{u}}(K + M) - \frac{2\sqrt{uv}}{a} ff(bb - aa)$$

COROLL. II

Or ayant $L - 2f^4\, H = f^4 \int \left(\frac{y\,dy}{rzz} - \frac{2\,y\,dz\,\sin\theta}{z^3} \right)$, à cause de $d.\, y \sin\theta = \frac{y\,dy}{r}$, il sera $L - 2\,f^4\, H = \frac{f^4\, y \sin\theta}{zz}$: où il n'y a pas besoin d'ajouter une constante, lorsque en A l'angle θ évanouït, comme nous le supposons. Et si cet angle θ à l'autre bout devient droit, la valeur de cette intégrale sera $= \frac{f^4\, b}{hh}$: ainsi le moment trouvé prendra cette forme

$$\frac{dv}{dt\sqrt{v}} . ffF - \frac{du}{adt\sqrt{u}}(K + M) + 2v . \frac{f^4 b}{hh} - \frac{2\sqrt{uv}}{a} . ff(bb - aa), \text{ où } K + M = \int yyzzds$$

Mais si l'angle A E O n'étoit pas droit, mais égal à ζ, on devroit multiplier le terme $2\, v . \frac{f^4\, b}{hh}$ encore par $\sin\zeta$.

CO-

COROLL. III

Si l'un eſt l'autre mouvement eſt uniforme, ou u & v des quantités conſtantes, le moment des forces de l'eau dans le tuyau pour faire tourner la machine dans le ſens C A G ſera $= 2\, v. \frac{f^4\, b \sin \zeta}{h\, h}$. $- \frac{2 \sqrt{uv}}{a} ff\, (bb - aa)$, ſuppoſant l'angle A E O $= \zeta$; & que les tuyaux horizontaux ſont perpendiculairement inſerés dans le vaiſſeau vertical.

SCHOLIE I.

Tant que l'un ou l'autre mouvement ſubit des changemens, on voit que le moment des forces de l'eau dépend de la figure du tuyau, puisque les valeurs integrales F, K & M ſe trouvent dans l'expreſſion: mais dès que ces deux mouvemens ſont devenus uniformes, alors le moment trouvé ne dépend plus, ni de la courbure, ni de la diverſe largeur du tuyau. Voyons donc quels ſont les élémens qui compoſent ce moment de forces, que nous venons de trouver. Soit pour cet effet $\sqrt{\omega}$ la viteſſe dont l'eau échappe par l'orifice E F $= hh$, & puisque $hh \sqrt{\omega} = ff \sqrt{v}$, notre formule deviendra

$$2\, b\, hh\, \omega \sin \zeta - \frac{2 hh \sqrt{u\omega}}{a} (bb - aa)$$

Donc les élémens, qui conſtituent cette formule ſont

I. La diſtance O E $= b$, dont l'orifice du tuyau E F eſt eloigné de l'axe de la machine.

II. La grandeur de cet orifice indiquée par hh.

III. La viteſſe, avec laquelle l'eau echappe du tuyau par cet orifice E F $= hh$, laquelle eſt ſuppoſée duë à la hauteur ω.

IV. L'angle A E O $= \zeta$, que la direction de l'extremité du tuyau fait avec le rayon O E, cette direction eſt la même que celle du jet d'eau, qui ſort du tuyau.

V. La viteſſe angulaire de la machine qui eſt exprimée par $\frac{Vu}{a}$: car, puisque Vu marque la viteſſe de rotation à la diſtance O A $= a$, la formule $\frac{Vu}{a}$ exprimera le mouvement abſolu de rotation.

VI. Enfin le rayon O A $= a$ entre auſſi par lui-même dans notre formule, entant que le commencement du tuyau AB en eſt indiqué. D'où l'on comprend, que ſi le tuyau AE pénétroit au dedans du vaiſſeau jusqu'à l'axe O, nous aurions au lieu de $bb - aa$ ſeulement bb, de ſorte que le moment des forces de l'eau feroit $= 2b\,hh\omega \sin\zeta - \frac{2\,bb\,hh\,Vu\omega}{a}$.

Or je ferai voir qu'il revient au même, à quelle diſtance O A $= a$ le tuyau commence; car ſi cette diſtance n'eſt pas égale à zero, on verra que l'eau en entrant du vaiſſeau dans le tuyau y exerce auſſi une force, dont le moment détruira exactement la partie $\frac{2\,hh\,Vu\omega}{a} . aa$. Et partant l'effet ſera toujours entierement le même, quelque figure qu'on donne aux tuyaux horizontaux, & de quelque largeur qu'ils ſoient en dedans; il eſt auſſi de même indifferent, à quelle diſtance de l'axe O A ces tuyaux commencent. Par cette raiſon il ſera convenable de donner à ces tuyaux une auſſi grande largeur qu'il eſt poſſible, pour rendre l'effet du frottement d'autant plus inſenſible.

SCHOLIE II.

Ayant ainſi trouvé le veritable moment de forces, dont le tuyau eſt ſollicité par le mouvement de l'eau qui y paſſe, je crois que cet article ne ſera plus aſſujetti à aucun doute, vû que cette force eſt évidemment compoſée de deux parties, dont l'une tire ſon origine des forces normales, dont l'eau agit ſur les parois du tuyau, & l'autre de l'état de compreſſion de l'eau dans le tuyau, dont les preſſions n'étant pas en équilibre entr'elles, produiſent auſſi quelque moment, qui tend

tend à mouvoir le tuyau autour de l'axe. C'eſt auſſi un grand argument de la juſteſſe de mon raiſonnement, que les deux parties trouvées ſe ſont ſi admirablement liées enſemble, que l'expreſſion compoſée eſt devenuë plus ſimple, que n'étoit l'une ou l'autre ſéparément, en quoi conſiſte toujours un caractére bien marqué de la vérité. Mais cette même ſimplicité de la concluſion eſt auſſi une marque ſeure, que j'y ſuis arrivé par des détours, & qu'il y a infailliblement une route plus ſimple & plus naturelle, qui conduit à la même concluſion. Ayant donc examiné plus ſoigneuſement cette circonſtance, je remarque que la même concluſion ſe peut tirer immédiatement des deux forces, dont chaque particule d'eau dans le tuyau eſt ſollicitée, ſans avoir recours à la connoiſſance de l'état de compreſſion de l'eau dans le tuyau. Et effectivement, puiſque l'état de compreſſion eſt déterminé par l'accelération de l'eau dans le tuyau, on comprendra aiſément, que la partie du moment de forces, qui réſulte de l'état de compreſſion, ſe peut déduire immédiatement de la force requiſe à l'accelération. Ayant donc trouvé que chaque particule d'eau, qui ſe trouve dans l'élément du tuyau Mm, requiert pour la conſervation de ſon mouvement deux forces acceleratrices, dont l'une dirigée ſelon Mm

eſt $= \frac{dv}{dt\sqrt{v}} \cdot \frac{ff}{zz} - \frac{du}{adt\sqrt{u}} \cdot y \sin\theta - \frac{2u}{aa} y \cos\theta - 4v \cdot \frac{f^4 dz}{z^5 ds}$

que je nommerai $=$ T, & l'autre dirigée ſelon M R, qui eſt

$= - \frac{du}{adt\sqrt{u}} \cdot y \cos\theta + \frac{2u}{aa} \cdot y \sin\theta - \frac{4\sqrt{uv}}{a} \cdot \frac{ff}{zz} + 2v \cdot \frac{f^4}{rz^4}$,

que je nommerai $=$ V ; à cauſe de la maſſe d'eau, qui occupe l'élément M$m = zzds$, ces deux forces motrices ſeront, la premiere ſelon M$m =$ T$zzds$ & l'autre ſelon M R $=$ V$zzds$. Ce ſera donc le tuyau même qui doit fournir ces deux forces, & partant il en ſera également repouſſé en vertu de la reaction. Donc l'élément d'eau MNnm exercera deux forces ſur le tuyau, l'une dans la direction de la tangente MT, & l'autre dans la direction normale M S, dont

Fig. III.

dont celle-là eſt $= \mathrm{T}\, zzds$, & celle-cy $= \mathrm{V}\, zzds$, & chacune fournira un moment pour tourner la machine dans le ſens C A G. Or, puisque l'angle OMT $= \theta$, le premier de ces deux moments ſera $= \mathrm{T}\, yzzds \sin\theta$, & l'autre $= \mathrm{V}\, yzzds \cos\theta$, de ſorte que ces deux moments enſemble feront $= yzzds\, (\mathrm{T} \sin\theta + \mathrm{V} \cos\theta)$ Mais les valeurs de T & V donnent

$$\mathrm{T}\sin\theta + \mathrm{V}\cos\theta = \frac{dv}{dt\sqrt{u}} \cdot \frac{ff\sin\theta}{zz} - \frac{du}{adt\sqrt{u}} \cdot y - \frac{4\sqrt{uv}}{a} \cdot \frac{ff\cos\theta}{zz} - \frac{4v.f^4 dz\sin\theta}{z^5 ds} + \frac{2v.f^4\cos\theta}{rz^4}$$

& partant le moment en queſtion ſera

$$\frac{dv}{dt\sqrt{v}} \cdot ffyds\sin\theta - \frac{du}{adt\sqrt{u}} \cdot yyzzds - \frac{4\sqrt{uv}}{a} \cdot ffyds\cos\theta + 2f^4 v \left(\frac{yds\cos\theta}{rzz} - \frac{2ydz\sin\theta}{z^3}\right)$$

Prenant donc les integrales par toute la longueur du tuyau ABEF où devient $zz = hh$; $y = b$; & $\theta = \zeta$, à cauſe de $ds \cos\theta = dy$, le moment total ſera :

$$\frac{dt\sqrt{u}}{du} ff \int yds\sin\theta - \frac{du}{adt\sqrt{u}} \cdot \int yyzz\,ds - \frac{2\sqrt{uv}}{a} ff(bb - aa) + 2f^4 v \cdot \frac{b\sin\zeta}{hh}$$

ſuppoſant qu'il y a en A l'angle $\theta = o$. Ce qui eſt la même formule qui réſulte par la combinaiſon des deux problèmes precedens.

PROBLEME V.

Fig. IV. *La machine étant toujours entretenuë pleine d'eau, & garnie d'un certain nombre de tuyaux horizontaux, & miſe dans un certain mouvement de rotation, trouver la viteſſe dont l'eau ſortira par ces tuyaux, & le moment des forces de l'eau.*

SOLUTION.

Soit OO l'axe, autour duquel la machine eſt tournée avec un tel mouvement, qu'elle ait à la diſtance de l'axe $= a$, la viteſſe $= \sqrt{u}$. Soit enſuite la hauteur de l'eau dans ce vaiſſeau audeſſus des tuyaux horizontaux $= e$, & que l'eau y ſoit toujours entretenuë à cette hau-

teur

teur par le moyen d'un réservoir V, d'où l'eau coule dans le vaisseau. Soit de plus AB $= ff$ l'embouchure d'un des tuyaux horizontaux, par laquelle l'eau y entre avec une vitesse $= \sqrt{v}$, que je regarde comme constante, puisqu'on sait par l'experience, que dans ce cas le mouvement parvient bientot à l'uniformité : soit a la distance de cette embouchure AB à l'axe OO, & b celle de l'orifice EF de chaque tuyau, ou OE $= b$, & que hh marque la largeur de cet orifice, par laquelle l'eau échape, avec la vitesse qui sera $\sqrt{\omega} = \frac{ff\sqrt{v}}{hh}$: Soit ζ l'angle que la direction de l'extrémité du tuyau en E fait avec le rayon OE ; & soit n le nombre des tuyaux horizontaux dont le vaisseau est garni. Cela posé nous avons trouvé que l'état de compression de l'eau à l'embouchure AB est exprimé par la hauteur, qui est :

$$-\frac{u}{aa}(bb-aa)+v\left(\frac{f^4}{h^4}-1\right)$$

à cause de $du = o$ & $dv = o$.

Supposons d'abord que les tuyaux horizontaux pénétrent au dedans du vaisseau jusqu'à l'axe OO, de sorte que $a = o$, entant que cette lettre n'est point jointe à u, & l'état de compression sera alors à l'embouchure AB $= -\frac{u}{aa}.\, bb + v\left(\frac{f^4}{h^4}-1\right)$. Or l'eau qui y entre du grand vaisseau n'ayant pas près de l'axe de mouvement, y suivra les loix selon lesquelles l'eau sort d'un vaisseau en repos ; d'où l'on sait que lorsque l'eau sort à une profondeur $= e$ avec une vitesse $= \sqrt{v}$, l'état de compression y est $= e - v$: dont il faut que cette compression soit égale à celle qu'exige le mouvement dans les tuyaux, & partant nous aurons.

$$e - v = -\frac{bbu}{aa} + v\left(\frac{f^4}{h^4}-1\right)$$

ou bien $\frac{f^4 v}{h^4} = \omega = e + \frac{bbu}{aa}$: & ainsi nous connoissons la vitesse

teſſe avec laquelle l'eau ſortira des tuyaux horizontaux. Mais ſi l'embouchure AB eſt à la diſtance $OA = a$, la compreſſion de l'eau dans le vaiſſeau y ſera plus grande que $e - v$, à cauſe de la force centrifuge de l'eau, & puiſque la viteſſe de rotation y eſt duë à la hauteur u, l'état de compreſſion ſera $e + u - v$, qui étant égalée à $-\frac{u}{aa}(bb - aa) + v\left(\frac{f^4}{h^4} - 1\right)$ donne comme auparavant $\frac{f^4}{h^4} = \omega = e + \frac{bbu}{aa}$: d'où l'on voit, qu'il eſt indifferent de ſuppoſer l'embouchure AB à telle diſtance de l'axe OO qu'on veut. Suppoſons donc cette diſtance $= o$, & le moment de forces, qui réſulte d'un tuyau horizontal ſera $2bhh\omega \sin\zeta - \frac{2bbhh\sqrt{u\omega}}{a}$; & puiſque le nombre des tuyaux horizontaux eſt $= n$, le moment de toutes les forces de la machine ſera $= 2nhh\left(b\omega \sin\zeta - \frac{bb\sqrt{u\omega}}{a}\right)$. Or ayant trouvé $\omega = e + \frac{bbu}{aa}$, le moment des forces de la machine ſera

$$= 2nhh\left(b\left(e + \frac{bbu}{aa}\right)\sin\zeta - \frac{bb}{a}\sqrt{u\left(e + \frac{bbu}{aa}\right)}\right)$$

C. Q. F. T.

COROLL. I.

La force de la machine ſera donc la plus grande, ſi l'angle ζ eſt droit, ou ſi la direction des extremités E des tuyaux horizontaux eſt perpendiculaire aux rayons OE. Dans ce cas le moment des forces de la machine ſera donc $= 2nhh\left(b\left(e + \frac{bbu}{aa}\right) - \frac{bb}{a}\sqrt{u\left(e + \frac{bbu}{aa}\right)}\right)$.

Comme il s'agit de rendre la force de la machine auſſi grande qu'il eſt poſſible, je ſuppoſerai dans la ſuite toujours l'angle AEO droit.

CO-

COROLL. II.

Si le vaiſſeau eſt en repos ou $u = o$, la viteſſe dont l'eau ſort par les orifices des tuyaux horizontaux eſt $= \sqrt{e}$, ou duë à la hauteur de l'eau e: mais ſi la machine tourne, la viteſſe de l'eau, qui ſort par les orifices EF ſera d'autant plus grande, plus ſera vite le mouvement de rotation de la machine, puiſque $\omega = e + \frac{bbu}{aa}$.

COROLL. III.

Pour trouver le tems que la machine met à faire un tour entier, on n'a qu'à exprimer la hauteur u en milliemes parties d'un pied de Rhin, & alors $250 \sqrt{u}$ marquera l'eſpace que le point A parcourt dans une ſeconde. Donc poſant le rapport du diametre à la circonference $= 1 : \pi$ puiſque la peripherie du cercle AGC eſt $= 2 \pi a$, un tour de la machine s'achevera en $\frac{2 \pi a}{250 \sqrt{u}} = \frac{\pi a}{125 \sqrt{u}}$ ſecondes.

COROLL. IV.

Soit τ ce nombre de ſecondes, & q la longueur d'un pendule ſimple, qui faſſe en même tems ſes oſcillations & on fait que $\sqrt{\frac{1}{2} q} = \frac{125 \tau}{\pi} = \frac{a}{\sqrt{u}}$; dont $\frac{\sqrt{u}}{a} = \sqrt{\frac{2}{q}}$. Ainſi au lieu de la viteſſe de rotation $\frac{\sqrt{u}}{a}$ on pourra introduire dans le calcul le pendule q dont les oſcillations ſe font en même tems que les révolutions de la machine. Alors on aura $\omega = e + \frac{2bb}{q}$, & le moment des forces de la machine ſera $= 2nhh \left(b\left(e + \frac{2bb}{q}\right) - bb\sqrt{\frac{2}{q}}\left(e + \frac{2bb}{q}\right) \right)$.

COROLL V.

Si la machine eſt arrêtée en repos, on aura $q = \infty$ & $\omega = e$, & le moment des forces de la machine ſera $= 2nhhbe$. Or il eſt

 poſſible

possible que la machine tourne si vite, que sa force évanouit, ce qui arrivera lorsque $\sqrt{(e + \frac{2bb}{q})} = b\sqrt{\frac{2}{q}}$, ou bien $q = o$. Ainsi, à moins que le mouvement de rotation ne soit infiniment rapide, la machine produira toujours une force, qui tend à accélerer son mouvement.

COROLL. VI.

On connoitra aussi la dépense d'eau qu'il faut emploier pour entretenir toujours le vaisseau plein d'eau, car elle doit être égale à la perte qui se fait par les orifices $= nhh$ avec la vitesse $\sqrt{u} = \sqrt{(e + \frac{2bb}{q})}$. Donc la dépense d'eau pourra être exprimée par la formule $nhh\sqrt{(e + \frac{2bb}{q})}$.

COROLL. VII.

Pour entretenir donc la machine pendant une seconde, en exprimant la hauteur $e + \frac{2bb}{q}$ en milliemes parties du pied de Rhin, la dépense d'eau sera égale à un volume $= 250\,nhh\sqrt{(e + \frac{2bb}{q})}$. Ou bien si q marque la hauteur, d'où un corps tombe dans une seconde, la dépense d'eau pour une seconde demandera un volume $= 2\,nhh\sqrt{g(e + \frac{2bb}{q})}$. Donc pour un tems de τ secondes il faudra une dépense $= 2\,\tau\,nhh\sqrt{g(e + \frac{2bb}{q})}$.

PROBLEME VI.

Une telle machine étant entretenüe, moyennant une certaine quantité d'eau destinée à la depense, déterminer l'effet qu'elle sera capable de produire avec cette depense.

SOLUTION.

Que l'axe de la machine OO porte en haut ou en bas un pignon, engagé à une rouë MM, dont l'essieu NN soit garni d'un tambour RS, autour duquel soit la corde PQ avec le poids Q qui doit être élevé. Soit le rayon de ce tambour RS $= c$, & que la rouë MM fasse une révolution, pendant que le pignon avec la machine en fait μ. Donc le moment du poids Q pour mettre la machine en mouvement, sera *Fig. V.*

$= \frac{1}{\mu} Q c$, qui doit être égal au moment de la force de la machine, en exprimant le poids Q par le volume d'une masse d'eau dont le poids lui est égal. Soit pour cet effet la hauteur de l'eau dans le vaisseau au dessus des tuyaux horizontaux $= e$, la distance de l'orifice des tuyaux horizontaux à l'axe de la machine $= b$, l'orifice même $= hh$, dont la direction soit perpendiculaire au rayon OE, & le nombre des tuyaux soit $= n$. Ensuite que la machine fasse une révolution dans le tems, qu'un pendule de la longueur q fait une oscillation; donc, posant l pour la longueur d'un pendule à secondes, qui est comme on sait $= 3, 166$ pieds de Rhin, & le tems d'une révolution sera de $V \frac{q}{l}$ secondes, & pendant ce tems le poids Q sera élevé à la hauteur de $\frac{2\pi c}{\mu}$; donc pendant une seconde il sera élevé à la hauteur $= \frac{2\pi c}{\mu} V \frac{l}{q}$. Soit de plus g la hauteur de la chute d'un grave pendant une seconde, & on aura $g = \frac{1}{2} \pi \pi l$, & partant le poids Q sera élevé dans une seconde à la hauteur $= \frac{2c}{\mu} V \frac{2g}{q}$.

Or la force de la machine nous fournit d'abord cette équation

$$\frac{1}{\mu} Qc = 2nhh \left(b\left(e + \frac{2bb}{q}\right) - bb V \frac{2}{q}\left(e + \frac{2bb}{q}\right)\right)$$

Ensuite soit D le volume d'eau qu'on veut emploier pour entretenir le vaisseau plein d'eau, & supposons que cette dépense soit capable de fournir à la machine pendant un tems de τ secondes, d'où nous tirons cette équation

$$D = 2\tau n h h \sqrt{g}\left(e + \frac{2bb}{q}\right)$$

& partant $\tau = \dfrac{D}{2nhh\sqrt{g}\left(e + \frac{2bb}{q}\right)}$ & pendant ce tems le poids Q sera élevé à la hauteur $=$

$$\frac{Dc\ \sqrt{2}}{\mu n h h \sqrt{q}\left(e + \frac{2bb}{q}\right)} = \frac{Dc\ \sqrt{2}}{\mu n hh \sqrt{(eq + 2bb)}}.$$

Mais le poids Q étant donné, la machine prendra d'elle-même un tel mouvement de rotation, que l'état d'équilibre exige: ainsi le pendule q sera déterminé par cette équation.

$$\frac{Qc}{2\mu n b hh} = e + \frac{2bb}{b} - \sqrt{\frac{2bb}{q}\left(e + \frac{2bb}{q}\right)}$$

Soit pour abréger $\frac{2bb}{q} = z$, & $\frac{Qc}{2\mu n b hh} = S$ pour avoir $e + z - S = \sqrt{(ez + zz)}$, d'où l'on tire

$$z = \frac{2bb}{q} = \frac{(e-S)^2}{2S-e};\ \text{donc}\ q = \frac{2bb(2S-e)}{(e-S)^2}$$

ou bien $q = \dfrac{8\mu n b^3 hh(Qc - \mu n b e hh)}{(2\mu n b e hh - Qc)^2}$

Ensuite on aura $e + \dfrac{2bb}{q} = \dfrac{SS}{2S-e} = \dfrac{QQcc}{4\mu n b hh(Qc - \mu n b e hh)}$

Donc la dépense d'eau proposée suffira pour un tems

de $\dfrac{D}{Qc}\sqrt{\dfrac{\mu b(Qc - \mu n b hhe)}{nghh}}$ secondes

pendant

pendant lequel le poids Q sera élevé à la hauteur qui est $= \frac{D}{Q}\left(2e - \frac{\mu n b h h}{Q c}\right)$. C. Q. F. T.

COROLL. I.

Comme la racine quarrée $V(ez + zz) = V\frac{2bb}{q}(e + \frac{2bb}{q})$ est toujours prise affirmativement, il faut qu'il soit $S < e + z$ ou $S < \frac{SS}{2S - e}$, & partant $S < e$, ou bien $Q < \frac{2\mu n b e h h}{c}$; ou $\frac{1}{\mu} Q c < 2 n b e h h$. Car si ce poids étoit plus grand, la machine ne parviendroit jamais dans l'état d'équilibre ; & s'il étoit $\frac{1}{\mu} Q c = 2 n b e h h$, la machine resteroit en repos. D'où l'on voit, que si l'on suspendoit en Q un plus grand poids, la machine n'étant pas capable de le soutenir, tourneroit en sens contraire.

COROLL. II.

Or il faut aussi qu'il soit $2S > e$ ou $\frac{1}{\mu} Q c > n b e h h$: car s'il étoit $\frac{1}{\mu} Q c = n b e h h$, à cause de $q = o$, le mouvement de rotation de la machine deviendroit infiniment vite, avant que de parvenir à l'état d'équilibre : & s'il étoit $\frac{1}{\mu} Q c < n b e h h$, le mouvement de rotation iroit toujours en augmentant sans atteindre jamais l'équilibre.

COROLL. III.

Donc, pour que la machine puisse arriver à une uniformité de mouvement, il faut que le moment du fardeau à vaincre, que nous indiquons

diquons par $\frac{1}{\mu}$ Q c, ſoit contenu entre ces deux limites $nbehh$ & $2nbehh$: dont celui-là demande un mouvement infini, or celui-cy arrêtera la machine en repos.

COROLL. IV.

Si nous multiplions le poids Q par la hauteur, à laquelle il eſt élevé $\frac{D}{Q}\left(2e - \frac{Qc}{\mu nbhh}\right)$, le produit $D\left(2e - \frac{Qc}{\mu nbhh}\right)$ exprimera l'effet abſolu de la machine. D'où nous voyons, que cet effet évanouit, lorsque $\frac{1}{\mu} Qc = 2nbehh$; & qu'il devient le plus grand ſi $\frac{1}{\mu} Qc = nbehh$, ou bien ſi le mouvement de la machine eſt infiniment rapide, & dans ce cas l'effet ſera $= De$.

COROLL. V.

Donc ce plus grand effet De, auquel la machine ne ſauroit jamais arriver, eſt équivalent à l'élevation de la maſſe d'eau D à la hauteur du vaiſſeau e; ou bien dans ce cas la machine ſeroit capable d'élever à la hauteur même du vaiſſeau e préciſément autant d'eau, qu'il faut pour ſa dépenſe : Donc, puisque ce cas ne ſauroit jamais avoir lieu, l'effet de la machine eſt toujours moindre que le produit De.

COROLL. VI.

Dans ce cas du plus grand effet De, qui répond à la dépenſe d'eau $=$ D, il eſt auſſi très remarquable, qu'à cauſe de $q = o$ cet effet eſt produit dans un tems infiniment petit, car il devient $\tau = o$. Et nous voyons en général, que plus l'effet de la machine ſera grand, plus auſſi ſera petit le tems, pe, dans lequel il eſt produit; ce qui eſt une circonſtance tout à fait particuliere dans cette eſpece de machine.

Or

Or si la machine demeure en repos, ce qui arrive lorsque $\frac{1}{\mu} Q c = 2nbehh$, la dépense d'eau $= D$ suffira pour un tems de $\frac{D}{2nhh\sqrt{eg}}$ secondes.

COROLL. VII.

Soit donc $\frac{1}{\mu} Q c = (1+v) nbehh$, ou $Q = \frac{(1+v)\mu nbehh}{c}$ & que v marque un nombre quelconque plus petit que l'unité. Donc ayant $S = \frac{(1+v)}{2} e$ nous aurons pour le tems d'une révolution de la machine $q = \frac{8vbb}{(1-v)^2 e}$. La dépense d'eau proposée D suffira d'entretenir la machine pendant un tems de $\frac{D\sqrt{v}}{(1+v)nhh\sqrt{eg}}$ secondes, & pendant ce tems le poids Q sera élevé par une hauteur $= \frac{(1-v)Dc}{(1+v)\mu nbhh}$. Et partant l'effet de la machine sera $= (1-v)De$.

SCHOLIE I.

Pour tirer donc le plus grand avantage de ces sortes de machines, il faut tacher de les arranger en sorte, qu'elles puissent recevoir un mouvement de rotation extrémement rapide, puisque nous venons de voir, que plus ce mouvement est vite plus aussi sera grand l'effet, qui en résulte. Pour cet effet il faut ôter soigneusement tous les obstacles, qui se pourroient opposer à un mouvement si rapide. Premiérement donc il sera nécessaire, que l'axe de la machine soit parfaitement vertical, & librement mobile sur ses pivots, de sorte qu'il rencontre de ce coté aussi peu de frottement, qu'il sera possible. En second lieu, le vaisseau $\alpha\alpha\gamma\gamma$ doit être parfaitement rond & bien uni dans sa surface exterieure, afin qu'en tournant autour de son ax il ne cho-

choque nulle part l'air, & qu'il n'en essuye aucune résistance. En troisieme lieu, afin que les tuyaux horizontaux ne frappent pas l'air non plus, il sera à propos de les renfermer dans un tambour cylindrique attaché en bas au vaisseau, en sorte que seulement les derniers *bouts* des tuyaux sortent de ce tambour, pour donner une issuë libre à l'eau. Il sera aussi bon de donner à ce tambour un assés grand poids, pour qu'il conserve mieux le mouvement qu'il aura une fois reçu. Il n'importe, ni combien de tuyaux on enferme dans ce tambour, ni quelle figure on leur donne, pourvû que la somme de leurs orifices soit $= nbb$, & que l'eau y échape de chacun selon une direction perpendiculaire à l'axe de la machine. Enfin, si la machine est emploiée à mettre en mouvement d'autres parties par le moyen des rouës, il faut avoir soin d'arranger tellement ces rouës, & de donner à leurs dents une telle figure, que leur mouvement devienne parfaitement uniforme. Car si le mouvement étoit inégal, & qu'il fût tantôt acceleré tantôt retardé, il se perdroit une bonne partie de la force pour produire tant les accelérations que les retardations ; au lieu que le mouvement uniforme ne demande aucune force pour sa conservation.

SCHOLIE II.

Dans le problême precedent nous avons supposé que la dépense d'eau D, qui est employée à entretenir le vaisseau toujours plein, est en notre pouvoir, & que nous la pouvons verser dans le vaisseau, ou plus vite, ou plus lentement, selon que les besoins l'exigent. Cette maniere parut la plus propre pour faire des expériences avec une machine déjà construite de cette façon, & pour les comparer avec la Theorie. Mais s'il y a une source, ou un reservoir V, qui ne fournit qu'une certaine quantité d'eau dans un tems donné, il faut construire la machine en sorte que, quand elle est en action, cette quantité d'eau soit suffisante à entretenir le vaisseau toujours plein : & alors l'action même de la machine doit être tellement disposée, que les forces de l'eau soient suffisantes à la produire. J'examinerai donc dans le problême

Fig. IV.

blème suivant de quelle maniere il conviendra d'arranger la machine pour chaque cas proposé.

PROBLEME VII.

La quantité d'eau qu'une source fournit à l'entretien de la machine, étant donnée, arranger la machine d'une telle maniere, que la quantité d'eau donnée soit suffisante à son entretien, & que la machine produise le plus grand effet qu'il est possible, en élevant un poids donné.

SOLUTION.

Soit D le volume d'eau que la source ou le reservoir fournit par seconde: & il faudra tellement arranger la machine, que cette quantité d'eau soit suffisante à entretenir la machine. Or posant le nombre des tuyaux horizontaux $= n$; l'orifice de chacun $= hh$, leur distance à l'axe de rotation $= b$; & que la machine acheve par son mouvement une révolution en même tems qu'un pendule de la longueur $= q$ fait ses oscillations: ou bien soit u la hauteur duë á la vitesse, dont les orifices des tuyaux tournent autour de l'axe, de sorte que $u = \frac{2bb}{q}$. Ensuite, posant la hauteur du vaisseau, ou plutôt de l'eau dans le vaisseau au dessus des tuyaux $= e$, & la hauteur de la chûte pendant une seconde $= g$, qui est comme on sait de 15, 625 pieds de Rhin. Cela posé, nous avons vû que l'entretien de la machine demande par seconde une quantité d'eau dont le volume est $=$

$$2nhh\sqrt{g}\left(e + \frac{2bb}{q}\right) = 2nhh\sqrt{g}(e + u),$$ & partant

nous aurons d'abord cette équation

$$D = 2nhh\sqrt{g}(e + u)$$

Soit ensuite le poids $= Q$ qui doit être élevé, & supposons que cela

 se

se fasse par le moyen d'un pignon & d'une rouë, qui fait une révolution pendant que la machine en fait μ révolutions; & que ce poids s'éleve autour d'un tambour attaché à l'essieu de la rouë, dont le rayon soit $= c$, & le moment de ce poids sera $= \frac{1}{\mu} Q c$, nous aurons donc :

$$\frac{1}{\mu} Q c = 2 n b h h (e + u - V(e u + u u))$$

exprimant Q par le volume d'eau, dont le poids est égal au poids proposé. Et alors ce poids sera élevé pendant une seconde à la hauteur, qui est $= \frac{2 c}{\mu} V \frac{2 g}{q} = \frac{2 c}{\mu b} V g u$.

Or la dépense d'eau D étant donnée, si nous regardons le mouvement de rotation de la machine ou la quantité u comme donnée, nous aurons $2 n h h = \frac{D}{V g (e + u)}$; ou bien la somme des orifices $n h h = \frac{D}{2 V g (e + u)}$: d'où nous tirons :

$$\frac{1}{\mu} Q c = \frac{D b}{V g} (V e + u) - V u)$$

& puisque le poids Q est aussi donné, l'épaisseur du tambour c en sera déterminée ; & on aura

$$\frac{c}{\mu} = \frac{D b}{Q V g} (V (e + u) - V u).$$

Par conséquent le poids Q sera élevé par la force de la machine pendant une seconde à une hauteur qui est $= \frac{2 D}{Q} (V (e u + u u) - u)$.

D'où

D'où l'on voit que cette hauteur sera d'autant plus grande, plus on donne de vitesse de rotation à la machine, ou plus sera grande la vitesse $\sqrt{u}$, avec laquelle tournent les orifices des tuyaux horizontaux : & s'il étoit possible de rendre cette vitesse infinie, la hauteur d'élevation pendant une seconde seroit $= \frac{De}{Q}$; puisque alors $\sqrt{(eu + uu)} - u = \frac{1}{2} e$. Mais comme il est impossible d'augmenter cette vitesse à l'infini, voyons combien les valeurs de la formule $\sqrt{(eu + uu)} - u$ differeront de cette plus grande valeur $\frac{1}{2} e$, lorsqu'on donne à u des valeurs plus petites.

Soit donc	& la valeur de $\sqrt{(eu+uu)} - u$ sera	Dechet de la plus grande valeur $\frac{1}{2} e$	la perte.
$u = e$	$0{,}4142.\ e$	$0{,}0858.\ e$	$\frac{1}{6}$
$u = 2e$	$0{,}4494.\ e$	$0{,}0506.\ e$	$\frac{1}{10}$
$u = 3e$	$0{,}4641.\ e$	$0{,}0359.\ e$	$\frac{1}{14}$
$u = 4e$	$0{,}4721.\ e$	$0{,}0279.\ e$	$\frac{1}{18}$
$u = 5e$	$0{,}4772.\ e$	$0{,}0228.\ e$	$\frac{1}{22}$
$u = 6e$	$0{,}4808.\ e$	$0{,}0192.\ e$	$\frac{1}{26}$
$u = 7e$	$0{,}4833.\ e$	$0{,}0167.\ e$	$\frac{1}{30}$
$u = 8e$	$0{,}4853.\ e$	$0{,}0147.\ e$	$\frac{1}{34}$
$u = 9e$	$0{,}4869.\ e$	$0{,}0131.\ e$	$\frac{1}{38}$
$u = 10e$	$0{,}4881.\ e$	$0{,}0119.\ e$	$\frac{1}{42}$

Ainsi si l'on faisoit $u = e$, on ne perdroit que la sixieme partie sur l'effet tout entier, qu'une vitesse infinie produiroit; & on n'en perdroit que la dixieme partie, si l'on faisoit $u = 2\ e$. D'où l'on voit qu'on n'a pas besoin de s'empresser trop à faire la vitesse de la rotation extrémement grande : puisqu'on voit, que pourvu que u surpas-

se e, on arrive déjà assés près du plus grand effet. Pour mettre donc la machine dans l'état le plus avantageux, on observera les maximes suivantes.

I. On donnera au vaisseau vertical une hauteur e si grande que les circonstances le permettront : car plus cette hauteur sera grande, plus aussi deviendra grand l'effet de la machine, & cela en même raison.

II. Ayant déterminé la hauteur e de la machine, la longueur des tuyaux horizontaux b sera déterminée par la vitesse de rotation de la machine. Ainsi, si l'on veut que le tems d'une révolution réponde au pendule $= q$, & qu'il soit $u = ve$, à cause de $\frac{2bb}{q} = u = ve$, on aura $b = V \frac{1}{2} v e q$. Par exemple, si l'on vouloit, que les révolutions s'achevassent en 2 secondes & qu'on prît $v = 2$, on auroit $q = 12, 66$ pieds, & $b = V eq$, & on ne perdroit que la dixieme partie de l'effet entier.

III. Ensuite connoissant la quantité d'eau D, que le reservoir fournit par seconde, on en déterminera la somme de toutes les ouvertures, par où l'eau sort des tuyaux horizontaux, cette somme étant $nhh = \frac{D}{2 V g (e + u)}$; où g marque la hauteur de 15, 625 pieds de Rhin. Il est indifferent combien de tuyaux on y veut appliquer, mais il conviendra que ce soient au moins deux, afin que la machine se maintienne d'autant mieux en équilibre.

IV. Quelque résistance que la machine ait à vaincre, on la peut réduire à un poids Q, qu'elle devroit élever, & pour l'endroit où ce poids doit être appliqué à la machine, on aura

$$\frac{c}{\mu} = \frac{D b}{Q V q} (V (e + u) - V u)$$

ou

ou bien il faudra appliquer ce poids à un tel endroit de la machine, que sa viteſſe devienne $= \frac{D b}{Q \sqrt{g}} (\sqrt{(e u + u u)} - u)$.

C. Q. F. T.

COROLL. I.

L'effet de la machine étant eſtimé par le poids Q multiplié par la hauteur, à laquelle il eſt élevé pendant une ſeconde, cet effet ſera $= 2 D (\sqrt{(e u + u u)} - u)$: d'où l'on voit que l'effet eſt proportionnel à la dépenſe d'eau D : & que le plus grand effet poſſible eſt $= D e$, qu'on obtiendroit s'il étoit $u = \infty$. Ainſi ce plus grand effet éleveroit préciſement autant d'eau à la hauteur $= e$, qu'il faut pour l'entretien de la machine.

COROLL. II.

Donc, ſi la viteſſe $\sqrt{u}$ n'eſt pas infinie, l'effet de la machine ſera moindre que le plus grand, & le dechet ſera $= 2 D (\frac{1}{2} e + u - \sqrt{(e u + u u)})$: donc la partie perduë ſur l'effet tout entier ſera $= \frac{e + 2 u - 2 \sqrt{(e u + u u)}}{e}$.

COROLL. III.

Puisqu'il faut donc perdre toujours quelque partie ſur l'effet tout entier, ſuppoſons qu'on ne veuille perdre que la $\frac{1}{\lambda}$ partie de l'effet tout entier $D e$: & alors ou aura $(1 - \frac{1}{\lambda}) e + 2 u = 2 \sqrt{(e u + u u)}$, d'où l'on tire la hauteur due à la viteſſe $u = \frac{(\lambda - 1)^2}{4 \lambda} e$. Ainſi la perte, qu'on veut ſouffrir étant donnée, ſavoir $\frac{1}{\lambda}$ partie de l'effet entier

entier, on trouvera aiſément la viteſſe, dont les bouts des tuyaux horizontaux doivent tourner, par cette table :

Perte	valeur de u	Perte	valeur de u	Perte	valeur de u
1	$0\ e$	$\frac{1}{7}$	$1\ \frac{2}{7}\ e$	$\frac{1}{13}$	$2\ \frac{10}{13}\ e$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}\ e$	$\frac{1}{8}$	$1\ \frac{17}{32}\ e$	$\frac{1}{14}$	$3\ \frac{1}{56}\ e$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}\ e$	$\frac{1}{9}$	$1\ \frac{7}{9}\ e$	$\frac{1}{15}$	$3\ \frac{4}{15}\ e$
$\frac{1}{4}$	$\frac{9}{16}\ e$	$\frac{1}{10}$	$2\ \frac{1}{40}\ e$	$\frac{1}{16}$	$3\ \frac{33}{64}\ e$
$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{5}\ e$	$\frac{1}{11}$	$2\ \frac{3}{11}\ e$	$\frac{1}{17}$	$3\ \frac{13}{17}\ e$
$\frac{1}{6}$	$1\ \frac{1}{24}\ e$	$\frac{1}{12}$	$2\ \frac{25}{48}\ e$	$\frac{1}{18}$	$4\ \frac{1}{72}\ e$

COROLL. IV.

Si l'on vouloit ſe contenter de la moitié de l'effet total, on auroit $u = \frac{1}{8} e$, & $b = \frac{1}{4} \sqrt{eq}$, ou bien $q = \frac{16 bb}{e}$, & partant on pourra rendre les révolutions auſſi vites qu'on voudra : & de plus on aura $\frac{c}{\mu} = \frac{D b \sqrt{e}}{Q \sqrt{2g}}$. Ou ſi l'on ne vouloit perdre que le tiers de l'effet total, on auroit $u = \frac{1}{3} e$, $b = \sqrt{\frac{1}{6} e q}$ ou $q = \frac{6 bb}{e}$ & $\frac{c}{\mu} = \frac{D b \sqrt{e}}{Q \sqrt{3g}}$. Et en général ſi l'on ne veut perdre que la partie $\frac{1}{\lambda}$ de l'effet total, on aura $u = \frac{(\lambda - 1)^2}{4\lambda} e$, $b = \frac{(\lambda - 1)}{2} \sqrt{\frac{eb}{2\lambda}}$ ou $q = \frac{8 \lambda bb}{(\lambda - 1)^2 e}$; & $\frac{c}{\mu} = \frac{D b \sqrt{e}}{Q \sqrt{\lambda g}} = \frac{(\lambda - 1) D e}{2 \lambda Q} \sqrt{\frac{q}{2g}}$.

COROLL. V.

Si nous poſons qu'une révolution de la machine ſe doive achever en θ ſecondes, nous aurons $\sqrt{\frac{1}{2} q} = \frac{\theta}{\pi} \sqrt{g}$, & partant nous au-

rons

rons pour l'endroit de l'application du poids Q cette équation $\frac{\varepsilon}{\mu} = \frac{(\lambda - 1)\,\theta\, D\, e}{2\pi\lambda\, Q}$: & pour la longueur des tuyaux horizontaux $b = \frac{(\lambda - 1)\,\theta}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{\lambda} e g}$; or pour la somme de leurs orifices on aura $n h h = (\lambda + 1) \sqrt{\frac{1}{\lambda} g e}$. D'où l'on voit que plus qu'on veut que le mouvement de rotation soit lent, plus doivent être longs les tuyaux horizontaux.

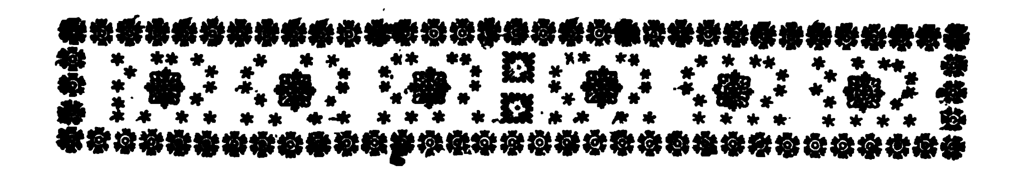
SCHOLIE.

Ayant vû que le plus grand effet d'une machine de cette façon monte à De, & quoiqu'il soit impossible d'obtenir cet effet, vû que la vitesse de rotation devroit être infinie, on peut pourtant approcher de ce plus grand effet si près, que la difference est presque insensible; cette espece de machine mérite bien toute notre attention. Car si nous comparons cet effet avec celui qu'on est capable de produire avec la même dépense d'eau D & la même hauteur e, en laissant choquer cette eau contre une rouë comme à l'ordinaire, l'effet qu'on en peut tirer monteroit à peine à $\frac{1}{6} De$: d'où il est clair que cette nouvelle maniere de profiter d'une dépense d'eau donnée est beaucoup plus avantageuse que les manieres ordinaires, attendu qu'elle est capable de produire un effet, qui est jusqu'à six fois plus grand. Une augmentation si considérable mériteroit donc bien, que les Mecaniciens apportassent tous leurs soins à découvrir les moyens, de rendre practicable cette nouvelle maniere de profiter d'une dépense d'eau, que fournit une source ou un reservoir; & il n'y a aucun doute qu'une telle application ne soit récompensée par des avantages très importants. Aussi ne trouvera-t-on pas dans l'exécution tant d'obstacles, qu'on se sera peut-être imaginé au commencement; le principal chan-

 gement

gement; qu'il faudroit faire dans l'arrangement des machines, reviendroit à ce que l'axe de la rouë principale, qui est immédiatement mise en mouvement par la force de l'eau, doit être vertical, au lieu qu'on lui donne ordinairement une situation horizontale : pour les autres difficultés, on trouvera aisément les moyens de les surmonter. Au reste quoique le calcul, sur lequel est fondé l'effet de cette nouvelle sorte de machines, ne soit pas à la portée de tout le monde, on peut aisément se convaincre de ses avantages, si l'on pense qu'en employant la même dépense d'eau suivant les methodes ordinaires, il s'en échape une bonne quantité, qui ne contribue rien au mouvement de la machine, & que celle qui frappe actuellement sur les aubes de la rouë, y produit un effet d'autant plus foible, plus le mouvement de la rouë sera rapide. Mais en mettant l'eau en action selon ce nouveau projet, aucune partie des forces, dont elle est susceptible, ne se perd inutilement, & le mouvement de la machine ne diminue pas l'effet des forces de l'eau : c'est en quoi consiste la veritable source des grands avantages de cette nouvelle manière.





ADDITION
AU MEMOIRE SUR LA COURBE QUE FORME UNE CORDE TENDÜE, MISE EN VIBRATION.

PAR M. D'ALEMBERT.

I.

Dans l'art XXII. de ce Mémoire j'ay trouvé par une methode très indirecte, que si $\Psi(t+s) - \Psi(t-s) = \Delta t . \Gamma s$, on aura $\Gamma s =$ sin Ms, & $\Gamma t =$ sin Mt ou cos Mt. Cette proposition est vraye & exacte dans le point de vûe, où je l'envisageois alors; mais ayant eu occasion depuis de la considérer d'une maniere plus générale, j'ay trouvé une maniere directe de resoudre le problème, qui donne lieu à quelques observations.

Soit $\Psi(t+s) - \Psi(t-s) = \Delta t . \Gamma s$; & soient differentiés les deux membres, en faisant varier t seulement, ou aura $\Gamma(t+s) - \Gamma(t-s) = \frac{d\Delta t}{dt} . \Gamma s$; soient ensuite differentiés les deux membres, en faisant varier s seulement, on aura $\Gamma(t+s) + \Gamma(t-s) = \Delta t . \frac{d\Gamma s}{dt}$; prenons maintenant ces deux derniéres équations, & differentions la premiére en faisant varier t seulement, la seconde en faisant varier s seulement, nous aurons $\Xi(t+s) - \Xi(t-s) = \frac{dd\Delta t}{dt^2} . \Gamma s$; & $\Xi(t+s) - \Xi(t-s) = \Delta t . \frac{dd\Gamma s}{ds^2}$; on aura donc

$dd\Delta t$

$\frac{dd\Delta t}{dt^2}.\ \Gamma s = \frac{dd\Gamma s}{ds^2}.\ \Delta t$: donc $\frac{dd\Delta t}{\Delta t.\ dt^2} = \frac{dd\Gamma s}{ds^2.\ \Gamma s}$; ces quantités doivent non ſeulement être égales, mais encore identiques, c'eſt à dire, qu'elles doivent être la même quantité, indépendamment d'aucune équation entre t & s. Donc $dd\Delta t = A\,dt^2.\ \Delta t$; & $dd\Gamma s = A\,ds^2.\ \Gamma s$, A marquant une conſtante quelconque. La premiere de ces deux équations donne ſuivant les régles connuës des Geometres $\Delta t = Mc^{t\sqrt{A}} + gc^{-t\sqrt{A}}$; & l'autre donne $\Gamma s = M'c^{s\sqrt{A}} + g'c^{-s\sqrt{A}}$; M, g, & M', g' étant des coëfficiens quelconques poſitifs ou négatifs, réels ou imaginaires. Donc $\Psi(t+s) - \Psi(t-s)$, ou $\Delta t.\Gamma s = MM'c^{(t+s)\sqrt{A}} + gg'c^{(-t-s)\sqrt{A}} + Mg'c^{(t-s)\sqrt{A}} + gM'c^{(-t+s)\sqrt{A}}$: donc $\Psi(t+s) = MM'c^{(t+s)\sqrt{A}} + gg'c^{(-t-s)\sqrt{A}}$, & $-\Psi(t-s) = Mg'c^{(t-s)\sqrt{A}} + gM'c^{(t+s)\sqrt{A}}$. Or comme $\Psi(t-s)$ doit être ſemblable à $\Psi(t+s)$, on aura $MM' = -Mg'$ & $gg' = -gM'$; donc $-g = M'$. donc $\Delta t = Mc^{t\sqrt{A}} + gc^{-t\sqrt{A}}$ & $\Gamma s = Mc^{s\sqrt{A}} - Mc^{-s\sqrt{A}}$.

Si l'on veut que $\Psi(t+s) - \Psi(t-s)$ ſoit $= o$, non ſeulement lorſque $s = o$, mais encore lorſque $s = l$, comme on le ſuppoſoit dans l'art. XXII. on trouve qu'alors $\sqrt{A}$ doit être une quantité imaginaire, & on aura $\Gamma s = k$ ſin Ns; de plus pour que Δt ſoit réel, il faut que $g = M$, M étant une quantité réelle, ou $g = -M$, M étant une quantité imaginaire $\frac{P}{2\sqrt{-1}}$; donc en ce cas $\Gamma s = k$ ſin. Ns & $\Delta t = R$ ſin. Nt ou B coſ Nt.

En général ſoit $\Phi(t+as) + \Psi(t+gs) = \Delta t.\Gamma s$, on aura 1°. $\frac{d\Delta t}{dt\Delta t}\ .\ \frac{ds\Gamma s}{d\Gamma s} = \frac{1}{a}$ ſi $\frac{1}{g} = \frac{1}{a}$;

2°. $dd\Delta t$

2°. $\frac{dd\Delta t}{\Delta t.\,dt^2} \cdot \frac{ds^2\Gamma s}{dd\Gamma s} = \frac{1}{aa}$, si $\frac{1}{gg} = \frac{1}{aa}$; 3°. $\frac{d^3\Delta t}{dt^3\Delta t}$ $\cdot \frac{ds^3\Gamma s}{d^3\Gamma s} = \frac{1}{a^3}$ si $\frac{1}{g^3} = \frac{1}{a^3}$; & ainsi de suite. Donc en général si $\frac{1}{g^n} = \frac{1}{a^n}$ on aura $d^n\Delta t = A\,dt^n \cdot \Delta t$; & $d^n\Gamma s = A\,ds^n\Gamma s.a^n$; équations qu'on integrera par les methodes connuës.

En effet soit $d^ny = ky\,dx^n$; Mr. *Euler*, a fait voir dans le Tome VII des *Miscellanea Berolinensia*, que cette équation s'integroit en supposant la résolution de l'équation $f^n = A$, & j'ay montré dans les Mémoires de l'Académie des Sciences de Prusse année 1748. p. 289. que cette équation se reduisoit toujours à l'intégration de n équations simples: par exemple si $n = 5$, on aura $du = Ay\,dx$; $dr = u\,dx$, $dt = r\,dx$, $ds = t\,dx$, & $dy = s\,dx$. Cette methode est sans doute un peu plus longue que celle de M. *Euler*, mais je la crois aussi plus rigoureuse & plus directe, & d'ailleurs elle s'étend à beaucoup d'autres cas que celui, qui est l'objet du mémoire de M. *Euler*. Je n'ay pas besoin de faire observer que l'équation $\frac{1}{a^n} = \frac{1}{g^n}$ est beaucoup plus générale que l'équation $\frac{1}{g} = \frac{1}{a}$, puisque celle-cy ne donne qu'une valeur de g en a, & qu'au contraire l'autre donne n valeurs de $\frac{g}{a}$ tant réelles qu'imaginaires; car $\sqrt[n]{1}$ a n valeurs differentes. Au reste, si la valeur de g en a doit être réelle, c'est àdire, si on suppose g & a réelles, alors g n'aura qu'une ou deux valeurs réelles, savoir $+a$ & $-a$; & dans le cas où $g = a$, le problème devient bien plus simple; car alors $\Phi(t+as) + \Psi(t+gs) = \Phi(t+as) + \Psi(t+as) = \Xi(t+as)$; & l'on a $\Xi(t+as) = \Delta t.\Gamma s$; d'où l'on tire

$a = \frac{d\Gamma s.\ \Delta t.\ dt}{ds.\ \Gamma s.\ d\Delta t}$; & par conféquent $\Delta t = \mathrm{M}\, c^{t\sqrt{A}}$; & $\Gamma s = \mathrm{M}\, c^{sa\sqrt{A}}$.

II.

M. *Euler* a traité dans les Mémoires de 1748. le probléme des cordes vibrantes par une methode entierement femblable à la mienne, quant à la partie éffentielle au problème, & feulement, ce me femble, un peu plus longue. Ce grand Geometre obferve, comme je l'ay fait art. XXVIII. de mon Mémoire, que la courbe formée par la corde au commencement de fon mouvement eft la même courbe que j'ay appellée *génératrice*. Mais je crois devoir avertir icy, de crainte que quelques lecteurs ne prennent mal le fens de fes paroles, que pour avoir cette courbe génératrice, il ne fuffit pas de transporter la courbe initiale alternativement au deffus & au deffous de l'axe; il faut de plus que cette courbe ait les conditions que j'ay exprimées dans mon mémoire, c'eft à dire que fi on fuppofe $y = \Sigma$ pour l'équation de la courbe initiale, il faut que Σ foit une fonction impaire de s, & qu'en général les ordonnées diftantes l'une de l'autre de la quantité $2l$, foient égales; ce qui ne peut avoir lieu, à moins que la courbe ne foit mechanique, & telle que je l'ay déterminée dans mon Mémoire. Dans tout autre cas le problème ne pourra fe réfoudre, au moins par ma methode, & je ne fay même s'il ne furpaffera pas les forces de l'analyfe connuë. En éffet on ne peut ce me femble exprimer y analytiquement d'une manière plus générale, qu'en la fuppofant une fonction de t & de s. Mais dans cette fuppofition, on ne trouve la folution du problème que pour les cas où les differentes figures de la corde vibrante peuvent être renfermées dans une feule & même équation. Dans tous les autres cas il me paroit impoffible de donner à y une forme générale.

III.

Dans le Mémoire que j'ay donné fur la vibration des cordes, j'ay trouvé qu'en fuppofant la force de tenfion $= pml$, l la maffe de la corde

corde, T le tems d'une vibration de la corde, θ le tems employé par un corps pesant à tomber de la hauteur a, on a $\theta : T = \sqrt{2aml} : l$. En général soit Φ la force de tension ou le poids qui lui seroit égal, M la masse de la corde, on aura au lieu de $\frac{pml}{l}$, $\frac{\Phi}{M}$; & au lieu de de ml, $\frac{l\Phi}{Mp} = \frac{l\Phi}{P}$, en nommant P le poids de la corde, donc θ: $T = \sqrt{\frac{2al\Phi}{P}} : l$; donc $T = \frac{\theta l \sqrt{P}}{\sqrt{2al\Phi}}$: or si $\theta = 1^{sec}$. on aura $a = 15$ pieds à peuprés; donc on a $T = 1^{sec} . \frac{\sqrt{l}}{\sqrt{30}} . \frac{\sqrt{P}}{\sqrt{\Phi}}$, quelque figure que prenne la corde; cette équation aura du moins lieu, si la figure de la corde est renfermée dans l'équation générale que j'ai déterminée dans mon Mémoire. Il est même bien vraisemblable qu'en général quelque figure que la corde prenne, le tems d'une vibration sera toujours le même; & c'est ce que l'experience paroit confirmer; mais cequ'il seroit difficile, peut-être impossible, de démontrer en rigueur par le calcul. Au reste on pourroit faire telle hypothese pour resoudre ce problême, qui donneroit une valeur de T differente de celle que nous venons de trouver: par exemple, si on régardoit la corde comme un fil élastique sans masse, tendu par une force Φ, & chargé en son milieu d'un poids $= P$, on trouveroit, en appellant 2π le rapport de la circonference au rayon, que le tems d'une vibration seroit $1^{sec} . \frac{\sqrt{l}}{2\sqrt{15}} . \frac{\pi\sqrt{P}}{\sqrt{\Phi}}$; expression differente de la précedente, & qui par conséquent donneroit une valeur fausse pour le tems des vibrations de la corde. Je crois donc que si on veut déterminer les vibrations de la corde par la methode que j'ay exposée à la fin de mon Mémoire, art. XLIV; il ne suffit pas de supposer la corde chargée de deux ou trois poids, mais il en faut supposer un nombre

assez

assez considérable, sans quoy il y auroit à craindre que le problême ne fut pas assez exactement résolu.

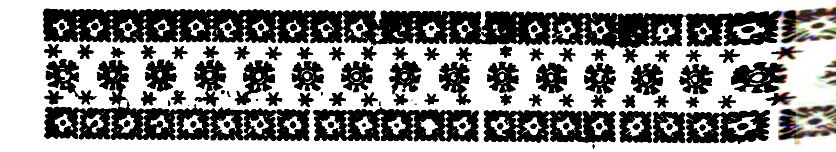
IV.

Il est visible par les formules précedentes qu'à tension & à grosseurs égales le nombre de vibrations dans un même tems est en raison inverse de la longueur des cordes. Comme le son plus ou moins aigu des cordes dépend du nombre de vibrations plus ou moins grand qu'elles font dans un tems donné, c'est sans doute pour cette raison que quelques Auteurs modernes très habiles ont cru pouvoir répresenter les sons par les logarithmes des rapports de la longueur des cordes. Cette idée est ingénieuse, & paroit même fondée sur la maniere de parler usitée en acoustique & en musique, lors qu'on dit que si quatre cordes *a*, *b*, *c*, *d*, sont en proportion Geometrique, l'intervalle des sons rendus par *a* & par *b*, sera *égal* à l'intervalle des sons rendus par *c*, & par *d*; d'où l'on a cru pouvoir conclure que les logarithmes des rapports $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$, répresentoient les intervalles des sons. Mais on n'a pas prétendu sans doute, que cette conclusion fût autre chose qu'une supposition purement arbitraire, les mots *d'intervalle* des sons, *d'égalité* ou de *difference des intervalles*, ne sont que des manieres de parler abrégées, aux quelles il ne faut pas attribuer plus d'etenduë qu'elles n'en ont. Les sons ne sont que des sensations, & par conséquent n'ont réellement aucun rapport entr'eux; on ne peut pas comparer les sons plus que les couleurs, il ne faut qu'un peu d'attention pour le sentir; de plus, quand ils auroient entr'eux quelque rapport, ce seroit fort improprement qu'on représenteroit ce rapport par des logarithmes, comme je l'ay fait voir dans un autre Ecrit, où j'ay examiné si les logarithmes sont réellement la mesure des rapports.

Mémoires de 1749 *pag.* 372 *lig.* 6, au lieu de 1741 *lis.* 1748.

* * * * * * * * *

ADDI-



ADDITIONS
AUX RECHERCHES SUR LE CALCUL INTEGRAL.
PAR M. D'ALEMBERT.

I.

Je commencerai ces additions par faire remarquer à mes Lecteurs une erreur de calcul, qui s'est glissée dans l'art. IX. de mon Mémoire sur *le calcul integral*, Vol. de 1748. au lieu de la quantité positive $+ dl \int \frac{du\sqrt{u}}{2\sqrt{k+lu+mu^2+nu^3}}$ pag. 258. lig. 12, il faut lire la même quantité avec le signe $-$; d'où l'on tirera $\int \frac{du\sqrt{u}}{\sqrt{k+lu+mu^2+nu^3}} = \frac{\Phi}{o}$; ainsi Φ est $= o$, & l'on ne peut tirer de notre calcul la valeur de $\int \frac{du\sqrt{u}}{\sqrt{(k+lu+mu^2+nu^3)}}$. Il reste donc encore incertain si cette integrale dépend de la rectification seule des sections coniques, dans le cas ou $4ln = mm$; au reste cette proposition ne tombant que sur un cas particulier, & très limité, n'influë en rien sur les methodes générales qui se trouvent dans mon Mémoire. Elle n'influë non plus en rien, comme on pourroit se l'imaginer, sur la methode singuliére de l'art. XIX. pour prouver la proposition qui fait le sujet de cet article. En effet tout l'artifice de la démonstration se réduit aux deux propositions suivantes:

21 Juin 1752.

1°.

1°. $\frac{du}{u\sqrt{\phi+\frac{u}{m}}.\sqrt{\alpha+\beta u+uu}}$ dépend de la rectification des sections coniques, & de l'intégration de $\frac{dx}{\overline{a+bx+cxx}^{\frac{q}{2}}.\overline{e+fx+gxx}^{\frac{s}{2}}}$, $a+bx+cxx$ ayant ses racines réelles, pourvû que a, b, c, e, f, g, soient tels que le coefficient de $\frac{du}{\sqrt{\phi+\frac{u}{m}}.\sqrt{\alpha+\beta u+u^2}}$ ne soit pas $=o$.

2°. En faisant $\frac{\phi+\frac{u}{m}}{A+Bu-uu}=$ non pas seulement $\frac{1}{Bz+\frac{A}{\phi}}$, mais en général $\frac{1}{Mz+N}$, M & N étant des nombres quelconques, on pourra reduire l'intégration de $\frac{du}{u\sqrt{\phi+\frac{u}{m}}.\sqrt{A+Bu-uu}}$ à celle de la quantité $\frac{dz}{z\sqrt{K+Lz}.\sqrt{Q+Pz+zz}}$, Q étant positif, & dans laquelle les coëfficiens Q, P, K, L dépendent de M & de N, qu'on peut supposer telles qu'on veut, pourvû que Q soit positif. Donc l'intégration de cette dernière quantité peut se réduire à celle d'une differentielle $\frac{dx}{(a+bx+cxx)^{\frac{q}{2}}.(e+fx+gxx)^{\frac{s}{2}}}$, dans laquelle $a+bx+cxx$ aura ses racines réelles. Il faut seulement éviter qu'il n'y ait entre les coëfficiens a, b, c, e, f, g, une certaine équation : or dans ce cas-cy on est toujours le maitre d'empêcher que cette équation n'ait lieu ; puisque les coëfficiens a, b, c &c. dépendent de Q, P, K, L &c. & ceux-cy de M & de N qu'on peut prendre à volonté. Donc &c.

II.

DE LA QUADRATURE DES COURBES, DONT LES ÉQUATIONS ONT TROIS OU QUATRE TERMES.

Quoyque cette matiére ait déjà été traitée par plusieurs sçavans Géometres, entr'autres par Mrs. *Newton*, *Craig*, & *Herman*, je crois qu'elle peut l'être encore d'une maniére plus simple & plus générale.

Soit $Ay^{\lambda} + By^{\mu}x^{\sigma} + Cx^{\tau} = o$ une équation à 3 termes & soit proposé de trouver l'aire $\int y\,dx$ de la courbe à laquelle appartient cette équation. On supposera $y = x^{r}u$, r étant un coëfficient constant indéterminé, & u une variable indéterminée, & l'on aura la transformée $Ax^{r\lambda-\tau}u^{\lambda} + Bx^{r\mu+\sigma-\tau}u^{\mu} + C = o$. Si on peut tirer de cette équation la valeur de x en u, il est clair qu'on pourra avoir la valeur de $y\,dx$ en u & du; car $y\,dx = x^{r}u\,dx$. Or on peut tirer de l'équation précédente la valeur de x en u dans tous les cas suivans. 1°. si $r\lambda - \tau = o$. 2°. si $r\mu + \sigma - \tau = o$. 3°. si $r\lambda - \tau = r\mu + \sigma - \tau$. 4°. si $r\lambda - \tau = 2(r\mu + \sigma - \tau)$. 5°. si $r\lambda - \tau = \frac{1}{2}(r\mu + \sigma - \tau)$. Dans chacun de ces differens cas on aura la valeur de l'indéterminée r. Ainsi on peut toujours reduire la quadrature d'une courbe dont l'équation a trois termes, à l'intégration d'une quantité $x^{r}u\,dx$, dans laquelle on aura la valeur de x en u.

Pour savoir maintenant en quels cas la courbe sera quarrable, il faudra se rappeller les Théoremes suivans.

1°. $u^{m}du\,(a + bu^{n})^{p}$ est intégrable, si p est un nombre positif, m & n étant quelconques; à moins que $\frac{m+1}{-n}$ ne soit un nombre positif $=$ ou $< p$, au quel cas un des termes s'intégrera par logarithmes.

 2°.

2°. La même differentielle s'intégre encore si $\frac{m+1}{n}$ est égal à un nombre entier positif, à moins que p ne fut un nombre entier négatif $=$ ou $< \frac{-m-1}{n}$, auquel cas on intégrera par logarithmes.

3°. La même differentielle s'intégre si $\frac{m+1}{-n} - p$ est égal à un nombre entier positif, à moins que $-p-1$ ne soit un nombre entier positif.

Pour découvrir les cas où la courbe peut se quarrer par la quadrature des sections coniques, il faut de même se rappeller.

1°. Que $u^m du (a + bu^n)^p$ est reductible à une differentielle rationnelle, si p est un nombre entier quelconque négatif, m & n étant d'ailleurs tout ce qu'on voudra. Mém. 1746. p. 196. art. XII. N°. 1.

2°. Qu'il en est de même si $\frac{m+1}{n}$ ou si $\frac{m+1}{-n} - p$ sont des nombres entiers negatifs : c'est dequoi on se convaincra facilement, en faisant dans le premier cas $u^n = z$ & $a + bz = t$; ou bien $u = \frac{1}{z}$; $z^n = t$ & $at + b = s$.

3°. Si on fait $u^n = t$, on trouvera encore que la proposée est reductible à une differentielle rationnelle, si $p = \frac{q}{2}$ & $\frac{m+1}{n} - 1 = \frac{r}{2}$, q & r étant des nombres impairs positifs ou negatifs.

4°. La même chose aura lieu, si $p = \frac{q}{2}$ & $\frac{m+1}{-n} - p - 1 = \frac{r}{2}$.

Pour trouver de même les cas où la quadrature de la courbe proposée se réduit à la rectification des sections coniques, il n'y a qu'à

qu'à suppofer $u^n = t^2$, ou t^3, ou t^4 & comparer enfuite la transformée aux differentes formules que j'ay données dans les Mem. de 1746. & 1748.

Soit maintenant $Ay^\lambda + By^\mu x^\sigma + Cx^\varrho y^\theta + Dx^\tau = 0$ une équation à 4 termes, & foit fait $y = x^r u$; on aura la transformée $Ax^{r\lambda-\tau}u^\lambda + Bx^{r\mu+\sigma-\tau}u^\mu + Cx^{\theta r+\varrho-\tau}u^\theta + D = 0$. Or on peut tirer de cette équation la valeur de x en u dans tous les cas fuivans.

1°. fi $r\lambda - \tau = 0$ & $r\mu + \sigma - \tau = 0$.
2°. fi $r\lambda - \tau = 0$ & $\theta r + \varrho - \tau = 0$.
3°. fi $r\mu + \sigma - \tau = 0$ & $\theta r + \varrho - \tau = 0$.
4°. fi $r\lambda - \tau = 0$ & $r\mu + \sigma - \tau = \theta r + \varrho - \tau$
5°. fi $r\mu + \sigma - \tau = 0$ & $r\lambda - \tau = \theta r + \varrho - \tau$
6°. fi $\theta r + \varrho - \tau = 0$ & $r\lambda - \tau = r\mu + \sigma - \tau$
7°. fi $r\lambda - \tau = 0$ & $r\mu + \sigma - \tau = 2(\theta r + \varrho - \tau)$
8°. fi $r\lambda - \tau = 0$ & $r\mu + \sigma - \tau = \frac{1}{2}(\theta r + \varrho - \tau)$
9°. fi $r\mu + \sigma - \tau = 0$ & $r\lambda - \tau = 2(\theta r + \varrho - \tau)$
10°. fi $r\mu + \sigma - \tau = 0$ & $r\lambda - \tau = \frac{1}{2}(\theta r + \varrho - \tau)$
11°. fi $\theta r + \varrho - \tau = 0$ & $r\lambda - \tau = 2(r\mu + \sigma - \tau)$
12°. fi $\theta r + \varrho - \tau = 0$ & $r\lambda - \tau = \frac{1}{2}(r\mu + \sigma - \tau)$
13°. fi $r\lambda - \tau = r\mu + \sigma - \tau$ & $r\lambda - \tau = 2(\theta r + \varrho - \tau)$
14°. fi $r\lambda - \tau = r\mu + \sigma - \tau$ & $r\lambda - \tau = \frac{1}{2}(\theta r + \varrho - \tau)$.
15°. fi $r\lambda - \tau = \theta r + \varrho - \tau$ & $r\lambda - \tau = 2(r\mu + \sigma - \tau)$
16°. fi $r\lambda - \tau = \theta r + \varrho - \tau$ & $r\lambda - \tau = \frac{1}{2}(r\mu + \sigma - \tau)$
17°. fi $r\mu + \sigma - \tau = \theta r + \varrho - \tau$ & $r\mu + \sigma - \tau = 2(r\lambda - \tau)$
18°. fi $r\mu + \sigma - \tau = \theta r + \varrho - \tau$ & $r\mu + \sigma - \tau = \frac{1}{2}(r\lambda - \tau)$ Ces

Ces differentes conditions donneront deux valeurs de τ, qui étant comparées, il en résultera une équation entre les exposans μ, λ, σ &c. de sorte qu'on ne peut réduire que dans certains cas la quadrature de la courbe à l'intégration d'une differentielle $x^{\gamma} u dx$ dans laquelle x soit donnée en u.

On pourra découvrir encore dans ce cas-cy, comme dans le cas des équations à trois termes, les courbes qui seront quarrables, ou absolument, ou par la quadrature des sections coniques, ou par leur rectification; mais le calcul en sera plus pénible.

III.
DE L'INTÉGRATION DES ÉQUATIONS DIFFERENTIELLES DU PREMIER ORDRE À DEUX VARIABLES.

Dans les Mém. de 1748, j'ay donné des méthodes pour intégrer certaines équations differentielles à deux variables x, y; ces méthodes ont principalement pour objet les cas où $\frac{dx}{dy}$ se trouve élevé à differentes puissances; de maniére qu'il soit difficile de tirer la valeur de $\frac{dx}{dy}$ en x & en y. Par exemple dans le cas de $\frac{x}{y} = \varphi \frac{dx}{dy}$ ou $\frac{x}{y} = \varphi z$, qui est celui des équations homogenes, il pourroit être souvent très difficile de tirer la valeur de $\frac{dx}{dy}$ en $\frac{x}{y}$, pour reduire ces équations à la methode de Mr. *Bernoulli*. Celle que j'ay donné dispense de prendre cette peine, & apprend en général à intégrer toute équation $x = y\varphi z$, φz étant une fonction quelconque de z, même qui renferme des signes $\int$.

Mais cette methode même paroit d'abord assez limitée, en ce qu'elle suppose qu'on ait la valeur de $\frac{x}{y}$ exprimée en z. Pour résoudre

foudre donc plus généralement encore le cas des équations homogènes, supposons qu'on fasse $\frac{dx}{dy} = z$ & $x = yk$; l'équation proposée se changera en une équation algébrique quelconque entre y & k. Ayant construit la courbe dont cette équation est le lieu, on aura pour chaque z la correspondante k ; & pour chaque k la correspondante z. Or puisque $x = yk$ & $dx = zdy$; donc $zdy = ydk + kdy$, & $\frac{dy}{y} = \frac{dk}{z-k}$, donc on aura la valeur de y, en construisant & en quarrant la courbe dont les abscisses sont k & les ordonnées $\frac{1}{z-k}$.

IV. On peut de même intégrer toutes les équations dans lesquelles en faisant $y^p z^q = k$ on a une équation entre x & k. Car on construira d'abord l'équation entre x & k, ensuite on remarquera que $y^{\frac{p}{q}} z = k^{\frac{1}{q}}$ ou $dx . k^{-\frac{1}{q}} = dy . y^{\frac{-p}{q}}$; donc comme l'on a la valeur de k pour chaque x, on aura pour chaque x la valeur de y.

V. Soit proposé de trouver les conditions d'integrabilité de l'équation

$$dx + \frac{fx\,dy}{y} = \frac{y^k x^r dy \Delta \frac{x}{y^n} + y^t x^s dx \Xi \frac{x}{y^n}}{y^m x^p \Phi \frac{x}{y^n} + y^q x^t \Gamma \frac{x}{y^n}}$$

soit $x = y^n u$, & faisant $n = -f$, on aura l'équation suivante

$$y^f du = \frac{y^{k-fr} dy \Delta u . u^r + y^{-f+t-fs} u^s \Xi u . du - f y^{-f+t-fs-1} u^{s+1} dy \Xi u}{y^{m-pf} u^p \Phi u + y^{q-hf} u^h \Gamma u}:$$

or cette équation sera intégrable, toutes les fois qu'elle pourra se réduire à cette forme $V y^\lambda dy + V' y^{\lambda+1} du + V'' y^\mu du = 0$;

V,

V, V', & V'' étant des fonctions de u; ce qui arrivera dans differens cas dont l'enumeration est facile. Il est visible au reste que l'équation $dx - \frac{x\,dy}{y} = \frac{dy\,\Delta\frac{x}{y}}{\Phi\frac{x}{y} + y^p\Gamma\frac{x}{y}}$ n'est qu'un cas particulier de ce probléme. Voyez Mém. 1748. pag. 281.

VI. Jusqu'à présent les Géometres ont cherché les cas d'integrabilité des équations à trois & quatre termes, en déterminant les cas où ces équations peuvent être réduites à l'homogeneïté: mais en ces cas les conditions d'integrabilité ne tombent que sur les exposans: on en auroit trouvé davantage si on eut fait aussi tomber les conditions sur les coëfficiens. Soit, par exemple, $x\,dy + gy\,dx + ax^n\,dx + by^n\,dy = o$, & soit fait $x = y^r u$, on aura $y^r u\,dy + gy(ry^{r-1}\,dy.\,u + y^r\,du) + ay^{rn}u^n(ry^{r-1}u\,dy + y^r\,du) + by^n\,dy = o$; d'où l'on voit que l'équation est intégrable si $gr + 1 = o$, & si $rn + r - 1 = n$; c'est à dire si $g = -1$. En général soit $ax^n\,dx + by^n\,dy + (x\,dy - y\,dx)\left(\frac{p}{q} + \frac{\pi}{\omega}\right) = o$, p & q étant des fonctions homogénes de x & de y, mais de differentes dimensions, si l'on veut, & π, ω, étant aussi des fonctions homogénes, dont la difference des dimensions soit $n - 1$, on aura en faisant $x = yz$, la transformée $ay^n z^n(y\,dz + z\,dy) + by^n\,dy - yy\,dz\,.\,(y^k\Delta z + y^{n-1}\Phi z) = o$, équation intégrable. Il en est de même d'un grand nombre d'autres cas, mais je laisse ces recherches à suivre à d'autres.

VII.

SUR L'INTEGRATION DE L'EQUATION

$$d^n y + a d^{n-1} y dx + b d^{n-2} y dx^2 \ldots\ldots + X dx^n$$

Dans les Mémoires de 1748. p. 289 art. LIII; j'ay donné une méthode générale pour construire ces sortes d'équations. M. *Euler* dans le Vol. VII. des *Miscellanea Berolinensia*, a aussi donné une méthode pour construire ces mêmes équations dans le cas où $X = o$; cette methode consiste à supposer $y = A c^{fx}$, à résoudre ensuite l'équation $f^n + a f^{n-1} + b f^{n-2} \ldots$ &c. $= o$, puis supposant que f, g, h, soient les racines de cette équation, on fera $y = A c^{fx} + B c^{gx} + D c^{hx}$ &c. A, B, D étant des coëfficiens tout à fait arbitraires.

Si d'un côté cette methode est plus simple que celle qui résulte de ma solution générale, de l'autre on ne voit pas clairement, ce me semble, que l'integrale donnée par M. *Euler* renferme toutes les integrales possibles de l'équation proposée, car s'il est évident qu'en faisant $y = A c^{fx}$ l'integration reüssira, il n'est pas aussi évident qu'elle ne reüssira que dans ces cas-là.

Mais en rapprochant de ma solution celle de M. *Euler*, on peut s'assurer que celle-cy est générale. En effet il est facile de reconnoître par ma solution, qui donne la valeur générale de y, que y doit en effet être exprimé par un certain nombre de termes $A c^{fx} + B c^{gx}$ &c. Car dans le cas, pas exemple, où l'équation differentielle est du 3e. degré, ma solution donne $My + Nx + Rz = Ku$; $M'y + N'x + R'z = K'u'$; $M''y + N''x + R''z = K''u''$; & de plus $du + \rho u dx = o$, $du' + \rho' u' dx = o$, $du'' + \rho'' u'' dx = o$. donc &c.

Lorsque

Lorsque, dans la solution de M. *Euler*, & dans la nôtre, on trouve les valeurs de f égales, par exemple lorsque $f = g$, alors on écrira ainsi la valeur de y; $y = Ac^{fx + \alpha x} + Bc^{fx + \varrho x}$, α & ϱ étant des quantités infiniment petites, donc $y = (A + B)c^{fx} + (A\alpha x + B\varrho x)c^{fx} = (l + mx)c^{fx}$, l & m étant des coëfficiens quelconques. Comme il n'y a dans l'équation $y = Ac^{fx + \alpha x} + Bc^{fx + \varrho x}$, que deux coëfficiens A, B, & deux quantités infiniment petites α, ϱ, absolument arbitraires, il n'est pas nécessaire de pousser l'expression de $c^{fx + \alpha x}$ & celle de $c^{fx + \varrho x}$ jusqu'à plus de deux termes $c^{fx} + \alpha x c^{fx}$, & $c^{fx} + \varrho x c^{fx}$.

Si f a 3 valeurs égales, comme il y a pour lors trois coëfficiens A, B, D, on supposera $y = Ac^{fx + \alpha x} + Bc^{fx + \varrho x} + Dc^{fx + \sigma x}$ & au lieu de $c^{fx + \alpha x}$, on écrira sa valeur approchée $c^{fx} + \alpha x c^{fx} + \frac{1}{2}\alpha\alpha x x\, c^{fx}$; & ainsi des autres, en poussant jusqu'à trois termes, ce qui donnera $y = (l + mx + nxx)c^{fx}$.

Quand une des valeurs de f est $= o$, alors c'est une marque qu'il se trouve quelque terme tout constant dans l'expression de y: car si $f = o$, on a $c^{fx} = c^{o} = 1$. En effet, soit par exemple $d^3y + addy\,dx + b\,dy.dx^2 = o$, on aura une équation du 3e degré $f^3 + aff + bf = o$; donc $y = Ac^{fx} + Bc^{gx} + D$; ce qui se trouvera encore d'une autre maniere en faisant $dy = z\,dx$; & $z = A'c$

$z = A' c^{fx}$; car alors on aura $y = \int z\, dx + D$, & $z = A' c^{fx} + B' c^{gx}$.

Quand f a plusieurs valeurs égales à zero, on les représentera par $c^{\alpha x}$, $c^{\varrho x}$, $c^{\sigma x}$, ϱ, α, & σ étant des quantités infiniment petites ; s'il y a 3 valeurs, égales a zéro, on écrira $1 + \alpha x + \frac{1}{2} \alpha\alpha xx$, au lieu de $c^{\alpha x}$ & ainsi des autres ; de sorte que s'il y a, par exemple, 5 valeurs de f, deux réelles, & trois égales à zéro, on aura $y = A c^{fx} + B c^{gx} + l + mx + nxx$: on peut le trouver autrement par cet exemple. Soit $d^5 y + a d^4 y\, dx + b d^3 y\, dx^2 = o$, on aura $f^5 + af^4 + bf^3 = o$; donc $y = A c^{fx} + B c^{gx} + l + mx + nxx$; or faisant $dy = z\, dx$, $dz = q\, dx$, $dq = r\, dx$, on aura $ddr + a\, dr\, dx + b\, r\, dx^2 = o$, en supposant $r = A' c^{fx}$, on trouvera $r = A' c^{fx} + B' c^{gx}$; $q = \int r\, dx + E$; $z = \int q\, dx + H$; $y = \int z\, dx + L$; donc $y = A c^{fx} + B c^{qx} + l + mx + nxx$.

Si les racines sont imaginaires, par exemple, si $f = m + n\sqrt{-1}$ on aura $y = c^{mx} . (A c^{nx\sqrt{-1}} + B c^{-nx\sqrt{-1}})$; & cette quantité deviendra réelle, si on le juge à propos, en supposant A & B imaginaires & de differens signes ; dans le premier cas on aura $y = c^{mx} . L \cos nx$; dans le second on aura $y = c^{mx} . G \sin nx$. donc en général $y = c^{mx} . (L \cos nx + G \sin nx) = H c^{mx} . [\sin (nx + R)]$.

Lors-

Lorsque le terme $X dx^n$ se trouve dans l'équation, le probléme se réduit par ma methode à l'intégration de l'équation $du + \varrho u dx + \mathcal{C} X dx = o$, ϱ & $\mathcal{C}$ étant des constantes ; ainsi il faudra prendre $y = A c^{fx} + B c^{gx} + D c^{hx}$ &c. $+ E c^{fx} \int c^{-fx} X dx + F c^{gx} \int c^{-gx} X dx + G c^{hx} \int c^{-hx}$ &c. après avoir fait la substitution, on égalera à zéro les coëfficiens de tous les termes analogues, & on aura la valeur complette de y.

Pour faire ce calcul plus aisément, on remarquera qu'en général si on suppose $E c^{fx} \int c^{-fx} X dx = R$, on aura $dR = E X dx + E f dx . R$; par conséquent $ddR = E d X dx + E f dx . (E X dx + E f R dx)$; & ainsi de suite.

S'il y a des racines égales, par exemple, si $f = g$, alors au lieu des deux termes $E c^{fx} \int c^{-fx} X dx + F c^{gx} \int c^{-gx} X dx$; il faut écrire $E c^{fx} \int c^{-fx} X dx + G x c^{fx} \int c^{-fx} X dx - G c^{fx} \int x c^{-fx} X dx$; c'est de quoi on se convaincra aisément, en écrivant $c^{fx + \alpha x} = c^{fx} + \alpha x c^{fx}$ au lieu de c^{fx}, & $c^{fx} + \varrho x c^{fx}$ au lieu de c^{gx}.

S'il y a plusieurs racines égales à zéro, par exemple si $f = o$, $g = o$, alors il faudra écrire $E \int X dx + G x \int X dx - G \int X x dx$; on voit aisément le procedé qu'il faudroit suivre s'il y avoit plus de deux racines égales, ou plus de deux racines égales à zéro.

J'ay fait voir à la fin de mon Mémoire sur les cordes vibrantes (art. XLVII.) comment ma methode générale pouvoit s'abréger dans certains cas. Par exemple, si on a $d^4 y + A y dx^4 + X dx^4 = o$. il ne sera pas nécessaire d'employer quatre équations du premier dégré, mais

mais seulement deux du second, qui se réduiront à une, & celle-cy à deux du premier. De même l'équation $d^8y + Ad^4y\,dx^4 + By\,dx^8 + X\,dx^8 = s$, se réduira à deux du quatrieme, qui se réduiront à une ; celle-cy à deux du second, qui se reduiront aussi à une ; & enfin celle-cy à deux du premier.

Mais il est encore plus important de remarquer que toutes les équations dont j'ay traité dans les Mémoires de 1748. depuis l'art. XLII. jusqu'à la fin, peuvent s'integrer en donnant aux variables qu'elles renferment, une forme convenable, toujours facile à trouver par ma methode. Soit, par exemple, proposé d'integrer

$$dx + a\,dy + T\,(cx + ey)\,dt + \theta\,dt = o$$
$$dy + b\,dx + T\,(fx + gy)\,dt + \varepsilon\,dt = o$$

(voyez Mémoires 1748. p. 285 & 286 art. XLV. & XLVI ;) on supposera

$$x = Ac^{f\int T\,dt} + Bc^{g\int T\,dt} + c^{f\int T\,dt}\int c^{-f\int T\,dt}.(E\theta + H\varepsilon)\,dt + c^{g\int T\,dt}\int c^{-g\int T\,dt}.(L\theta + M\varepsilon)\,dt\,;\; y = A'c^{f\int T\,dt} + B'c^{g\int T\,dt} + c^{f\int T\,dt}\int c^{-f\int T\,dt}.(E'\theta + H'\varepsilon)\,dt + c^{g\int T\,dt}\int c^{-g\int T\,dt}.(L'\theta + ME)\,dt\,;$$

& ainsi des autres.

De même si on a
$$dx + (ax + by + cz)\,dt = o$$
$$dy + (ex + fy + gz)\,dt = o$$
$$dz + (hx + my + nz)\,dt$$

on supposera $x = Ac^{ft} + Bc^{gt} + Hc^{ht}$; $y = A'c^{ft} + B'c^{gt} + H'c^{ht}$; $z = A''c^{ft} + B''c^{gt} + H''c^{ht}$; & ainsi des autres cas plus compliqués. En voilà, ce me semble, assez pour faire connoître

tre & pratiquer la methode, que je laisse à d'autres à détailler. Il suffit d'observer en général que la forme qu'on donnera aux valeurs indéterminées de x & de y, dépend de deux choses: 1°. de la forme de la valeur de u dans l'équation finale; 2°. du nombre d'équations du premier dégré auxquels le problème se réduira, ou, ce qui est la même chose, du nombre des valeurs de u, u', u'' &c. toutes représentées par des équations finales, semblables, & de differens coëfficiens.

VIII. Soit l'équation differentielle du second degré $ddu + \xi du dx + uX dx + \zeta dx = o$, ξ, X & ζ étant des fonctions de x; on propose de réduire cette équation à une du premier degré.

On fera $du + t\,Q\,dx = o$, t & Q étant deux indéterminées; & substituant pour du sa valeur, puis divisant par Q, on aura $dt + \frac{t\,dQ}{Q}\frac{dx}{dx} + \xi t\,dx - \frac{uX\,dx}{Q} - \frac{\zeta\,dx}{Q} = o$; ensuite ajoutant ensemble les deux équations, on aura $du + dt + dx\,(t\,Q + \frac{t\,dQ}{Q\,dx} + \xi t - \frac{uX}{Q}) - \frac{\zeta\,dx}{Q} = o$. Or cette équation seroit intégrable, si elle pouvoit se réduire à la forme $du + dt + dx\,(u+t)\,P - \zeta\frac{dx}{Q} = o$ P & Q étant des fonctions de x. Dans cette hypothese on auroit une valeur de $u + t$ en x, & la valeur de u qui en résulte étant substituée dans $du + t\,Q\,dx = o$, on auroit une équation intégrable, d'où l'on tireroit la valeur de t, & par conséquent celle de u. Or pour que $t\,Q + \frac{t\,dQ}{Q\,dx} + \xi t - \frac{uX}{Q}$ soit $= (u+t)\,P$. il faut que $-\frac{X}{Q} = \xi + Q + \frac{dQ}{Q\,dx}$; d'où l'on tire $X\,dx + \xi\,Q\,dx + QQ\,dx + dQ = o$. Donc toutes les fois qu'on pourra intégrer cette équation, on pourra intégrer la proposée.

CO-

COROLL. I.

Donc si l'équation proposée est telle, qu'en faisant $\zeta = o$, elle soit intégrable, elle le sera aussi dans les cas où ζ sera une fonction quelconque, car soit $\zeta = o$, & supposons suivant la methode donnée par M. *Euler* Tom. III. des Mémoires de Petersbourg, $u = c^{\int y dx}$, on trouvera $X dx + \xi y dx + yy dx + dy = o$, équation intégrable puisque l'on a (hyp) la valeur de u en x & que $y = \frac{du}{u\,dx}$. Or cette équation est absolument la même que $X dx + \xi Q dx + QQ dx + dQ = o$. Donc &c.

REMARQUE I.

Si la quantité ξ qui multiplie du dans l'équation, contient un terme de cette forme $\frac{A}{x}$; on pourra toujours le faire disparoitre, excepté dans le cas où A sera $= + 1$. Car soit divisée l'équation par dx, & soit mis le premier terme sous cette forme $d\left(\frac{du}{dx}\right)$, afin de faire varier tout ce qu'on voudra, on aura donc au lieu de $ddu + \frac{A du dx}{x}$ les termes $d\left(\frac{du}{dx}\right) + \frac{A du}{x} = \frac{ddu}{dx} - \frac{du\,ddx}{dx^2} + \frac{A\,du}{x}$; qui multipliés par dx avec les autres termes de l'équation, donneront $ddu - \frac{ddx.du}{dx} + \frac{A\,du.\,dx}{x}$. Or soit $x = fz^k$, & soit pris dz constant, on aura $dx = fkz^{k-1}dz$, & $ddx = fk.(k-1)z^{k-2}dz^2$, donc les trois termes cy-dessus deviendront $ddu + du(1-k+kA)\frac{dz}{z}$; & le second terme s'évanouira en faisant $k = -\frac{1}{A-1}$: ainsi cette transformation pourra avoir lieu toutes les fois que A ne sera pas $= 1$.

COROLL.

COROLL. II.

Donc en général, si on a $ddu + \frac{A\,du\,dx}{x} + uBx^m dx^2 + \xi dx^2 = o$; cette differentielle se réduira à l'équation $ddu + uRz^p dz^2 + \zeta dz^2 = o$, excepté dans le cas de $A = 1$; & l'intégration dépendra de l'équation de *Riccati* $Rz^p dz + QQ\,dz + dQ = o$. qu'on sçait être intégrable dans differens cas.

COROLL. III.

Si $A = 1$; l'intégration se réduira à celle de $Bx^m dx + Qx^{-1} dx + QQ\,dx + dQ = o$; or faisant $Q = rx^{-1}$, on trouve que cette équation est intégrable si $m = -2$.

COROLL. IV.

Dans la même supposition on trouve que l'équation est encore intégrable & réductible à celle de *Riccati*, si $\frac{m+2}{o}$ est $= -\frac{4n}{2n+1}$, n exprimant un nombre entier positif; ce qui ne donne aucune nouvelle condition réelle; en effet on peut considérer qu'en général, si $Q = rx^{-1}$, on aura $Bx^{m+1}dx + \frac{r^2 dx}{x} + dr = o$; équation qui n'est intégrable que dans le cas où $m = -2$.

COROLL. V.

Soit $X = Ax^m$ & $\xi = Bx^n$; on trouvera en faisant $Q = px^r + fx^s z^t$, les conditions d'intégrabilité de l'équation $Ax^m dx + Bx^n Q\,dx + QQ\,dx + dQ = o$; la transformée sera intégrable toutes les fois qu'elle se réduira à une équation de cette forme $Xz^{t-1}dz + X'z^t dx + z^{2t}X''dx = o$, X, X', X'' étant des puissances ou des

des fonctions de x la même transformée sera encore intégrable, lorsqu'elle tombera dans les cas intégrables de l'équation de *Riccati*. Je me contente d'indiquer tout cela, parce que cette matiére a déjà été traitée dans le premier Vol. des Mémoires de Petersbourg, & j'ajoute seulement que, si $X = Ax^m + \frac{1}{x}$, on auroit une transformée qui ne seroit pas plus compliquée, & dont on trouveroit de même les cas d'intégrabilité.

COROLL. VI.

Soit encore $\xi = o$ & $X = Ax^m + Bx^n$, on trouvera en faisant la même transformation que cy-dessus, les conditions d'integrabilité de l'équation $Ax^m dx + Bx^n dx + QQdx + dQ = o$.

COROLL. VII.

M. *Euler* a donné dans le To. X. des Mém. de Petersbourg une methode pour intégrer en certains cas l'équation differentielle $(a + bx^n)x^2 ddu + (c + fx^n) x dx du + (g + hx^n) u dx^2 = o$. On pourra donc dans les mêmes cas intégrer cette équation, augmentée d'un terme quelconque ξdx, ξ étant une fonction quelconque de x.

REMARQUE II.

Dans mon traité de Dynamique, imprimé il y a dix ans, p. 165 j'ay avancé trop généralement que l'équation $ddq = Nqdt^2 \Psi t + dt^2 \Gamma t$, dans laquelle N est une constante & Ψt, Γt, des fonctions quelconques de t, pouvoit toujours s'intégrer. L'intégration n'est possible, au moins par les methodes jusqu'ici connües, que dans les cas où l'équation $dy + yydt = Ndt \Psi t$ peut s'integrer, Γt étant d'ailleurs une fonction quelconque de t.

REMARQUE III.

Il semble d'abord qu'on pourroit rendre la solution fondamentale un peu plus générale, en faisant $du - EtQdx = o$, & en multipliant

pliant la seconde équation par un coëfficient indéterminé ν, ce qui donneroit, au lieu de $X dx + Q \xi dx + Q^2 dx + dQ = o$, l'équation $X dx - \frac{EQ\xi dx}{\nu} + \frac{E^2 Q^2 dx}{\nu^2} - E dQ = o$; mais il est visible que ces deux équations reviennent à la même, en mettant dans la seconde Q pour $-\frac{EQ}{\nu}$; & en général toute équation $X' dx + \xi' u dx + X'' u^2 dx + du = o$, se changera en $X dx + \xi y dx + yy dx + dy$, en faisant $X'' u = y$; on peut même, en supposant $u = yr$ & $\frac{dr}{r} + \xi dx = o$, changer l'équation en celle-cy $\frac{X dx}{r} + X'' y^2 r dx + dy = o$, qui dans certains cas pourroit être plus commode. Donc, puisque l'équation $ddu + \frac{du dx}{x} + u X dx^2 + \zeta dx^2 = o$ se réduit à $X dx + Q x^{-1} dx + QQ dx + dQ = o$, il s'ensuit qu'en faisant $Q = y x^{-1}$, elle se réduira à l'équation $x X dx + yy \frac{dx}{x} + dy = o$.

REMARQUE IV.

Je ne doute point que la methode que j'ay donnée pour intégrer dans certains cas l'équation $ddu + \xi du dx + u X dx^2 + \zeta dx = o$, ne soit applicable à d'autres cas; mais je pourrai continuer ces recherches dans une autre occasion. Soit, par exemple,

$$d^3 u + \xi ddu dx + X du dx^2 + u \zeta dx^3 + \chi dx^3 = o.$$

En faisant $ddu + Q dt dx + t N dx^2 = o$, on trouvera que l'équation est réductible à une du second dégré, si $N = \chi + QQ - \frac{dQ}{dx} - \xi$ & $\zeta + NQ - \frac{dN}{dx} - \xi N = o$: or substituant dans la seconde équation la valeur de N tirée de la premiére, on aura une équation differentielle du second dégré dont Q sera l'inconnüe, qu'il faudra déterminer en x, donc l'intégration de l'équation $d^3 u + \xi ddu dx + X du dx + u \zeta dx^3 + \chi dx^3 = o$ se réduit toujours à l'intégration d'une équation du second dégré.

SECOND

SECOND MÉMOIRE,

SUR LA DÉTERMINATION DE LA PARALLAXE DE LA LUNE ET DE LA COURBÛRE DU MÉRIDIEN, CONTENANT LES OBSERVATIONS FAITES DEPUIS LA FIN D'AVRIL JUSQU'AU COMMENCEMENT DE SEPTEMBRE, 1752.

PAR M. DE LALANDE.

Lorsque j'ai eû l'honneur d'entretenir l'Académie dans un premier Mémoire de l'utilité de l'entreprise formée pour la découverte de la Parallaxe, je rapportai les Observations qui avoient été faites en conséquence, & qui renfermoient un espace de cinq mois; il me reste, Messieurs, à vous parler de celles qui m'ont réüssi depuis ce tems-là jusqu'à présent; elles ont toutes été faites depuis l'équinoxe du Printems, c'est à dire dans un tems où la Lune a une déclinaison méridionale, toutes les fois qu'elle passe de nuit par le Méridien; de là vient que je n'ai pû avoir que très peu d'Observations faites dans le point le plus avantageux, c'est à dire, celuy où la Lune paroissant à même hauteur, soit de Berlin, soit du Cap de Bonne Esperance, donne la plus grande somme des Parallaxes, & les moins affectées de l'erreur des réfractions; au lieu que dans les points qui ont une grande déclinaison méridionale, l'inégalité des réfractions est fort à craindre & rend du moins les hauteurs absoluës un peu moins sures, puisqu'on sçait que quelquefois dans un instant elles souffrent des variations de 10″. Il y a à la vérité un avantage à observer près des limites de la déclinaison, parce que le changement en étant fort petit, la ré-

duction que l'on est obligé de faire à cause de la différence des Méridiens est moins sujette à erreur; mais il eut été à souhaiter de pouvoir se servir toujours des limites septentrionales.

J'ai crû, Messieurs, qu'en finissant de vous rendre compte du succés de cet ouvrage, je devois achever aussi de mettre un chacun à portée d'apprécier le degré d'exactitude & de justesse que l'on peut espérer dans le résultat; pour cela il est nécessaire de faire quelques réfléxions sur les Observations mémes; ayant en effet exposé déja toutes les précautions que l'on a pû prendre pour les rendre exactes, il est bien juste de dire un mot sur les inconvéniens que l'on éprouve nécessairement, ou du moins qu'on ne sçauroit entièrement éviter.

Le premier est l'erreur, ou l'inégalité, des divisions qui sont sur le limbe d'un instrument; sur un Quart de cercle de cinq pieds, il est difficile qu'il n'y en ait quelques unes qui montent jusqu'à quinze secondes, ce n'est que l'épaisseur d'une des lignes de la division; celles-là ne sont pas les plus dangereuses, parce qu'avec un peu d'attention on peut les découvrir & en tenir compte; mais celles qui ne seroient que du tiers ou de la moitié, & qui n'iroient qu'à $5''$ ou $6''$ peuvent facilement échaper à la methode ordinaire, qui consiste à y appliquer un grand compas à verge, après l'avoir porté du centre à la circonférence, pour en déterminer le véritable rayon. Pour faire cette vérification, on place dans une ouverture pratiquée au milieu du cylindre, ou axe du mouvement de l'Alidade, un autre petit cylindre sur lequel est un point très délicat, qui doit étre le centre du quart de cercle; l'on voit évidemment qu'une legère différence dans la situation de ce point là, produit la méme erreur que l'inégalité des divisions, si elle vient à se trouver dans le sens perpendiculaire à la Lunette. Mr. *de la Caille*, qui vient d'envoyer ses Observations pour étre publiées, n'a encore rien entrepris non plus que moy du coté de l'examen de ces erreurs de son Quart de cercle, parce que lorsqu'il ne s'agit que de comparer la Lune à des étoiles qui ont à peu près la méme déclinaison, les erreurs deviennent moins dangereuses.

Une

Une autre source d'erreur, est l'état forcé d'un quart de cercle, ou la fléxion de ses parties ; Mr. *Bouguer* a soumis au calcul les cas les plus simples ; mais outre qu'il y en a beaucoup qu'on ne sçauroit calculer, il est assez rare qu'on puisse appliquer le calcul à ceux-même où il pourroit être applicable.

Un Quart de cercle mobile d'un grand poids tend manifestement à devenir moins convexe dans toutes ses parties, lorsqu'il est dirigé vers le 45e degré, ou seulement dans la partie inférieure lorsqu'il l'est au zenith ou à l'horison ; le Quart de cercle mural que j'ai employé à mes Observations est à peu près dans le même cas, car lorsqu'après avoir été suspendu pendant quelques années, on a voulu y décrire un nouvel arc concentrique à ceux qui y étoient déjà, on a vû qu'il s'écartoit des premiers plus dans certains points que dans d'autres ; on a remarqué aussi que les jointures des différentes parties, qui dans quelques endroits sont absolument insensibles, laissent dans quelques autres, des intervalles, qui, quoique fort petits, indiquent évidemment l'effet de la pesanteur des parties inférieures pour troubler l'équilibre. Enfin, on voit que l'Arc de Nonnius qui en approchant de l'horizon est assez exactement contigu à la division, cesse de l'être & s'écarte en approchant du zenith, de sorte qu'il paroit s'élever d'environ $\frac{1}{6}$ de ligne. Cet effet est contraire à celuy qui provient de l'usûre, qu'un frottement perpetuel doit causer sur l'axe du centre, ou tout au moins du déplacement & de l'affaissement de cet axe, qui produit des erreurs qui doivent aller en croissant en approchant de l'horison, & qui seroient additives à la distance au zenith observée : aussi l'on a trouvé en Angleterre qu'après un usage de plus de 20 ans l'axe d'une Lunette n'avoit souffert sensiblement aucune altération.

Il peut aussi arriver, sans qu'on s'en apperçoive, que la manière dont le quart de cercle pose sur ses appuis, ou les visses qui le contiennent, le tiennent dans un état forcé ; & j'avoüe qu'en considérant la délicatesse de l'instrument, je n'ai jamais été tranquille à ce sujet ; la

ſeule méthode qu'on peut employer pour s'en appercevoir, eſt de baiſſer des à plombs de chaque point du limbe, pour voir s'ils tombent tous exactement dans une même ligne; mais qui ne voit que cette opération eſt aſſez peu ſuſceptible d'exactitude?

Enfin, pour n'omettre rien dans le détail de ce qui peut ſervir à l'éclairciſſement de ceux qui voudront faire uſage de ces obſervations, je dois ajouter qu'il y a une autre circonſtance qui jette ſur les hauteurs abſolües quelque petite incertitude. Le fil d'argent qui eſt ſuſpendu ſur le premier point de la diviſion, & que l'on conſidère comme immobile & conſtamment perpendiculaire à l'horiſon, doit ſervir à reconnoitre les variations en hauteur, à découvrir l'erreur du Quart de cercle, & à faire en conſéquence les réductions convenables; pour cela il eſt néceſſaire que ſa direction ſoit déterminée par deux points, avec une égale exactitude; mais le point qui eſt dans la partie ſupérieure du Quart de cercle ne pouvant, à cauſe de la diſpoſition du centre, être placé dans le même plan que le limbe, on eſt obligé de l'y apporter à la vüe, ce qui n'eſt pas de la dernière exactitude, parce que le moindre écart dans la direction de l'oeil peut cauſer une erreur dans la ſituation apparente du fil. On ſçait auſſi que dans les réductions qui dépendent de ce fil à plomb, mille circonſtances peuvent nous induire en erreur; un petit mouvement cauſé par un vent coulis dont ſouvent on ne peut pas ſe préſerver, un fil d'araignée qu'on n'appercevra pas, une pellicule ſur la ſurface de l'eau qui y produiſe de la réſiſtance; & ſurtout la chaleur & le froid, qui ſont cauſe que tantôt le fil s'écarte conſidèrablement du limbe, & une autre fois y ſoit trop appuyé, & par conſéquent ne ſoit plus au foyer du microſcope où ſe trouve le point. Je crois que toute perſonne qui aura une idée de la pratique des Obſervations, & de leur délicateſſe, ne ſera point étonnée de voir des hauteurs abſolües priſes en divers tems de l'année, differer entre elles d'une manière tant ſoit peu irréguliere; mais on peut être aſſuré que les diſtances de la Lune aux étoiles n'en ſont que très peu affectées, parce que j'ai toujours pris ſoin

ſoin de mettre peu d'intervalle entre les differentes Obſervations d'un même jour, pour que les variations devinſſent plus petites.

Je n'y ai point compris une vingtaine d'Obſervations de la Lune faites en particulier par Mr. *Kies*, quoi qu'il ait bien voulu me les communiquer; il en rendra compte luy-même à l'Académie, comme je le fais aujourdhuy de celles qui me ſont propres.

Je n'ai pas crû devoir omettre les Obſervations de Venus, que l'on trouvera icy en aſſez grand nombre; l'avantage de l'Aſtronomie qui embraſſe également la Théorie de touts les mouvemens céleſtes a dû m'y engager; puiſque, quand la Théorie de la Terre ſera enfin parvenüe à un degré ſuffiſant de perfection, toutes les obſervations des planetes, faites même hors des ſyzygies, ſeront également propres à nous en faire découvrir exactement les mouvemens & les anomalies.

Les petites étoiles de la ſixième grandeur, qui, lorsqu'elles paſſent fort près de la Lune, enveloppées dans ſa lumière, s'obſervent fort commodèment, ne pourroient l'être avec la même exactitude dans toute autre ſituation, lors qu'on eſt obligé d'éclairer les fils, de ſorte qu'il y en a pluſieurs que je n'ai obſervées qu'une ſeule fois; mais pour les étoiles de la 3 ou 4e grandeur, je les ai toujours obſervées le plus ſouvent qu'il m'a été poſſible.

Par une raiſon contraire, on ne trouvera que peu d'étoiles obſervées en plein jour; parce qu'alors elles paroiſſent trop peu & d'un trop petit diametre, pour qu'on en puiſſe meſurer la hauteur avec des fils d'argent, tels que ceux dont je ſuis obligé de me ſervir.

Dans les Obſervations ſuivantes j'ai réduit tout au centre de la Lunette, & au milieu du fil, en ſuppoſant ſa demi-épaiſſeur de 3$''$, ce que je n'avois point fait dans les précèdentes; voicy la methode que j'ai employé pour la déterminer. J'ai trouvé par expérience, en joignant exactement enſemble un grand nombre de fils de la même groſſeur que ceux dont je me ſers, que leur diametre eſt d'environ la 565e partie d'un pouce anglois; & comme j'ai trouvé d'un autre

coté

coté que l'intervalle que les étoiles situées dans l'Equateur parcourent à travers les fils du reticule, en 51″, qui répond par conséquent à 12′ $\frac{3}{4}$, mesuré exactement est de 2, 3 lignes, il s'ensuit que l'épaisseur du fil est 6″. On peut employer aussi le foyer de l'objectif qui est de 5 pieds 5 pouces, en disant: 65 pouces sont à $\frac{1}{11}$ de ligne comme le rayon est à la tangente d'un angle, qui se trouve encore de six secondes.

Je n'ay point employé la correction des distances au zenith, qu'on appelle ordinairement erreur du Quart de cercle, mais elle est suffisamment déterminée par le retournement. Le six Juin, le Quart de cercle fut déplacé pour être mis au Nord; on le transporta sans ôter la Lunette, de peur que l'erreur qu'il falloit découvrir ne fut changée par le déplacement; cependant il étoit impossible de préparer exactement les supports, & de les fixer dans leur veritable situation, sans que la machine fut mise en place, de sorte qu'il fallut la présenter jusqu'à trois fois, & qu'elle ne resta fixe qu'à la quatriéme fois; peut-être ces tentatives, ces essais, y ont-ils causé le même dérangement, qu'eut produit le déplacement de la Lunette, mais ils sont indispensables, lors qu'il s'agit de fixer pour la premiére fois un instrument si composé.

Le 14 Juin, & le 20, j'observai la distance apparente au zenith de l'étoile $\varkappa$ à l'aile de Pégase de 24′ 18″ vers le Nord, mais dans la premiére situation du Quart de cercle, je l'avois observée le 3, & le 5 Juin 23′ 51″, la différence est 27″ ainsi l'erreur du Quart de cercle devroit être de 13″$\frac{1}{2}$; en prenant celle du 15 ou celle du 22, l'erreur est 16, 16$\frac{1}{2}$, ou 17″; en employant celle du 6 Juin, on a 19$\frac{1}{2}$ ou 21″. Enfin il paroit qu'en prenant 18″, on satisferoit assez à ces Observations combinées toutes ensembles. Le Quart de cercle ayant été remis ensuite dans sa premiére situation, une petite étoile de Pégase observée le 22 Juin, & que jobservai encore le 25 me donne 19″$\frac{1}{2}$ aussi bien que $\varkappa$ de Pégase; en prenant d'autres Observations on trouve indifféremment 16$\frac{1}{2}$, 17$\frac{1}{2}$, 20$\frac{1}{4}$″, de sorte qu'il semble qu'on

qu'on doive s'arrêter à $19''$; ainsi tout rassemblé, il faudra ôter $18''$ ou $19''$ de toutes les distances au Zenith observées depuis le 25 Novembre, pendant tout le cours de l'année.

Pour ce qui est du Quart de cercle de 2 pieds, avec lequel ont été prises les hauteurs correspondantes du Soleil qui sont rapportées de tems en tems, quoique bon, il est trop petit pour pouvoir servir à aucune détermination bien exacte; j'ay entrepris avec Monsieur *Kies*, de vérifier à l'Horizon, par le renversement, l'angle des hauteurs; nous l'avons trouvé assez exactement de $90°$. mais après un grand nombre de tentatives, nous avons reconnû qu'une erreur de $10''$ ou $15''$ pourroit facilement nous échapper & qu'il ne falloit pas conter avec tel instrument, sur une plus grande précision.

Je terminerai ces réfléxions par une espéce d'apprétiation ou d'estime, que chaque Observateur devroit toujours joindre à ses propres ouvrages, sauf à ceux qui se chargent d'examiner le résultat & les conséquences, à réformer le jugement que l'auteur en auroit pû porter. Je crois donc que tout examiné, soit du coté de la nature des observations, soit par rapport aux circonstances, soit enfin à raison des instruments, le plus grand nombre des distances de la Lune aux étoiles, que je vais rapporter, ne sçauroit differer du vray que de $4''$ ou $5''$; quantité telle que lorsqu'on se sert de plusieurs observations pour découvrir un élément, quelque petite que soit la compensation qui se fait des erreurs, on est toujours sûr d'avoir atteint ce but, qui dans toutes les Sciences porte le nom de VRAI, pris néammoins dans le sens dont chacune est susceptible, & rélativement à l'état où elle se trouve. Si l'Astronomie est de toutes, celle qui a fait de nos jours les progrès les plus remarquables, il ne faut pas s'en étonner, elle est aussi de toutes, celle dont l'objet est le plus étendu; liée d'ailleurs également à la pratique & à la theorie, elle s'accroit à mesure que l'une ou l'autre se perfectionne, & elle ne cessera jamais de se perfectionner, parceque l'esprit humain si fecond en ressources, & aussi inépuisable que son objet, ne sçauroit gueres se prescrire des bornes.

 OBSER-

OBSERVATIONS.

Le 22 Avril 1752. tems civil.

	Tems de la Pendule				*Distances au Zenith.*		
	H.	M.	S.		D.	M.	S.
Bord suivant de Jupiter,	3	6	35	Bord superieur	30	36	48
o du Lion,	7	51	30½		41	30	20
ε du Lion,	7	55	21¾		27	36	50
μ du Lion,	8	2	14½		25	21	22
Premier bord de la Lune,	8	4	16	à 5′ 21″ Bord superieur	44	38	36
				à 6 20″ Bord superieur	44	38	43
Regulus,	8	18	41½		39	20	40½
γ à la tête de la Vierge,	9	56	25⅓		44	35	26
β du Lion, *Nebulasit*, *Denebola*,					36	33	27
β de la Vierge,	10	1	2½		49	20	39
π de la Vierge,					44	30	35

Le 23 Avril.

	H.	M.	S.		D.	M.	S.
Bord suivant de Venus,	22	34	59	Bord superieur	52	47	3
Premier bord du Soleil,	0	25	5	Bord superieur	39	30	10½
ε du Lion,	7	52	2½		27	36	50
ε à la griffe du Lion,	9	38	31		54	8	42½
γ de la Vierge	9	53	6¾		44	35	30
β du Lion,	9	56	23¼		36	33	29½
β du Lion,	9	57	45		49	20	40½

Le 24 Avril.

	H.	M.	S.		D.	M.	S.
Premier bord du Soleil,	0	26	10	Bord superieur	39	10	17
Second bord du Soleil,	0	28	20¾				
Bord suivant de Jupiter,	3	1	41¼	Bord superieur	30	33	17½
Regulus,	8	12	2½		39	20	40
Premier bord de la Lune,	9	40	40¾	à 41′ 40″, B.S.	54	17	24
β du Lion,	9	53	4		36	33	28

Le

Le 25 Avril.

Le premier bord du Soleil,	0	26	35¼				
Second bord,	0	28	46	Bord superieur	38	51	1

Le 26 Avril.

Une étoile du Corbeau,	10	35	41		69	21	47
Entre le Corbeau & la Vierge	10	38	18¼		64	8	26

Le 27 Avril.

Premier bord du Soleil,	0	27	30½				
Second bord,	0	29	42	Bord superieur	38	12	36
Regulus,	8	2	7¾		39	20	40
γ du Corbeau, *Algorab*,	10	9	41		68	38	44
δ du Corbeau,	10	23	38¼		67	36	55
η du Corbeau,	10	25	54		67	18	1¼
* du Corbeau,	10	32	22		69	21	47
* du Corbeau,	10	34	59⅔		64	8	25
α de la Vierge,	11	18	38⅔		62	21	1
Le premier bord de la Lune,	12	1	29⅔	à 2′ 40″ B. S.	67	8	6
Arcturus,	12	10	48		32	1	53

Le 28 Avril.

Bord suivant de Venus,	22	40	40	Bord superieur	50	26	58
Le centre du Soleil,	0	29	5¾				
Procyon,	5	30	18				
Regulus,	7	58	48¾		39	20	40
ζ du Lion,	8	6	33		27	52	30½
γ du Lion,	8	9	56⅓		31	25	53
α du Corbeau,	9	58	55		75	53	23
γ du Corbeau,	10	6	23		68	38	42
ι du Centaure,	11	9	39		87	38	13
α de la Vierge,	11	15	21		62	21	2

Entre le Corbeau & la Vierge,	11 29 45		67 44 16½
	11 34 13½		67 24 6½
	11 39 30		69 21 46½
	12 4 48		69 30 36½
Arcturus,	12 7 30		32 1 56½

Le 29 Avril.

α de la Balance,	12 40 9		67 28 31½
Ventre de la Lune,	12 50 30¼	à 51′ 35″ B.S.	70 11 41½
Second bord de la Lune,	12 51 42¼		
Le premier bord du Soleil,	0 28 27	Bord ſuperieur	37 35 22
Le ſecond bord du Soleil,	0 30 39		
Regulus,	7 55 31		39 20 41

Enſuite la Pendule a été arrêtée pour accourcir la Verge du Pendule.

τ à la jambe du Bouvier,	11 6 10		33 20 56½
η du Bouvier,	11 7 38½		32 51 45
Entre le cou & la queüe de l'Hydre,	11 27 14		79 28 48½

Le 1 May.

χ à la jambe d'Ophiucus,	13 37 1		70 20 47½
φ à la jambe d'Ophiucus,	13 40 9		66 27 39½
Le premier bord du Soleil,	23 57 44½	Bord ſuperieur	36 58 54
Le ſecond bord,	23 59 56½		
Bord ſuivant de Jupiter,	2 13 6	Bord ſuperieur	30 21 39
La chevre, *Ayuk*,	2 21 8½		6 48 39
γ de la Vierge,	9 50 53		52 35 19

Le 2 May.

Au pied d'Ophiucus,	14 21 9		78 39 6
	14 23 57		76 26 30
	θ 14 27 49¼		77 10 22
B au pied d'Ophiucus,	14 32 15¼		76 22 19
ξ du Serpent,	14 44 29		67 41 55

Bord

Bord ſuivant de la Lune.	14 47 19	à 46′ 42″ B. S.	73 51 42
& à	14 47 54	le même Bord	73 51 46
Bord ſuivant de Saturne,	14 56 2 ½	Bord ſuperieur	74 28 52½

Hauteurs correſpondantes du Bord ſuperieur du Soleil

Hauteurs.	*Matin.*	*Soir.*	*Milieu.*
40° 45′ 50″	21ʰ 12′ 6 ½″	2ʰ 47′ 26½″	23ʰ 59′ 46½″
41 0 0	21 13 55	2 45 37	23 59 46
41 5 50	21 14 42	2 44 49½	23 59 45¾
42 0 0	21 21 52	2 37 41	23 59 46½
42 20 0	21 24 32	2 34 59½	23 59 45¾
42 45 50	21 28 1 ½	2 31 30	23 19 45¾

La correction étant 13″½, l'erreur du Quart de cercle ſe trouve nulle à la hauteur du Soleil pour ce jour là

Premier bord du Soleil,	23 58 26¼	Bord ſuperieur	36 41 0
Second bord,	0 0 38¾		
γ du Lion,	7 25 17¾		31 25 54

Le 3 May.

Bord précedent de Saturne,	14 52 42	Bord ſuperieur	74 23 46
*Entre Ophiucus & le ſagittaire,	14 59 58		68 13 10
τ à la main d'Ophiucus,	15 6 34		60 38 53
*près de l'extremité de l'arc,	15 11 19½		69 38 8
A' l'arc du ſagittaire,	15 16 46½		72 19 53
Bord ſuivant de Venus,	22 15 7 ¼	le Centre	48 7 25
Premier bord du Soleil,	23 59 9		
Second bord,	0 1 21⅔	Bord ſuperieur	36 23 31

La Pendule a enſuite été arrêtée, pour changer la longueur du Balancier,

Bord ſuivant de Jupiter,	2 8 29½	Bord ſuperieur	30 18 11

Le 4 May

β de la Lyre,	15 55 31	19 25 28
ε de l'Aigle,	16 2 52	37 45 23
La Lune.	à 16 21 38	Bord superieur 71 24 57
	16 23 5	le même bord 71 24 42
Bord suivant de la Lune,	16 24 2	à 25′ 5′ B.S. 71 24 32
Le Centre de Venus,	22 16 11	le Centre 47 39 32
La second bord du Soleil,	0 1 45½	

Le 5 May.

β de la Lyre,	15 52 16	19 25 26
ε de l'Aigle,	15 59 37	37 45 18
Le premier bord du Soleil,	0 0 9½	
Le second bord,	0 2 22½	

La Pendule a été arrêtée, & le Balancier alongé.

Le 8 May.

Regulus,	6 53 25½	39 20 35
α de la Vierge, ἡ στάχυς,	10 9 53¼	62 21 14
η de la grande ourse, *Benethnasch*, *Elkeid*	10 35 22	1 58 5
η du Bouvier, & une petite étoile qui	10 39 6	33 21 2
précede,	10 30 36	32 52 3
Proche de la Vierge,	10 52 7¾	60 36 50
Entre le pied de la Vierge & la queüe de l'Hydre,	10 59 20½	69 30 40
Arcturus, ὀψὲ δύων, *Azimech*,	11 2 1½	32 2 0

Le 9 May.

Le bord suivant de la Lune,	20 14 16½	à 13′ 30″ B. S. 52 26 29
		à 14′ 48″ B. S. 52 26 8

Le broüillard, & le grand jour rendoient le bord superieur très difficile à distinguer.

Le

Le 10 May.

Premier bord du Soleil,	0 1 21¼	Bord superieur	34 27 53
Second bord,	0 3 35		

Ensuite le Pendule a été alongé.

Le 16 May.

Αρμτῦρος, Aramech,	10 2 54¾		32 51 47

Le 17 May.

Premier bord du Soleil,	23 54 35½	Bord superieur	32 47 8
Second bord,	23 56 50¼		

Par des hauteurs du Soleil, le Centre 23 55 52 dont il faut ôter 10″⅓, ainsi la déviation du Quart de cercle dans ce point là est 1″ à l'Occident.

Sirius,	2 51 13⅔		68 52 56

Le 22 May.

Sirius,	2 30 54½		
Le bord de la Lune,	7 54 42¾	à 55′ 45″ B. S.	57 36 37
Et à	7 57 50″	le même bord	57 36 57
Au genoüil de la Vierge,	9 24 15		59 56 15
E'toiles prés de la Vierge,	9 28 20⅔		63 39 52
	9 33 35½		59 2 14
	9 37 35		59 19 19
	9 42 37		59 36 26
	9 55 17		48 55 1
ι de la Vierge,	9 58 35		57 18 14
μ au pied de la Vierge,	10 25 28½		57 3 46

Le 23 May.

Premier bord du Soleil,	23 54 7	Bord superieur	21 32 55
Second bord,	23 56 22		
θ à l'aile de la Vierge,	10 48 46½		56 42 30
α de la Vierge,	11 3 43		62 21 17

E'toiles

Etoiles près de la Vierge,	11 20 10		59 56 18
	11 24 15½		63 39 57
	11 25 39½		60 57 7

Le 24 May.

Le premier bord du Soleil,	23 54 3	Bord superieur	31 21 45
Second bord,	23 56 19¼		
L'épic de la Vierge,	8 59 39¾		62 21 10
Petites étoiles de la Vierge,	9 5 1¾		57 40 56½
	9 6 36¾		57 28 5½
	9 16 5¾		59 56 9
	9 20 12		63 40 1½
Premier bord de la Lune,	9 25 54¾	à 26′ 57″ B.S.	65 59 28
& à	9 29 5	le même bord	65 59 47
λ au pied de la Vierge,	9 53 4		64 42 26
μ de la Balance,	10 23 1		65 35 19
α de la Balance, χηλὴ νότιος,	10 24 25½		67 28 46

Le 28 May.

Étoiles de cinquieme grandeur,	9 39 54½		79 2 36
	9 41 48		76 7 29
	9 44 45		80 47 18

Le 29 May.

Petites étoiles,	12 24 34		69 43 42
	12 30 43½		78 38 54
Le ventre de la Lune,	12 36 16	à 37′ 20″ B.S.	73 54 3
Second bord de la Lune	12 38 26		
& à	12 39 30	le même bord	73 54 1
α d'Ophiucus,	12 54 10		39 44 43
Le Centre de Saturne,	12 58 44½	Bord superieur	74 19 15

Petite

Petite étoile assez proche,	13	59	18½		73	59	38
μ à l'extremité de l'arc,	13	29	25		73	33	30
η de la gr. Ourse, *Benethnasch*,	9	4	58		1	57	55
Arcturus,	9	31	37½		32	1	47
θ à la main du Bouvier,	9	44	52	au Nord	0	29	0

Le 30 May.

Le ventre de la Lune,	13	24	31	à 25′ 32″ B. f.	73	29	35
Second bord de la Lune,	13	26	38				
λ à l'arc du Sagittaire,	13	39	1½		77	58	20

à $13^h\ 55'\ 4'$ de tems vrai, émersion de l'étoile μ à l'extremité de l'arc du Sagittaire, sur la ligne tirée par *Copernic*, & le milieu de *Mare serenitatis*, au dessous de *Mare Caspium*, d'une quantité égale à la largeur de cette tache.

Etoiles du Sagitt. de 5ᵉ grandeur	14	2	12		73	2	27
	13	6	26		75	28	35
ο à la tête du Sagittaire,	14	9	14⅔		73	51	54
π à la tête du Sagittaire,	14	16	6½		74	32	6
Second bord du Soleil,	23	56	23				

Par des hauteurs correspondantes, le midi vrai est $23^h\ 55'\ 12''$, ainsi la déviation du Mural se trouve de près de $3''$ à l'Occident.

L'épic de la Vierge,	8	35	28		62	21	4
η de la grande Ourse,	9	0	57		1	57	54
Etoiles proches de la gr. Ourse,	9	22	10		1	53	7
	9	27	41	au Nord	0	26	4
ι du Bouvier,					0	0	17
θ à la main du Bouvier,	9	39	48		0	28	59

Le 31 May.

Second bord du Soleil,	23	56	24¼				
ι à la main du Bouvier,	9	26	26		0	0	15
θ du Bouvier,	9	35	48	au Nord	0	28	56

		Le 1 Juin.						
Altair,		14	56	56		44	16	7
Le ventre de la Lune,		14	58	38	à 59′ 26″ B. sup.	69	52	23
Bord suivant de la Lune,		15	0	$29\frac{2}{3}$	à 1′ 40″ B. sup.	69	52	5
θ d'Antinous,		15	16	$40\frac{3}{4}$		54	1	52
α du Capricorne,	la 1ere	15	21	$58\frac{1}{2}$		65	44	2
	la 2de	15	22	$21\frac{3}{4}$		64	46	15
β du Capricorne,		15	25	$7\frac{1}{2}$		68	1	1
		Le 2 Juin.						
κ à la main du Bouvier,					au Nord	0	26	10
ι à la main du Bouvier,		9	18	30		0	0	15
θ à la main du Bouvier,		9	27	50	au Nord	0	29	4
		Le 3 Juin.						
Etoiles au pied d'Antinous,		13	54	12		58	38	4
		13	58	$50\frac{3}{4}$		58	33	18
	λ	14	3	29		57	43	24
		14	9	35	au Nord	0	30	3
		14	13	0		0	14	0
κ de Pégase,		14	22	38		0	23	51
La Lune,	à	16	28	4	Bord superieur	63	11	41
	à	16	29	30	le même Bord	63	11	26
Bord suivant,		16	30	19	à 31′ 20″ B. sup.	63	11	11
θ à la main du Bouvier,		9	23	48	au Nord	0	28	59
		Le 4 Juin.						
Etoiles au pied d'Antinous,		13	50	11		58	38	2
		13	54	$48\frac{3}{4}$		58	33	22
	λ	13	59	$26\frac{1}{2}$		57	43	27
		14	5	47	au Nord	0	30	5
		14	9	53		0	13	59
κ de Pégase,		14	17	35		0	23	49
La Lune,	à	17	12	10	Bord superieur	59	1	9
	à	17	13	26	Bord superieur	59	0	47

Bord

Bord suivant,	17	14	24½	à 15′ 30″	59	0	30
Premier Bord du Soleil,	23	54	28				
Second Bord,	23	56	46½	Bord superieur	29	44	3
θ à la main du Bouvier,	9	19	45		0	28	55

Le 5 Juin.

γ du Dragon, *Rastaben*, *Etanin*,	12	53	15		0	59	50
Au pied d'Antinous,	13	46	6		58	38	7
	13	50	45		53	33	25
	13	55	23		57	43	31
κ de Pégase,	14	14	32		0	23	51
Bord suivant de la Lune,	17	58	49	à 57′ 49″ Bord sup.	54	27	52
				à 59′ 48″ Le même bord	54	27	31
Premier bord du Soleil,	23	54	29				
Second bord,	23	56	46⅔	Bord superieur	29	37	26
Sirius,	1	34	24⅔		68	52	48

Le 6 Juin.

Petite étoile de Pégase,	13	57	28	au Nord	0	29	57
κ de Pégase,	14	12	4½	au Nord	0	23	42
ι de Pégase,	14	19	25		0	42	3
Petite étoile de Pégase,	14	26	56		0	33	41

Le même jour le Quart de cercle fut mis au Nord, & j'observai plusieurs jours de suite des hauteurs correspondantes de la *Chevre*, au dessous du Pole, devant & après son passage au Méridien, pour placer exactement le Quart de cercle dans le plan du Méridien.

Le 11 Juin.

Distance au zenith de la *Chevre*, dans le Méridien au dessous du Pole, 81 40 0

Le 12 Juin.

Distance au zenith de l'étoile Polaire au dessous du Pole, dans le Méridien 39 29 33

 Le

Le 14 Juin.

κ de Pégase,	au Nord	0	24	18
Petite étoile, 15′ après κ de Pégase,		0	32	57
Distance au zenith de l'étoile Polaire, *Alruccabah*,		39	29	30

Le 15 Juin.

Petite étoile, 15′ avant κ de Pégase,	au Nord	0	30	42
κ à l'aile de Pégase,	au Nord	0	24	23

Le 17 Juin.

ι de Pégase qui suit de 10 minutes de tems, κ de Pégase,	0	41	18
Étoile de 4e grandeur, 17′ après κ de Pégase,	1	18	2

Le midi vrai ce jour là est à $23^h\ 56'\ 23''$

Le 18 Juin.

Petite étoile qui précéde de 15′ κ de Pégase,	au Nord	0	30	42

Le 19 Juin.

L'étoile Polaire, *Alruccabah*,	39	29	33
La Chevre, 11 0 17			

Le 20 Juin.

κ de Pégase,	0	24	18

Le 21 Juin.

Le midi vrai est 23 57 17½ par l'instrument des passages, qui est exactement dans le Méridien.

Le 22 Juin.

κ de Pégase,	au Nord	0	24	24
ι de Pégase, 10′ après,		0	41	18
Petite étoile, 13′ après κ de Pégase,		1	17	58
Petite étoile, 34′ après κ de Pégase,		0	8	36
Petite étoile, 37′ après κ de Pégase,		0	43	25

Le 23 Juin.

Le midi vrai 23 57 42¼ par l'instrument des passages.
Le Quart de cercle a été remis au Sud dans la même situation où il étoit le 6 de ce mois.

Le

Le 24 Juin.

Premier bord du Soleil,	23	56	38½				
Second bord,	23	58	56¾	Bord superieur	28	44	27
Sirius,	0	17	59		68	52	50
Etoile de 5e grandeur,	10	9	29		71	53	48
η d'Ophiucus,	10	38	16½		67	52	21
θ d'Ophiucus,	10	48	45½		77	10	33
Premier bord de Saturne,	11	1	41	Bord inferieur	74	14	23
μ du Sagittaire,	11	40	48		73	33	38
Etoile de 5e grandeur,	11	42	17		73	14	21
λ du Sagittaire,	11	54	26		77	58	30

Le 25 Juin.

ο du Sagittaire,	12	24	39½		73	51	59
π du Sagittaire,	12	31	34		74	32	13
κ de Pégase,				au Nord	0	23	45
ι de Pégase,					0	42	6
Aussi-tot après, une étoile de 4e grandeur,					1	18	48
Petite étoile, 34′ après κ de Pégase,					0	9	15
Etoile de 5e grandeur,	13	30	49		0	44	5
Premier bord du Soleil,	23	56	48				
Second bord,	23	59	6½				
*	10	49	13¾		76	22	25
Le centre de Saturne,	10	57	25⅓	Bord superieur	74	14	19
*	11	6	33		73	59	58
Premier bord de la Lune,	11	18	48¼	à 20′13″ Bord sup.	73	45	5
Second bord de la Lune,	11	20	58	à 21′30″ le même bord	73	45	5
μ du Sagittaire,	11	36	49		73	33	34
λ du Sagittaire,	11	50	26½		77	58	30

Le 27 Juin.

Premier bord du Soleil,	23	57	6	Bord superieur	28	50	21
Tache considérable,	23	59	11		29	13	55
Second bord du Soleil,	23	59	24				

Le 28 Juin.

Etoiles de 5e grandeur,	12 37 3		70 30 33
	12 52 environ		0 41 53
	12 53 10		1 18 52½
Second bord de la Lune,	12 55 46 à 56′ 50″	Bord sup.	70 45 38
* de Pégase,			0 9 11
*			0 44 6
*	13 32 17		65 33 21
α du Capricorne, la 1ere	13 33 32		
β du Capricorne,			68 1 2
Le centre de Venus,	22 58 21½		29 30 21
Premier bord du Soleil,	23 57 16¾	Bord superieur	28 53 14
Second bord du Soleil,	23 59 34		
Sirius,	0 2 5		68 52 53

Le 29 Juin.

Le centre de Venus,			29 24 28

Le 30 Juin.

	14 13 32⅓		70 40 11
	14 17 40⅔		64 50 26
γ du Capricorne,	14 47 47		70 14 12
δ du Capricorne,	14 54 46		69 42 31
α du Verseau,	15 14 33		54 0 24
Le centre de Venus,	23 1 2¼		29 19 11
Le centre du Soleil,	23 58 46½	Bord superieur	29 4 59
Le centre de Saturne,	10 36 5⅙	Bord superieur	74 13 3

Le 1 Juillet.

β du Verseau,	14 36 5		59 8 20
γ du Capricorne, *Deneb*, *Algedi*,	14 43 47⅔		70 14 18
ε de Pégase, *Muscida*, *Enif*,	14 49 36½		43 45 9
δ du Capricorne,	14 50 47		69 42 32
Le ventre de la Lune,	15 8 38 à 9′ 34″	B. sup.	60 33 13
Second bord,	15 10 26⅓		

α du

α du Verseau,	15	10	34		54	0	28
Le centre de Venus,	23	2	20¾		29	14	33
Premier bord du Soleil,	23	57	44¾				
Une grande tache,	23	58	56½		29	29	16
Second bord du Soleil,	0	0	2½	Bord superieur	29	9	3

Le 2 Juillet.

α du Verseau,	15	6	34¾		54	0	24
Le centre de Venus,	23	3	41¾		29	10	43
Syrius,	23	46	12		68	52	52
Premier bord du Soleil,	23	57	54½	Bord superieur	29	13	32
La grande tache,	23	58	50		29	33	57
Second bord du Soleil,	0	0	12				

Le 3 Juillet.

α du Verseau,	15	2	38				
Second bord de la Lune,	16	38	42	à 37′ 45″ Bord sup.	51	32	55
Le Ciel est presque couvert.				à 39′ 45″ Bord sup.	51	32	42

Hauteurs correspondantes du bord superieur du Soleil.

°	′	″	h	′	″	h	′	″	h	′	″
46	28	32	21	8	16½	2	49	56	23	59	6¼
46	30	0	21	8	49	2	49	23½	23	59	6¼
46	48	32	21	10	44	2	47	29½	23	59	6¾
46	50	0	21	11	16½	2	46	56½	23	59	6½
47	8	32	21	13	10	2	45	3	23	59	6½
47	10	0	21	13	42½	2	44	30	23	59	6¼

Le centre de Venus,	23	5	5		29	7	34
Le centre du Soleil,	23	59	14	Bord superieur	29	18	25

La correction des Hauteurs étant 3″½ La déviation du Quart de cercle est 4″½ soustractive.

Le 10 Juillet.

Le centre de Venus,	23	14	27		29	4	21
Le centre du Soleil,	23	59	55¾	Bord superieur	39	3	15

Le

	Le 11 Juillet.						
Sirius,	23	10	14		68	52	51
Le centre de Venus,	23	15	43		29	6	39
Le centre du Soleil,	23	59	56	Bord ſuperieur	30	11	17
	Le 12 Juillet.						
Sirius,	23	6	9⅔		68	52	48
Le centre de Venus,	23	16	58½		29	9	40
Le centre du Soleil,	23	59	55¼	Bord ſuperieur	30	19	38
Une grande tache qui eſt entrée ce jour même ſur le disque apparent *du Soleil*,	0	0	56½		30	33	16
	Le 13 Juillet.						
Le centre de Venus,	23	18	16		29	13	21
Le centre du Soleil,	23	59	55⅚	Bord ſuperieur	30	28	24
La grande tache,	0	0	49½		30	42	21
	Le 14 Juillet.						
Sirius,	22	58	5½				
Le centre de Venus,	23	19	33½		29	17	38
Le centre du Soleil,	23	59	55½	Bord ſuperieur	30	37	25
La grande tache,	0	0	39				
	Le 16 Juillet.						
Le centre du Soleil,	23	59	57¾				
La grande tache,	0	0	13				
	Le 17 Juillet.						
La grande tache,	23	59	58		31	20	40
Second bord du Soleil,	0	1	6″	Bord ſuperieur	31	6	43
	Le 18 Juillet.						
Le premier bord de la Lune,	6	2	57¼	à 4′ 0″ B. ſup.	66	58	39
à	6	4	53	le même bord	66	58	47
& à	6	5	35	le même bord	66	58	55
* de 4ᵉ grandeur,	11	48	51½		46	41	38
θ d'Antinous,	12	4	10½		54	1	56

α du Capricorne, la premiere	12	9	28		65	44	8
α du Capricorne, la seconde	12	9	50½		65	46	28
β du Capricorne,	12	12	35¾		68	1	8

Le 19 Juillet.

La grande tache	23	59	24½		31	41	15
Second bord du Soleil,	0	1	1	Bord superieur	31	28	23

Le 20 Juillet.

Le Centre de Venus,	23	27	8½		29	58	15
La grande tache,	23	59	7		31	52	5
Second bord du Soleil,	0	0	55½	Bord superieur	31	39	33
E'toiles cinquieme grandeur,	11	41	18½		68	36	37
	11	45	31		66	46	54
α du Capricorne, la premiere,	12	1	17⅔		65	44	2
α du Capricorne, la seconde,	12	1	40½		65	56	18
β du Capricorne,	12	4	26		68	1	7
Petites étoiles du Capricorne,	12	10	26		71	28	13
	12	12	1		71	4	52

Le 22 Juillet.

Second bord du Soleil,	0	0	44½	Bord superieur	32	3	33

Le 23 Juillet.

E'toiles situées dans le Sagittaire & aux environs,	9	18	21		74	49	13
		24	56		63	18	5
		31	1½		62	12	24
		42	4		76	10	45
	μ	44	26		73	33	37
		45	55½		73	14	24
		54	53		64	35	47
	λ	58	4		77	58	31

Premier bord de la Lune,	10 1 12½	à 2′ 15″ B. S.	73 7 7
Le ventre de la Lune,	10 3 15	à 3′ 53″ B. S.	73 7 0
La Lyre,	10 14 6		13 56 57
σ du Sagittaire,	10 25 10½		79 0 54
ζ du Sagittaire,	10 32 3		82 36 29
π du Sagittaire,	10 35 8½		74 32 16
E′toiles de sixieme grandeur,	10 45 34½		78 5 54
	10 48 26¼		71 50 12
α du Capricorne, la premiere,	11 49 5		65 44 7
α du Capricorne, la seconde,	11 49 29		65 46 28

Le 24 Juillet.

Le Centre de Venus,	23 31 53¾		30 38 54
Premier bord du Soleil,	23 58 17		

Le 25 Juillet.

Le Centre de Venus,	23 32 36		30 50 30
Second bord du Soleil,	23 59 57½		

Le 28 Juillet.

Le Centre de Venus,	23 36 4		31 29 40
Premier bord du Soleil,	23 57 22⅓	Bord superieur	33 21 48

Le 29 Juillet.

Le ventre de la Lune,	13 48 31	à 49′ 43 Bord S.	57 41 50
		à 50′ 57 Bord S.	57 41 48
ζ de Pegase,	13 53 19		42 57 32
Fumalhaut,	14 7 45		83 18 55
E′toiles de quatrieme grandeur,	14 18 40		44 30 22
	14 25 32½		59 52 5

E′toiles

E'toiles de cinquieme grandeur,	14	46	50½		52	32	50
	14	52	14		65	31	54
	14	59	11		56	37	38
Second bord de Venus,	23	37	10½	le Centre	31	43	47
Premier bord du Soleil,	23	57	11¾	Bord Sup.	33	35	50
Second bord,	23	59	25¾				

Le 30 Juillet.

Le Centre du Soleil,	23	58	6 ½	Bord superieur	33	50	33

Le 31 Juillet.

α d'Andromede,	15	11	25		24	47	33
γ de Pegase, *Algenib*,	15	16	15		38	42	6
Le ventre de la Lune,	15	17	46	à 18′ 30″ B. S.	48	31	26
Second bord de la Lune,	15	19	34¾				
Premier bord du Soleil,	23	56	48	Bord superieur	34	5	13

Le 3 Août.

Second bord du Soleil,	23	58	15

Le 4 Août.

Bord suivant de la Lune,	18	43	1	à 43′ 15″ B.S.	33	40	23
Le bord superieur paroissoit assez mal,							
β du Cygne, *Albireo*,	10	16	46½		25	3	16
E'toiles de quatrieme ou cinquieme grandeur,		19	43		33	15	27
		25	1		35	2	34
		25	54		35	35	10
		32	19		34	34	4
Altair,	10	34	40½		44	16	1

Hauteurs correſpondantes du bord ſuperieur du Soleil

35° 7′ 5″	20ʰ 19′ 30½″	3ʰ 33′ 17½″	23ʰ 56′ 24″
35 10 0	20 20 11½	3 32 36	23 56 23¾
35 47 5	20 24 10¼	3 28 39	23 56 24⅛
35 50 0	20 24 51	3 27 55½	23 56 23¼
36 17 5	20 27 41	3 25 6¼	23 56 23⅝
36 20 0	20 28 22¼	3 24 24¼	23 56 23¼
36 37 5	20 30 2	3 22 46	23 56 24
36 40 0	20 30 43¾	3 22 4	23 56 23⅝
36 57 5	20 32 23½	3 20 25	23 56 24¼
37 0 0	20 33 4½	3 19 42	23 56 23¼
37 17 5	20 34 46½	3 18 1½	23 56 24
37 20 0	20 35 28	3 17 19	23 56 23½
37 37 5	20 37 8	3 15 39½	23 56 23¾
37 57 5	20 39 31½	3 13 17	23 56 24¼
38 0 0	20 40 13½	3 12 34	23 56 23¾
38 17 5	20 41 57¾	3 10 51½	23 56 24⅜
38 20 0	20 42 40	3 10 8½	23 56 24¼

Premier bord du Soleil, 23 55 33 Bord ſuperieur 35 23 31
Second bord, 23 57 45½
La Correction des hauteurs étant 13″¾, le Quart de cercle eſt trop à l'Occident de 2″ de tems.

Le 12 Août.

E'toile de ſixieme grandeur,	10 53 15		0 24 10
α du Cygne, *Uropygium*,	10 56 7		8 6 39
E'toiles de cinquieme grandeur,	11 45 1		0 38 41
	11 52 18	au Nord	0 24 50

Le 13 Août.

Premier bord du Soleil, 23 53 16½ Bord ſuperieur 37 43 20
β du Dragon, 7 44 17 0 1 30

E'toiles

E'toiles de sixieme grandeur,	10	8	15½		$\bar{0}$	43	$\bar{42}$
	10	18	42½		0	4	30
	10	32	54	au Nord	0	18	3
	10	36	49½	au Nord	0	14	6
α du Cygne, *Denebedegige*,	10	51	58½		8	6	40

Le 14 Août.

Premier bord de la Lune, 3 51 48 à 51′ 12″ B. S 65 16 15 à 52′ 50″ 65 16 27; à 53′ 50″ 65 16 35; à 55′ 1″ 65 16 47 le bord superieur est très foible, c'est pourquoi j'ai mesuré la hauteur à differentes reprises.

β du Dragon,	7	40	7		0	1	27
γ d'Ophiucus,	7	50	51		59	40	29
κ de Pegase,	9	26	2	au Nord	0	24	8
E'toiles de quatrieme grandeur	10	13	28		54	1	45
α du Capricorne, la premiere,	10	18	46				
α du Capricorne, la seconde,	10	19	9¼		65	46	19
E'toiles de cinquieme grandeur,	10	28	43	au Nord	0	17	58
	10	32	36	au Nord	0	14	2

Le 15 Août.

Le premier bord du Soleil,	23	52	24½

Le 16 Août.

Le Centre du Soleil,	23	53	2				
γ du Capricorne,	11	32	33½		70	14	12
δ du Capricorne,	11	39	33		69	42	34

Le 17 Août.

Le centre du Soleil,	23	52	36½	Bord superieur	38	53	42

Le 18 Aoûſt.

Second bord du Soleil,	23	53	13				
α du Verſeau,	11	50	58		54	0	9

Le 19 Aoûſt.

Second bord du Soleil,	23	52	45	Bord ſuperieur	39	37	44
β du Dragon,	7	19	12½		0	1	21
γ du Dragon, *Raſtaben*, *Etanin*,	7	45	9¼		0	59	21
Premier bord de la Lune,	7	51	31½	à 52′ 40″ B. S.	73	17	39
				à 53 32 B. S.	73	17	35
Petite étoile proche de μ ♐	7	54	41¾		73	14	26
δ du Sagittaire,	7	59	15½		82	18	43
E'toile de cinquieme grandeur,	9	44	11		0	43	32
Petites étoiles du Capricorne,	10	0	52		65	59	45
	10	8	34¼		71	4	46
	10	25	33		74⅚ a peuprés		
	10	44	1		73	16	31

Le 20 Aoûſt.

Fumalhaut,	12	37	11		83	18	47
β de la Baleine,	14	24	14½		71	48	43
Premier bord du Soleil,	23	50	4½	Bord ſuperieur	39	57	37
β du Dragon,	7	15	1		0	1	23

A' 10ʰ 26′ 0″½, immerſion dans la partie obſcure de la Lune d'une étoile de quatrieme grandeur à la tête du Sagittaire, environ une demi-minute plus au Sud que la ligne menée de *Menelaus*, à *Copernicus*. Le tems vrai eſt exactement, 10ʰ 35′ 5¾″

*	10	39	51¼	73	16	22

Le 21 Aoûſt.

E'toile de cinquieme grandeur,	11	57	15½	75	16	52
δ du Verſeau,	12	30	46¾	69	36	2
Fumalhaut,	12	33	2	83	18	52

Hauteurs

Hauteurs correſpondantes du bord ſuperieur du Soleil

34° 54′ 10″	20h 41′ 17″½	2h 59′ 32″	23 50 24¾
35 20 0	20 44 32 ½	2 56 16½	23 50 24½
35 34 10	20 46 21	2 54 29	23 50 25
35 40 0	20 47 5	2 53 41	23 50 24½
35 54 10	20 48 53 ¾	2 51 56½	23 50 25¼
36 0 0	20 49 38	2 51 11	23 50 24½
36 20 0	20 52 14	2 48 36½	23 50 25¼
36 54 10	20 56 38 ½	2 44 12½	23 50 25½
37 0 0	20 57 25	2 43 25	23 50 25
37 20 0	21 0 3	2 40 46½	23 50 24¾
37 40 0	21 2 41	2 38 8 ½	23 50 24¾
37 54 10	21 4 35	2 36 15½	23 50 25¼
38 0 0	21 5 21 ½	2 35 27½	23 50 24½
38 14 10	21 7 17 ½	2 33 32	23 50 24¾
38 20 0	21 8 5	2 32 45	23 50 25

Premier bord du Soleil,	23 49 39¾
Second bord,	23 51 50

La Correction des hauteurs correſpondantes étant 16″¾, la déviation du Quart de cercle eſt 3″¾ ſouſtractive.

E′toiles de cinquieme grandeur,	9 14 19½		62 13 45
	9 17 35¼		72 42 50
	9 22 54¾		63 56 7
Premier bord de la Lune,	9 25 33¼	à 26′ 44″ B.S.	69 53 56
Ventre de la Lune,	9 27 30	à 7′ 36. B. S.	69 53 49
α du Capricorne, la premiere,	9 49 34½		65 44 0
la ſeconde,	9 49 58		65 46 18
β du Capricorne,	9 52 43		68 1 4
γ du Cygne,	9 59 5		13 2 8

E′toiles

E'toiles de cinquieme grandeur,	10	12	9 $\frac{1}{2}$		69	27	25
	10	32	24		70	56	44
	10	35	45		73	16	30

Le 22 Aoûst.

Le Centre du Soleil,	23	50	20 $\frac{5}{8}$	Bord superieur	40	38	1
γ du Dragon,	7	32	47 $\frac{1}{2}$		0	59	23
δ du Capricorne,	11	14	39		69	42	26
α du Verseau,	11	34	25 $\frac{1}{2}$		54	0	11

Le 23 Aoûst.

E'toile de sixieme grandeur,	12	3	44	au Nord	0	14	49
ζ de Pegase,	12	10	25		42	57	17
δ du Verseau,	12	22	26		69	36	0
Le Centre du Soleil,	23	48	58 $\frac{1}{8}$	Bord superieur	40	58	7
β du Dragon,	7	2	47 $\frac{1}{2}$		0	1	21
γ du Dragon,	7	28	44 $\frac{1}{2}$		0	59	18
α du Cygne, ou *Arrioph*,	10	10	29		8	6	31
E'toile de cinquieme grandeur,	10	24	12		49	8	3
Premier bord de la Lune,	10	56	34 $\frac{2}{3}$	à 55′ 50″ B.S.	63	21	41
à	10	57	42	le même bord	63	21	26
Ventre de la Lune,	10	58	38	à 59′ 48″ B.S.	63	21	9

Le 24 Aoûst.

γ du Dragon,	7	24	43		0	59	20
θ d'Antinous,	9	32	8		54	1	42
α du Capricorne, la premiere,	9	37	25 $\frac{1}{2}$		65	43	52
α du Capricorne, la seconde,	9	37	49		65	46	8
β du Capricorne,	9	40	34		68	0	59
β du Verseau,	10	51	53 $\frac{1}{3}$		59	7	56
α du Verseau,	11	25	21 $\frac{3}{4}$		54	0	9
Premier bord de la Lune,	11	41	18 $\frac{1}{2}$	à 40′ 30″ B.S.	59	14	5
Ventre de la Lune,	11	43	24	à 42′ 20″ B.S.	59	13	52

Le

Le 25 Aoûst.

E'toile de sixieme grandeur,	12	53	56		0	12	2
Le Centre du Soleil,	23	49	15½				
E'toile de cinquieme grandeur,	10	38	37	au Nord	0	27	1
β du Verseau,	10	47	53½		59	7	59
** de cinquieme grandeur,	11	10	30		0	58	9
	11	13	53	au Nord	0	19	13
	aussi tot après			au Nord	0	14	36
α du Verseau,	11	22	22		54	0	14
* de cinquieme grandeur,	11	47	50	au Nord	0	28	1

Le 27 Aoûst.

E'toiles de cinquieme grandeur,	10	39	54¼		0	41	9
	10	43	24		0	38	31
	10	50	41	au Nord	0	24	59
	10	53	48	au Nord	1	14	14
	11	2	31		0	58	10
	11	5	53	au Nord	0	19	7

Le 28 Aoûst.

Second bord de la Lune,	14	0	12⅔	à 59′26″ B.S.	45	31	48

La Lune paroissoit à travers les nuages, le bord supérieur peu clair.

Le 29 Aoûst.

E'toiles de cinquieme grandeur,	10	15	59	au Nord	0	2	28
	10	42	42		0	24	32
	11	11	30		0	25	1

Le 30 Aoûst.

γ de Persée,	15	59	26	0	0	39
α du Cygne,	9	42	28	8	6	41

Le 31 Aoûst.

ζ du Cygne,	10	7	50	23	17	21

Le

Le 1 Sept.

α du Belier,	14 57 54		30 14 1
γ de Persée,	15 51 20		0 0 36
Second bord de la Lune,	17 30 20⅔ à 31′ 15 B.S.		32 50 44
Sirius,	19 37 54¼		

Par des hauteurs correspondantes le Midy vrai est à 23ʰ 46′ 36″½

γ du Dragon,	6 52 36½		0 59 27
Étoiles de cinquieme grandeur,	7 29 55		0 21 2
	7 35 49		0 32 45
	7 47 37	au Nord	0 8 35
	7 57 7½	au Nord	0 30 35
	8 4 11		0 28 26
α de Pegase,	8 12 54	au Nord	0 24 10
ζ du Cygne,	10 3 48		23 17 13
Étoiles de cinquieme grandeur,	10 10 32	au Nord	0 27 0
	10 10 36		0 25 3

Le 2 Sept.

Les trois étoiles à la tête du Belier,	14 40 36	36 36 21
	14 41 37	32 55 28
	14 52 52	30 13 57

Après ces observations, le Quart de cercle a été porté au Nord, pour y observer la hauteur du Pole.

OBSERVATIONS FAITTES DU COTE' DU NORD.

β du Dragon,	6 22 52½
γ du Dragon,	6 48 48½

On peut remarquer que ces deux passages sont arrivés 14″ plus tard qu'il ne falloit par raport à ceux du jour précedent ; ainsi le Quart de cercle au Zenith dévie à l'Occident de 14″ plus qu'il ne dévioit dans sa premiere situation sur la fenêtre Méridionale, ou sa déviation étoit déja de quelques secondes vers l'Occident.

Le

Le 3 Sept.

Le midi vrai,	23	45	47¾	par l'Instrument des passages			
β du Dragon,	6	18	51½	au Sud	0	0	42
E'toiles de cinquieme grandeur,	7	22	10	au Sud	0	20	57
	7	28	0	au Sud	0	32	15
	7	35	15		0	13	13
	7	39	49		0	9	25
	7	50	19½		0	31	18
κ de Pegase,	8	5	6		0	24	52
σ à la tête de la grande Ourse,	10	5	9½		63	20	2
E'toiles de cinquieme grandeur,	10	10	59	au Sud	0	40	22
	10	15	29	au Sud	0	37	45
	10	22	46		0	25	53
	10	25	53½	au Sud	1	14	12
	10	34	36½	au Sud	0	57	22
	10	38	0		0	19	59

Le 4 Sept.

L'étoile Polaire audessus du Pole,					35	27	14
δ de Cassiopée,	14	2	34½		6	25	26
ζ de la gr. Ourse audessus du Pole,					71	12	16
ε de Cassiopée audessus du Pole,					9	55	4
η de la grande Ourse,	14	30	16	sous le Pole,	76	51	1
γ de Persée,					0	0	0

Le 4 Sept.

L'étoile Polaire,	1	37	23	39	29	37

Elle paroit très foiblement, cependant la distance au Zenith a paru la même à plusieurs reprises. Si on compare cette hauteur avec celle du 3 Septembre & qu'on suppose l'erreur du Quart de cercle 20″ comme elle paroit résulter des dernières Observations, on trouve par cette observations la hauteur du Pole, à la face méridionale de l'Observatoire, 52° 31′ 13″, ou en employant la table des refractions de M. *Cassini*, 5° 31′ 9″.

AVERTISSEMENT

au sujet des Recherches sur la Précession des Equinoxes

PAR M. EULER.

Quoique ce Mémoire soit inseré dans le Volume des Mémoires de l'Académie pour l'Année 1749, l'Auteur déclare, qu'il ne l'a composé qu'après avoir lû l'excellent ouvrage de M. D'Alembert sur cette matière; & qu'il ne fait pas la moindre prétention à la gloire, qui est dûe à celui qui a le premier résolu cette importante question. Comme il s'est borné à exposer uniquement la route, qu'il a suivie pour déveloper ce problème, il n'y a ajouté aucun discours preliminaire, dans lequel il n'auroit pas manqué d'indiquer, que c'est uniquement à Mr. D'Alembert, qu'on est redevable de la discussion de cette importante matière. D'ailleurs l'ouvrage de Mr. D'Alembert fut reçu dabord avec un applaudissement si général, qu'il a paru superflu alors d'informer le public d'un fait aussi bien constaté & reconnu de tout le monde. Mais puisque ces circonstances pourroient tomber dans l'oubli avec le tems, on a jugé nécessaire d'en instruire le Public par cet avertissement: comme c'est aussi Mr. D'Alembert, qui a le premier donné le denoüement sur la nature des courbes, qui ont un point de rebroussement de la seconde espece ou à bec d'oiseau.

ERRATA

ERRATA POUR LES MÉMOIRES

de Mr. D'ALEMBERT, imprimés dans les Volumes de 1746, 1747, & 1748.

MÉM. 1746.

Pag. 184 ligne 2, *au lieu de* 1°. Or, *lisés* Or 1°
Même page ligne 11, *au lieu de* x, *lisés* $\cdot$ (*signe de multiplication*)
Pag. 185 lig. 1, on ay, *lis.* on ay.
Même page ligne derniere *au lieu de* en, *lis.* est.
Pag. 187 lig. 8, *au lieu de* $p\sqrt{-1}$, *lis.* $q\sqrt{-1}$.
Même page, lig. 11, *au lieu de* D'ailleurs, *lis.* En effet.
Pag. 190 lig. 4, *au lieu de* x Q, *lis.* $\cdot$ Q
Pag. 191 lig. 12, *au lieu de* de, *lis.* du
Pag. 192 lig. 12, *au lieu de* $(aa+bb)g$ *lis.* $(aa+bb)^g$
Pag. 193 lig. 8, *au lieu de* $\frac{1}{2g}$, *lis.* $\frac{g}{2}$
Pag. 194 lig. 10, *au lieu de* $+q$, *lis.* $-q$.
Pag. 195 lig. 2, même correction.
Pag. 203 lig. 6, *au lieu de* $2z$, *lis.* $2g$.
Pag. 204 lig. 8, *au lieu de* $+fz$, *lis.* $\pm fz$.
Même page lig. 14, *au lieu de* $\pm\frac{f}{2}$, *lis.* $\mp\frac{f}{2}$
Pag. 205 lig. 6, *au lieu de* 20, *lis.* 21.
Même page lig. 9, *au lieu de* $+fz$, *lis.* $\pm fz$.
Même page lig. 11, *au lieu de* x, *lis.* z.
Pag. 206 lig. 1, *au lieu de* $+fz$, *lis.* $\pm fz$.
Même page lig. 5, *au lieu de* $\pm ft$, *lis.* $\mp ft$.
Dans cette page, il sera bon de mettre par tout A au lieu de a, la quantité A étant égale $a\sqrt{(bb-\frac{ff}{4})}$
Pag. 208 lig. 8, *au lieu de* $z+a$, *lis.* $z\pm a$.
Même page lig. 14 & 15 *effacés* par consequent
Pag 209 lig. 3, *au lieu de* $\sqrt{ay}$, *lis.* $\sqrt{y}$.

Pag. 210 lig. 22, *depuis le mot* excepté, effacés le reste de la phrase.

Pag. 211 lig. 4, *au lieu de* a, *lis.* adx.

Pag. 212 ligne antepenultième, *au lieu de* $\sqrt{(a+bx+cxx)}$ *lisés* $\frac{\sqrt{(a+bx+cxx)}}{\sqrt{(a+bx+cxx)}}$

Pag. 213 lig. 7, *au lieu de* $\left(\frac{b-z}{n}\right)^2$, *lisés* $\left(\frac{b-z}{a}\right)^2$

Pag. 214 lig. 10, *au lieu de* $b+z$, *lis.* $b-z$.

Pag. 218 lig 3, *au lieu de* $aa+xn$, *lis.* $aa\mp xn$.

Même page lig. 9, *au lieu de* $(aa\mp nn)^{\pm\frac{n}{2}-\frac{1}{2}}$, *lis.* $(aa\mp nn)^{(\pm\frac{n}{2}-1)\cdot\frac{1}{2}}$

Pag. 222 lig. 13, *au lieu de* gx, *lis.* $g'x$. Même page lig. 14, *lisés* encore $g'x$, pour gx, $g'z$ pour gz. Même page lig. 15, *lisés* $g'z$ pour gz; lig. 16, *lisés* $g'g'$ pour $g'g'$, lg' pour g & $\mp g'$ pour $\mp g$; ligne derniere $g'z$ pour gz

Pag. 223 lig. 2, *au lieu de* ggz, *lisés* $g'g'z$, *au lieu de* $-lg$, *lis.* $-lg'$, *au lieu de* $\mp g$ *lis.* $\mp g'$ & *au lieu de* γz *lisés* $g'z$.

Même page lig. 6, *au lieu de* γz *lisés* $g'z$.

Même page lig 10, *au lieu de* $-dgl+ggg$, *lis.* $-dg'l+\frac{gg'g'}{k}=0$.

Même page lig. 12, *au lieu de* gl, *lis.* $g'l$, & *au lieu de* $\mp g$, *lis.* $\mp g'$

Même page lig. 13, *au lieu de* gx, *lis.* $g'x$, & *au lieu de* $\bar{g}$, *lis.* $\bar{g'}$

Pag. 224 lig. 10, *au lieu de* $\mp r$ *lis.* $\mp p$

Mém. 1747.

Pag. 144 ligne 15, *au lieu de* SL, *lisés* SZ.

Même page lig. 18, *au lieu* du second NO, *lis.* no

Même page ligne antepenult. *au lieu de* SO, *lis.* So.

Pag. 145 ligne antepenult. *au lieu de* S, *lis.* s.

Dans la Fig. 1, il faut tirer CN.

Dans la Fig. 4, vn & nS doivent être en ligne droite

Pag. 148 lig. 12, *au lieu de* $v'o'=$B, *lis.* $vo'=$B.

Pag. 150 lig. 5, *au lieu de* au double (*bis*) *lisés* à la moitié

Pag. 151 lig. 22, *au lieu de* $\frac{RF}{ST-OS}$ *lis.* $\frac{RP}{ST-OS}$, & mettés P pour S dans la figure.

Pag. 215 lig. 6, *au lieu de* l'are, *lis.* l'arc.

Même page lig. 13, *au lieu de* b, *lis.* $\mathfrak{b}$, & observés que l'imprimeur a mis indifferemment $\mathfrak{b}$ ou β, de sorte que ces Lettres designent la même quantité.

Même page lig. 20, *au lieu de* b, *lisés* $\mathfrak{b}$

Pag. 216 obfervés que l'imprimeur a mis indifferemment ϑ ou θ
Même page lig. 21, *au lieu de s*, *lifés f*
Pag. 217, *au lieu de* Γs, *lifés* $\Gamma - s$
Même page, il faut mettre un grand O par tout où il y a un petit *o*.
Pag. 218, même obfervation.
Dans la Fig. 5, il faut mettre Q pour Z
Pag. 223 lig. 6, *au lieu de s*, *lifés* S
Dans la Fig 6, il faut mettre une S, *au milieu de* OK', entre les points *g'* & *g*
Dans la Fig. 7, mettés on S, *au milieu de* OK
Pag. 229 lig. 11, *au lieu de* le art. *lif.* lès art.
Pag. 231 lig. 6, à compter d'en bas, *au lieu de* KQTGH, *lif.* KQTGA
Pag. 233 art. XXIX, obfervés que l'imprimeur a mis indifferemment β ou $\mathfrak{G}$; auffi bien que ϑ ou θ
Pag. 236 lig. 3, à compter d'en bas, *au lieu de* LB. cette, *lifés* LB, cette
Pag. 237 lig. 8 & 9, *au lieu de y*, *lifés u*
Pag. 237 lig. *au lieu de* $\overline{a-x}^{\frac{1}{3}} - (a-x)$ *lifés* $\overline{a-x}^{\frac{1}{3}} - (a-x)$
Pag. 238 lig. 4, *au lieu de* Z, *lifés z*
Pag. 240 lig. 6, à compter d'en bas, *au lieu de* σ *lif* 6
Fig. 17, mettés un fecond *t* au bont de la ligne d'en bas
Pag. 243 lig. 12, *au lieu de* $x = 1$, *lif.* $x =$
Pag. 244 lig. 13 & 14, *au lieu de* Z, *lif.* L
Pag. 246 lig. 9, à compter d'en bas, *au lieu de* c^{-ns} *lif.* e^{-ns}
Pag. 246 lig. derniere, *au lieu de* aux angles, *lif.* aux complemens des angles.

MÉM. 1748.

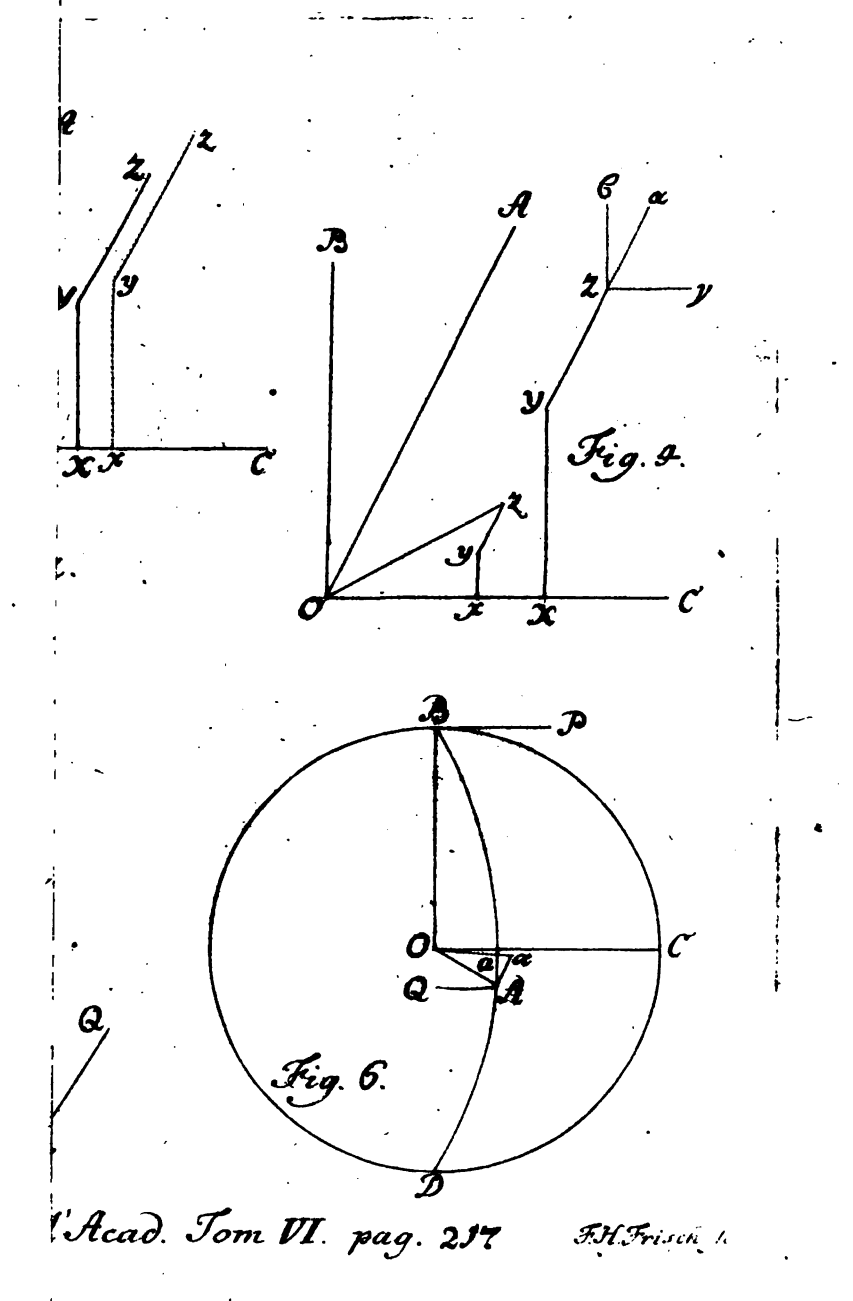
Pag. 249 lig. 11, *au lieu de* nétant, *lifés n* étant.
Pag. 252 lig. avant derniere, *au lieu de* ${}^{s}z$, *lifés* z^{s}
Pag. 253 lig. 2, *au lieu de* $\frac{-r+1}{2}$, *lifés* $\frac{-r+2}{2}$
Même page lig. 7, *au lieu de* $+\frac{r}{2}$, *lif.* $\pm\frac{r}{2}$
Même page lig. 9, *au lieu de* $+\frac{n}{2}$ *lif.* $\pm\frac{n}{2}$; & *au lieu de* $+\frac{r}{2}$ *lif.* $\pm\frac{r}{2}$
Pag. 255 lig. 3, *au lieu de* kdu, *lif.* $\frac{kdu}{2}$
Pag. 256 lig. 14, *au lieu de* $-\left(\frac{gx-gb+af}{a}\right)$ *lifés* $\left(\frac{gx-gb+af}{a}\right)$
Même page lig. 20, *au lieu de* $bbccqq$, *lif.* $bbccgg$

Pag.

Pag. 257 lig. 10, *au lieu de* $2aaeefc$, *lisés* $2aaegfc$
Même page lig. 24, *au lieu de* $\int du$ &c. *lis.* $-\int du$ &c.
Même ligne, *au lieu de* $\frac{kn}{4m}$, *lis.* $\frac{k}{4}$; même ligne, *au lieu de* $\frac{km}{4n}$, *lis.* $\frac{km}{8n}$;
Pag. 258 lig. 10, *au lieu de* $\frac{km}{4n}$, *lis.* $\frac{km}{8n}$
Même page lig. 11, *au lieu de* $+dl\int$, *lis.* $-dl\int$
Même page lig. derniere, *au lieu de* $-\frac{\Phi}{2}$, *lis.* $\frac{\Phi}{s}$, & voyés sur tout cet article IX les nouvelles additions à ces recherches sur le calcul integral, imprimées dans ce Volume.
Pag. 263 lig 8, *au lieu de* xx, *lisés* cxx; Même page ligne derniere, *au lieu de* e, *lis.* s
Pag. 265 lin. 1, *au lieu de* Cel, *lis.* Cela
Pag. 267 lig. 11, *au lieu de* ζx, *lis.* γx
Pag. 268 lig. ante penult. *au lieu de* $\Phi\frac{n}{m}$, *lis.* $\Phi+\frac{n}{m}$; & *au lieu de* mnn, *lis.* mn
Pag. 269 lig. 15, *au lieu de* $+m^2$, *lis.* $+n^2$
Pag. 270 lig. 9, *au lieu de* $-A$, *lis.* $\pm A$
Même page lig 13, *au lieu de* $+\frac{A}{\Phi}$, *lis.* $\pm\frac{A}{\Phi}$
Pag. 271 lig. 3, *au lieu de* $\pm A$, *lis.* $+A$.
Pag. 272 lig. 5, à compter d'en bas, *au lieu de* $ydxx$, *lis.* ydx
Pag. 274 lig. 5, *au lieu de* $\frac{z}{\sqrt{(\alpha+6z+\delta zz)}}=-\frac{1}{u}$ *lis.* $\frac{z}{\alpha+6z+\delta zz}=\frac{1}{\delta u}$
Pag. 275 lig. 16, *au lieu de* equations, *lisés*; equation
Pag. 277 lig. 8, *au lieu de* y^s, *lis.* y; lig. 12, *au lieu de* ce qui, *lis.* ce qu'il
Pag. 278 lig. 1, *au lieu de* $\grave{a}x$, *lis.* dx; lig. 2, *au lieu de* $+t$, *lis.* $+s$; lig. 4, *au lieu de* $+qs$, *lis.* $+ps$; lig. 7, *au lieu de* ax^m, *lis.* $a'x^m$
Pag. 281 lig. 1, *au lieu de* dz, *lisés* dZ.
Pag. 283 lig 12, *au lieu de* $-\frac{C+L}{2k}$, *lis.* $\frac{-C+L}{2k}$; lig. 16, *au lieu de* de, v, *lis.* de v.
Pag. 284 lig. 17, *au lieu de* un t, *lis.* une, & lig. 18, *au lieu de* K a), *lis.* K a)t; lig 20, *au lieu de* $u'-u$, *lis.* $u-u'$, & *au lieu de* zu, *lis.* $2u$
Pag. 286 lig. 7, à compter d'en bas, *au lieu de* $gy+m\mu$, *lis.* $gy+n\mu$.
Pag 287 lig. 15, *au lieu de* egales, *lis.* egaux. lig. 24, *au lieu de* 49, *lis.* 47
Pag. 288 lig. 8, à compter d'en bas, *au lieu de* en mettant, *lis.* on mettroit
Même page le §. LII est repeté Deux fois
Pag. 290 lig. 4, après ces mots l'art. 52, ajoutez Scolie V.

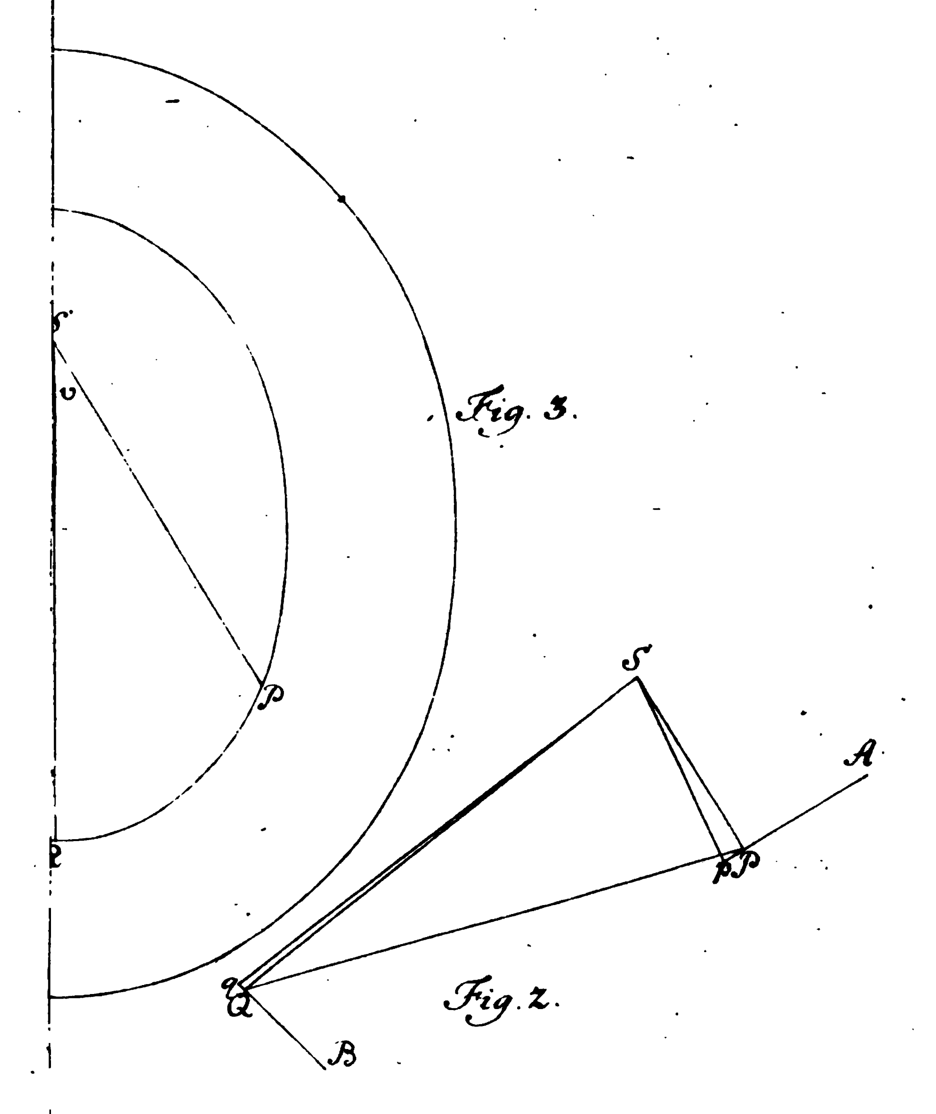
Voila les principales fautes qu'on a pu remarquer; mais il peut y en avoir encore.

MEMOI-

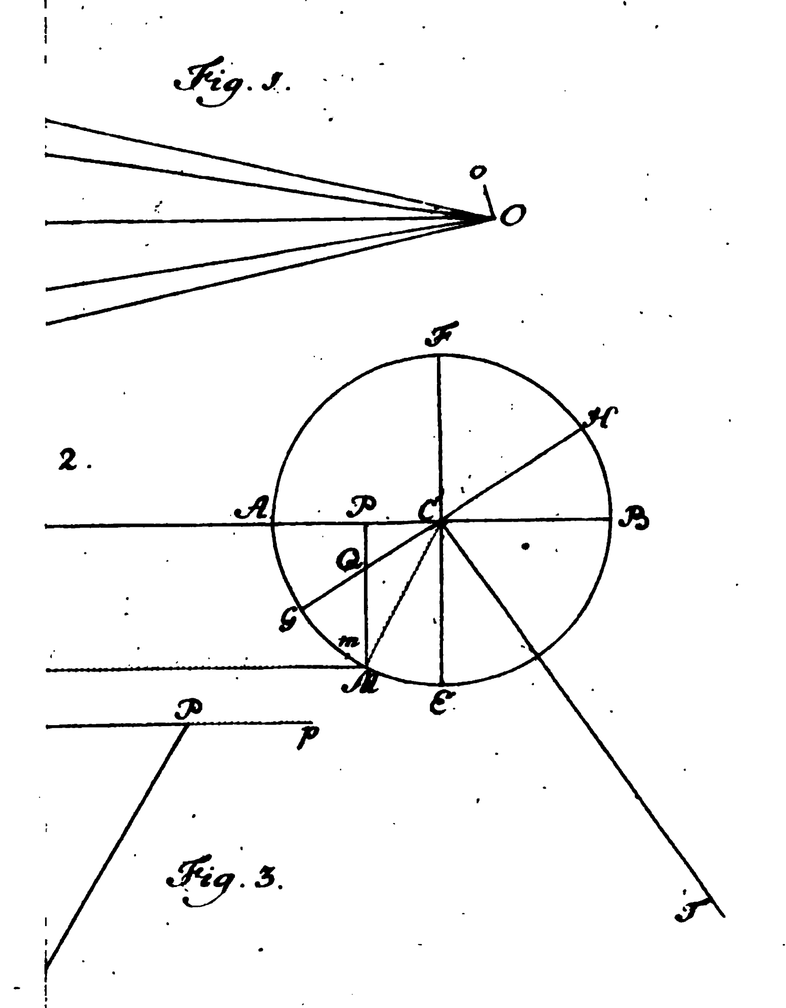


 F.H. Frisch

Planche II. Classe Math. ad pag.

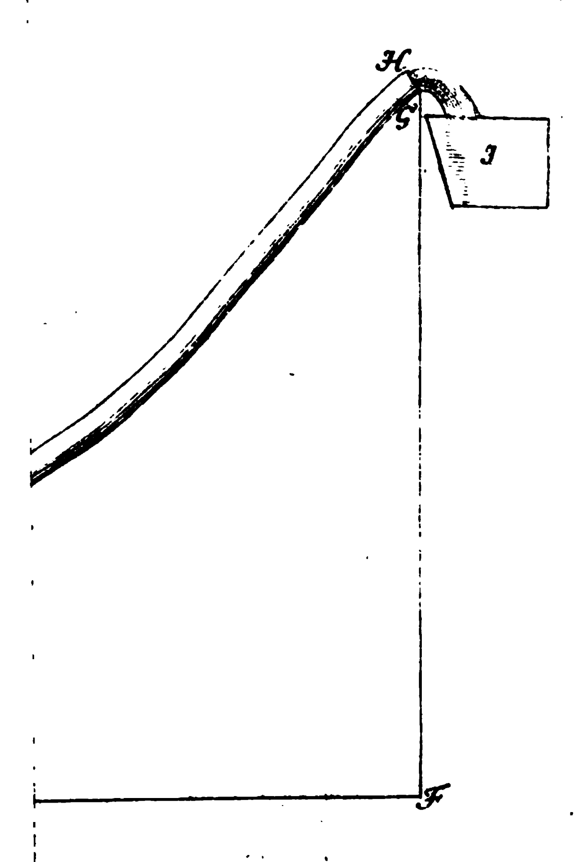


IV. Claſſ Mat. ad pag. 416.

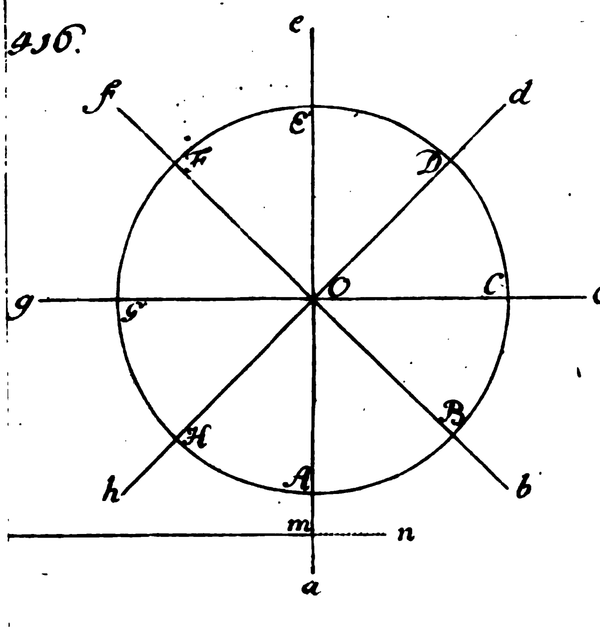


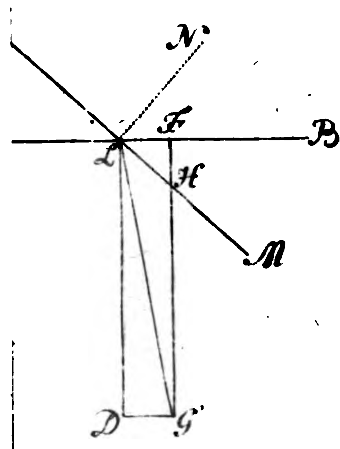
Mem. de l'Acad. Tom. VI pag. 298.

pag. 416.



l'Acad Tom. VI. pag. 311.


416.
e
f
d
E
F
D
g
G
O
C
c
H
B
A
h
b
m
n
a


N
F
B
L
H
M
D
G

Math. ad pag. 356.

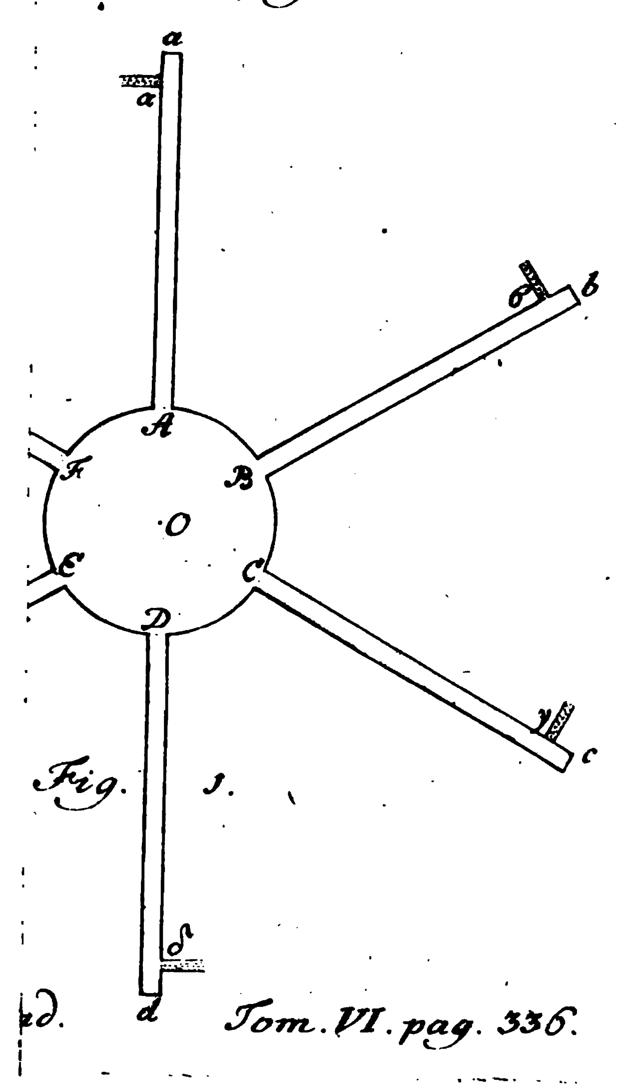
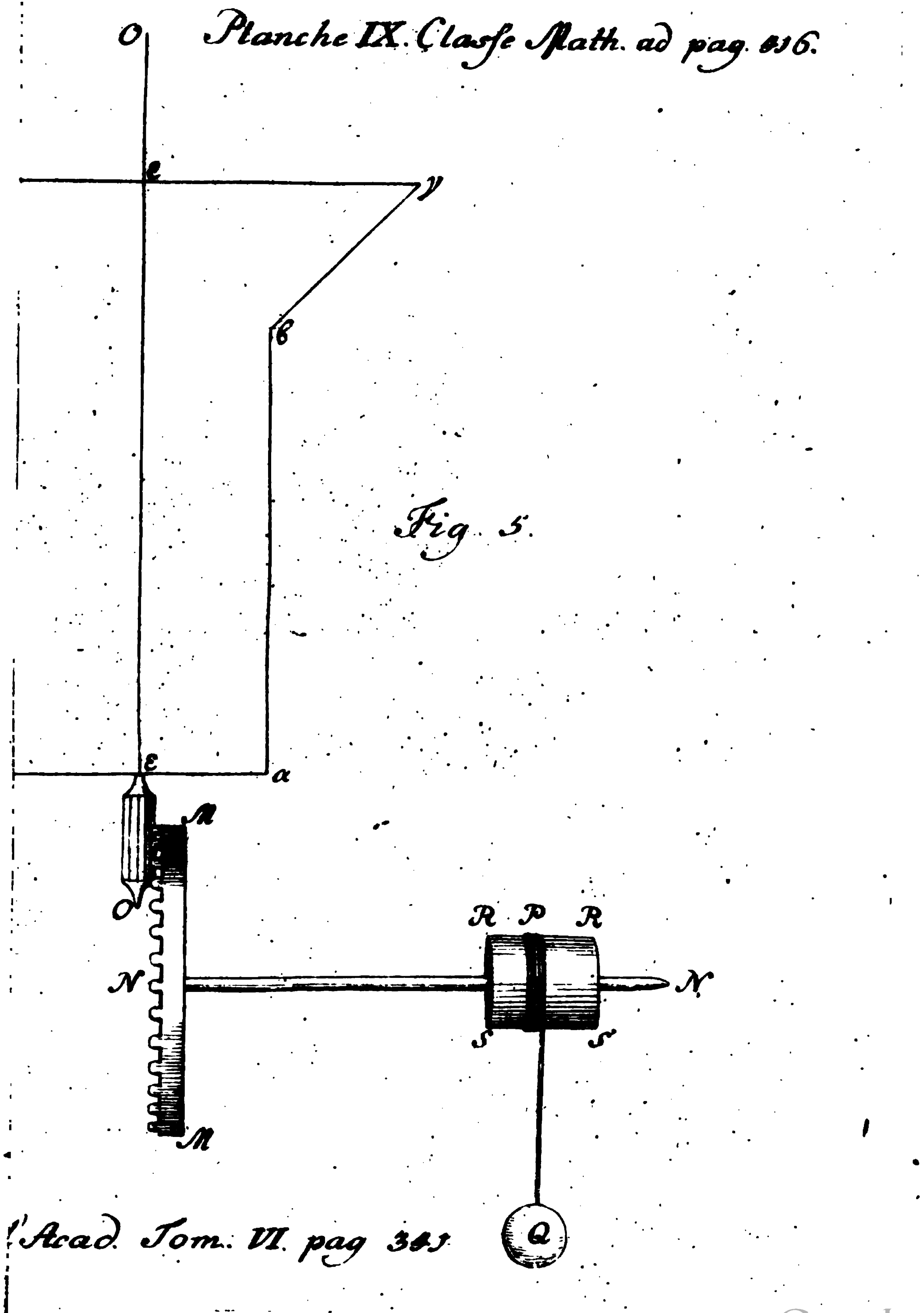


Fig. 1.

ad. Tom. VI. pag. 336.

Fig. 1.

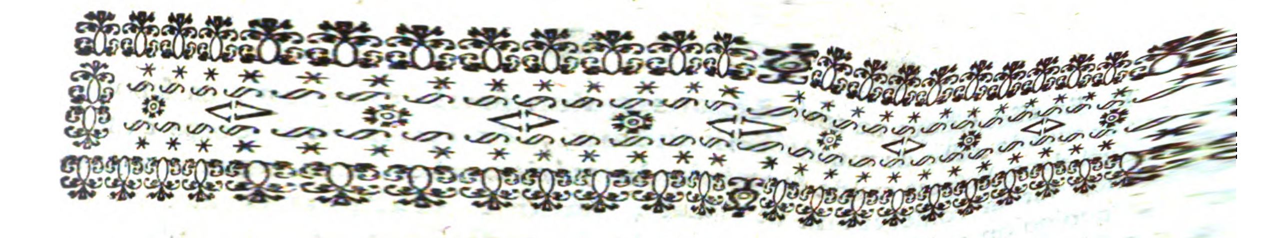
Fig. 4.


O
e
V
b
Fig. 5.
E
a
M
O
N
R
P
R
N
S
S
M
Q

MEMOIRES
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES LETTRES.

CLASSE DE PHILOSOPHIE SPECULATIVE.

* * *



RECHERCHES
SUR L'ORIGINE DES FORCES,

PAR M. EULER.

I.

C'est une propriété générale de tous les corps, que person
ne révoque plus en doute, que chaque corps considéré
lui-même demeure constamment dans le même état, ou
repos ou de mouvement. Car un corps étant une fois en repos,
convient qu'il doit demeurer toujours en repos, & s'il arrive
commence à se mouvoir, on est d'accord que ce changement
produit par une cause, qui est étrangere à ce corps, ou qui ne
trouve pas dans le corps même; de sorte que, si cette cause n'étoit
survenue, le corps seroit demeuré indubitablement dans son état
repos. Il en est de même, si le corps a été mis par une cause
conque dans un état de mouvement; car alors, à moins qu'il ne
assujetti à l'action de quelque cause étrangere, il conservera tou
ce même mouvement, ou il avancera sans cesse avec la même v
selon la même direction. Et si un tel corps dans son mouve
changeoit ou de vitesse ou de direction, il est certain qu'il ne
droit pas chercher la cause dans le corps même, mais hors de
quelque endroit qu'elle puisse se trouver.

II. En effet si nous ne considérons qu'un seul corps, en supposant que tout le reste du monde soit anéanti, & que ce corps existe tout seul dans l'espace vuide & infini, la vérité de ce que je viens d'avancer sur la conservation de l'état, sautera d'abord aux yeux. Car, quoiqu'on puisse objecter contre la supposition que je fais, & contre l'espace vuide, que je suppose rester après l'anéantissement de tous les autres corps, les conclusions que je m'en vais tirer, n'en seront pas moins seures. Car je n'imagine ce cas que pour mettre le corps à l'abri de toutes les causes étrangeres, qui pourroient agir sur lui; & comme ces causes se trouvent hors du corps que je veux considérer, rien n'empêche, que je fasse abstraction de ces causes étrangeres, ou que je les suppose anéanties. C'est pourquoi il reviendra au même de laisser exister tous les autres corps, pourvû qu'on les regarde comme depouillés de toutes forces, par lesquelles ils pourroient agir sur le corps en question.

III. Ce corps donc étant garanti de l'action de toute force étrangere, soit que tous les autres corps soient anéantis, ou qu'ils se trouvent hors d'état d'agir sur ce corps, si ce corps dans ces circonstances est en repos, il n'y a aucun doute, qu'il ne demeure éternellement en repos, puisqu'il ne se trouve nulle part la moindre raison, pourquoi il devroit commencer à se mouvoir. Et la même raison nous oblige à soutenir, que si ce corps avoit quelque mouvement, il devroit continuer sans cesse ce mouvement avec la même vitesse & selon la même direction. Car on ne peut pas supposer à ce corps un mouvement déterminé, sans qu'il parcoure avec ce mouvement un espace tant soit petit: & comme il a à chaque point de cet espace le même mouvement, il y a partout la même raison, pourquoi il doit passer outre de même maniere; de sorte qu'il ne pourra jamais changer ni de vitesse, ni de direction.

IV. Or, tant qu'un corps ou demeure en repos ou se meut d'un mouvement uniforme selon la même direction, on dit dans l'un & l'autre cas, que le corps demeure dans le même état. Dans ce sens donc

on

on connoit l'état d'un corps, lorsqu'on fait, ou qu'il est en repos, ou qu'il se meut avec une certaine vitesse selon une certaine direction: & partant c'est une propriété essentielle à tous les corps de se conserver dans leur état, & de n'y souffrir aucun changement, tandis qu'ils ne sont pas assujettis à l'action de quelque cause étrangere. Aussitot donc qu'il arrive le moindre changement dans l'état d'un corps, soit de repos soit de mouvement, il est bien seur, que la cause de ce changement n'est pas dans le corps, mais plutôt dans quelque sujet existant hors de lui; de sorte que si cette cause n'avoit pas agi sur le corps, il seroit resté perpetuellement dans le même état, dans lequel il eut été mis une fois.

V. A cette proprieté des corps, par laquelle ils affectent de demeurer dans le même état, on donne le nom d'*inertie*; & partant l'inertie est un attribut essentiel à tous les corps, de sorte qu'il seroit impossible, qu'il y eut des corps dépourvûs de cette propriété. Quoique ce mot d'inertie soit assés propre pour marquer cette qualité d'un corps reposant, par laquelle il demeure en repos, il ne semble pas si propre à marquer le principe, par lequel un corps, qui se trouve en mouvement, persévére dans le même état; puisqu'on est accoutumé de regarder la continuation du mouvement comme une action, & que le mot d'inertie dans sa signification naturelle marque une opposition à toute action. Or, puisque c'est le même principe par lequel un corps étant en repos demeure en repos, & par lequel un corps mis en mouvement conserve ce mouvement avec la même vitesse & suivant la même direction, il est raisonnable d'imposer à ce principe le même nom, tant pour l'un que pour l'autre cas. Il faut donc lier avec ce nom un tel sens, qui marque une aversion pour tout changement.

VI. Ayant fixé cette idée de l'inertie, il est clair que toutes les fois qu'un corps change d'état, la cause de ce changement se doit trouver hors du corps. Ainsi, si un corps qui a été jusqu'ici en repos, commence à se mouvoir, ce corps même n'en renferme pas la

caufe, mais il eft bien feur, qu'elle fe trouve quelque part hors de lui. De méme, fi un corps en mouvement commence à changer ou de viteffe ou de direction, la caufe lui eft infailliblement étrangere, & fubfiftera dans quelqu'autre fujet : de forte que, fi cette caufe n'avoit pas agi fur le corps, il feroit refté dans fon état, ou de repos dans le premier cas, ou de mouvement dans l'autre, fans qu'il eut jamais changé ni de viteffe ni de direction. Par conféquent ce feroit contre la nature des corps, fi l'on vouloit foutenir, que les corps euffent quelque penchant pour fe mouvoir étant en repos, ou pour parvenir à l'état de repos lorsqu'ils ont reçu quelque mouvement ; & partant il faut bannir de l'idée des corps, toutes les qualités contraires à l'inertie prife dans le fens, que je viens d'établir.

VII. Si l'on excepte quelques Philofophes, qui ont des fentimens peu juftes fur le mouvement, tous les autres, & furtout ceux qui ont joint à leurs fpéculations Philofophiques une connoiffance fuffifante de la Mécanique, tombent d'accord fur cet article de l'inertie. Et méme ceux qui foutiennent une attraction univerfelle comme une propriété effentielle aux corps, n'en difconviennent point. Car fi deux corps éloignés à une diftance quelconque commencent à s'approcher l'un de l'autre, ils ne difent pas que la caufe, pourquoi l'un de ces deux corps commence à fe mouvoir, fe trouve dans ce méme corps, mais plutot dans l'autre, de forte que fi cet autre n'avoit pas exifté, celui-là feroit demeuré toujours en repos. Ainfi, felon le fentiment auffi de ces Philofophes, la caufe de tout changement d'état dans les corps réfide hors d'eux & leur eft étrangere.

VIII. Toute caufe qui eft capable de changer l'état d'un corps s'appelle *force* : & partant, lorsque l'état d'un corps change, foit que du repos il commence à fe mouvoir, ou qu'étant déjà en mouvement, il change ou de viteffe ou de direction, ce changement vient toujours d'une force, & cette force fe trouve hors du corps dans quelque autre fujet, quel qu'il foit. Car je ferai voir dans la fuite la véritable fource de toutes les forces, par lesquelles l'état des corps du monde

eft

est altéré continuellement. Maintenant je me contente d'avoir montré, que la force, qui cause quelque changement dans l'état d'un corps, n'a point lieu dans ce corps même, mais qu'on la doit nécessairement chercher dans quelque autre sujet.

IX. A l'occasion de cette définition du terme de force, je remarque, que c'est très mal à propos, que quelques uns nomment l'inertie la force d'inertie. Car, puisque l'effet de l'inertie consiste dans la conservation du même état, & que celui des forces tend à changer l'état des corps, il est evident que ces deux effets sont directement contraires entr'eux, & que l'inertie marque plutot une chose tout à fait opposée à l'idée des forces. Cette remarque paroit d'autant plus nécessaire, que cette dénomination si peu juste n'a pas peu contribué à brouiller la théorie des premiers principes des corps & du mouvement. Car dans la plupart des Livres qui traitent de cette matière, on trouve tant d'obscurités & de contradictions, qu'on est obligé de leur renoncer tout à fait, lorsqu'on veut s'appliquer avec succés à l'étude de la Mécanique ; tant il s'en faut que ces Livres renferment les premiers fondemens de cette Science.

X. Or, malgré l'inertie, ou cette propriété générale des corps, en vertu de laquelle chacun tâche de se conserver dans son état, nous voyons toujours, que tous les corps, qui tombent sous nos sens, changent continuellement de leurs états, & il semble impossible de trouver aucun corps, qui demeure tant soit peu de tems en repos, ou qui continue son mouvement avec la même vitesse & selon la même direction. D'où il s'ensuit nécessairement, que tous ces corps sont sans cesse assujettis à l'action de quelques forces, & que chaque corps se trouve sollicité par quelque force, qui subsiste hors de lui. C'est aussi à quoi aboutissent toutes les recherches de la Mecanique, où l'on s'applique principalement à deux choses: l'une, les forces qui agissent sur un corps étant données, de déterminer le changement qui doit étre produit dans son mouvement: l'autre, de trouver les forces mémes, lorsque les changemens, qui arrivent aux corps dans leur

leur état, sont connues. Ainsi, par exemple, si un corps restoit demeuroit en repos, ou qu'il avançât d'un mouvement uniforme suivant la même direction, il seroit ridicule d'en demander la raison, puisqu'elle seroit contenuë dans la nature de ce corps même. Mais, dès qu'on remarque des irrégularités dans le mouvement d'un corps, soit que sa vitesse ou sa direction, ou toutes les deux, subissent des changemens, alors on est en droit d'en demander la cause, étant bien seur, que c'est quelque force, qui subsiste hors de ce corps.

XI. Pour trouver donc la veritable origine de ces forces, dont nous voyons que le monde est rempli, examinons soigneusement quelques cas, où les corps sont obligés de changer d'état; & pesons exactement toutes les circonstances qui s'y trouvent jointes, pour en déterrer celle, qui puisse contenir la source des forces, qui causent ce changement d'état. Considérons donc d'abord deux corps A & B, dont l'un A soit en repos, & l'autre B en mouvement, en sorte qu'il dirige son cours vers le premier A. Cela posé, on sait que, dès que le corps B vient à atteindre le corps A, l'état de l'un & de l'autre se change subitement, & que le corps A, qui a auparavant été en repos, reçoit quelque mouvement, & que le mouvement du corps B en devient diminué. J'envisage ici ce cas en général, sans déterminer si les corps sont élastiques, ou dépourvus de tout ressort; car l'effet que je viens d'indiquer est commun à l'une & l'autre espece des corps. On peut encore supposer que ces deux corps sont à peu près égaux entr'eux, afin qu'il n'y reste le moindre doute sur le changement d'état de tous les deux corps à la fois; car, si l'un étoit incomparablement plus grand que l'autre, on pourroit penser que le plus grand ne souffre aucun changement, puisque son changement causé par le choc seroit extrémement petit, & à peine à remarquer. Mais en tout cas il suffit de savoir, qu'au moins l'un de ces deux corps change d'état.

XII. Et d'abord je demande, pourquoi tous ces deux corps ne demeurent pas dans leur état, c'est à dire, pourquoi le corps A ne demeure pas en repos, & pourquoi le corps B ne continuë pas son mouve-

mouvement avec la même vitesse & selon la même direction, comme leur inertie l'exigeroit? Or la réponse à cette demande sera d'abord prête: on dira que le choc ou le concours de ces deux corps ne permet pas, que l'un & l'autre conserve son état; car si le corps A demeuroit en repos, l'autre B ne sauroit continuer son mouvement, sans qu'il passât au travers du premier; or que cela étoit impossible à cause de l'impénétrabilité de l'un & de l'autre de nos corps. Et partant on convient, que si l'un de ces corps, ou tous les deux n'étoient pas impénétrables, ou que l'un accordât à travers de lui un passage entiérement libre à l'autre, alors aucun de ces deux corps ne souffriroit le moindre changement dans son état; puisque l'un & l'autre pourroit continuer à rester dans son état, sans que l'un y fut empêché par l'autre.

XIII. Voilà donc déja une circonstance bien remarquable, savoir l'impénétrabilité, qui étant en cause, que nos deux corps ne peuvent pas poursuivre leur état, doit contenir probablement la cause du changement, qui arrive dans le choc; elle demande donc dans cette recherche toute l'attention possible. Or l'impénétrabilité est de l'aveu de tous les Philosophes une propriété aussi générale & aussi essentielle à tous les corps que l'étendue, ou l'inertie; cependant il me semble que la plupart n'ont pas assés exactement fixé l'idée, que nous devons avoir de cette propriété. Car quand on dit, que tous les corps sont impénétrables, il ne faut pas croire, que par exemple une éponge, entant qu'elle se laisse pénétrer par de l'eau, y fasse une exception; puisqu'on sait, que ce ne sont pas les particules de l'éponge que l'eau pénétre, mais les pores, qui, quoiqu'ils soient remplis d'air ou d'une autre matiere, permettent à l'eau l'entrée à mesure que la matiere, qui y étoit logée, s'en va. Cet exemple peut servir à lever plusieurs doutes, qu'on pourroit faire sur la généralité de cette qualité des corps.

XIV. De là il est clair, que l'impénétrabilité est une telle propriété des corps, en vertu de laquelle un corps étant dans un lieu,

entant qu'il occupe ce lieu, ne souffre pas qu'un autre corps occupe ce même lieu en même tems. La condition, que j'ai insérée dans cette définition, contenuë en ces termes : *entant qu'il occupe ce lieu*: la met à l'abri des objections qu'on pourroit faire; car, lorsque l'eau entre dans les pores d'une éponge, l'eau n'occupe pas le lieu, que l'éponge occupe actuellement, mais elle succede dans les espaces, qu'une autre matiere avoit occupée auparavant, & qui en est sortie à l'entrée de l'eau. De la même maniere, lorsque les rayons de lumière passent à travers du verre ou d'un autre corps transparent, ou lorsqu'on dit que l'ether, ou quelqu'autre matiere subtile, traverse librement les corps, on comprend aisément, que cet effet n'est pas contraire à l'impénétrabilité des corps; puisque ce ne sont pas les particules propres de ces corps, mais leurs pores, qui permettent le passage à ces matieres subtiles.

XV. Pour mieux faire sentir, que l'impénétrabilité convient à tous les corps, & qu'elle en est même une proprieté essentielle, de sorte que des êtres étendus, & même doüés de l'inertie, s'ils n'avoient pas cette propriété, ne mériteroient pas même le nom de corps; je remarque qu'un corps dépouillé de l'impénétrabilité, s'il étoit possible, ne feroit plus capable de frapper nos sens, & de nous porter par là à la connoissance de son existence. Car premiérement il est clair, que laissant un libre passage à tous les corps, qui y frappent, nos mains y passeroient à travers sans rien sentir, & les rayons de lumière y trouvant aussi un libre passage n'exciteroient pas dans leur surface cette clarté requise pour les rendre visibles à nos yeux. Pour les autres sens il est pareillement évident, qu'ils ne sauroient recevoir d'un tel corps la moindre impression.

XVI. Mais de plus, quand même il y auroit de tels corps parfaitement pénétrables, en quoi seroient-ils differens de l'idée, que nous avons d'un espace vuide ? On ne pourroit pas dire, qu'ils occupassent quelque lieu, puisque ce même lieu pourroit être occupé par d'autres corps, sans que ceux-là le quittassent. Ensuite les parties

ties de ces corps étant aussi parfaitement pénétrables, rien n'empêcheroit, qu'on ne les réduisît dans un même lieu: car étant pénétrables, ni la dureté, ni la roideur, ne leur pourroit convenir. Ainsi un tel corps se laisseroit réduire dans un aussi petit espace, qu'on voudroit, & même dans un point, ou à rien; de sorte que ce seroit un vrai anéantissement: & après avoir été reduit de cette façon à rien, il seroit difficile de dire en quoi il seroit different dans cet état de celui, où on l'a conçu auparavant; par conséquent ces sortes de corps ne différeroient en aucun égard d'un vrai rien.

XVII. De là il est clair, combien il appartient à l'essence des corps d'être impénétrables, puisque sans cette propriété ils ne seroient capables d'occuper aucun lieu; & quand même on les concevroit dans un espace, il n'y auroit aucune difference entr'eux & un espace vuide. Cette considération me conduit aussi à remarquer, que la pénétrabilité dans le sens, qu'on la doit entendre, n'est pas susceptible de dégrés, de sorte qu'on ne sauroit dire, qu'un être fut plus ou moins pénétrable qu'un autre. Car, dès qu'il n'est pas entiérement impénétrable, il est pénétrable, & les raisons allegoées contre la réalité des êtres tout à fait pénétrables, prouveront aussi que la partie, qu'on conçoit pénétrable, est destituée de realité; de sorte qu'il ne resteroit pour la constitution du corps que la partie tout à fait impénétrable. Ainsi l'impénétrabilité des corps consiste dans une impossibilité absoluë de se laisser pénétrer; ou il est impossible que deux corps, ou seulement deux de leurs moindres particules, existent à la fois dans le même lieu.

XVIII. Après ces réfléxions sur l'impénétrabilité, retournons à la considération des deux corps A & B, dont celui-cy B rencontre dans son mouvement l'autre A que nous supposons en repos. Et puisque nous avons vû, qu'à la rencontre même il est impossible que l'un & l'autre demeure dans son état, à cause de l'impénétrabilité, il s'agit de déterminer, d'où vient la force qui produit ce changement d'état, qui doit nécessairement arriver. Car à cause de l'inertie il n'y

a aucun doute, que ce changement ne provienne d'une certaine cause; & toute cause capable de changer l'état des corps, est comprise sous le nom de force. Posons donc cette alternative; ou cette force est nécessairement liée avec l'impénétrabilité, ou elle en est séparable. Dans ce dernier cas donc l'impénétrabilité pourroit subsister sans cette force; or abolissant cette force, ou la cause du changement d'état dans nos corps, son effet devroit aussi cesser, & partant l'un & l'autre corps devroit demeurer dans son état. Mais cela étant impossible, puisque les corps se devroient pénétrer, il s'ensuit nécessairement, que la force en question est absolument liée avec l'impénétrabilité, & qu'elle n'en est nullement séparable.

XIX. Aussi-tot donc qu'on reconnoit l'impénétrabilité des corps, on est obligé d'avoüer que l'impénétrabilité est accompagnée d'une force suffisante, pour empêcher la pénétration. Et en effet s'il est impossible que les corps se pénétrent, il faut qu'il y ait des obstacles insurmontables, qui s'opposent à la pénétration; & si la pénétration ne sauroit être évitée, sans que les corps ne changent d'état, il faut qu'il se trouve dans les corps mêmes, entant qu'ils sont impénétrables, des forces suffisantes pour produire ce changement d'état, sans lequel l'impénétrabilité ne sauroit subsister. Ce seroit donc une contradiction ouverte de soutenir, que les corps sont impénétrables & de leur refuser en même tems les forces, qui soient absolument nécessaires pour maintenir l'impénétrabilité, & pour s'opposer à la pénétration.

XX. Entant donc que les corps sont impénétrables, ils sont aussi doüés de forces nécessaires pour le maintien de cette propriété, & sans ces forces il seroit même impossible de se former une idée de l'impénétrabilité; de sorte que c'est l'impénétrabilité, qui est la premiére source des forces, qui subsistent dans le monde, & qui présent une infinité de changemens dans l'état des corps. Or ces forces ne se déployent que lorsqu'il s'agit de prévenir la pénétration; car, tant que les corps peuvent persévérer dans leur état, ou de repos ou de mouve-

mouvement, fans que leur impénétrabilité en foit attaquée, il n'arrivera aucun changement dans leur état, tout comme fi les forces jointes à l'impénétrabilité n'exiftoient point. Mais lorsque les corps ne fauroient demeurer dans leur état fans fe pénétrer les uns les autres, c'eft alors que les forces de l'impénétrabilité agiffent, en changeant l'état des corps, autant qu'il faut pour empêcher toute pénétration.

XXI. Nous voyons par là, quelle idée nous devons nous former de ces forces, dont l'impénétrabilité des corps eft néceffairement accompagnée; & qu'on doit bien prendre garde de les ranger fous la définition, que quelques Philofophes donnent des forces en général, quand ils difent, qu'une force eft un effort continuel de changer d'état. Car premiérement ces forces, que nous venons de découvrir, n'agiffent pas continuellement, mais feulement alors, quand les corps en continuant leur état fe devroient pénétrer mutuellement. Enfuite le changement d'état, qu'elles produifent n'en eft qu'un effet indirect, puisque leur effet principal confifte dans le maintien de l'impénétrabilité, & qu'elles ne changent l'état des corps, qu'entant qu'il le faut pour empêcher la pénétration. Donc, quoique l'exiftence de ces forces de l'impénétrabilité foit démontrée, nous fommes encore en droit de nier hardiment, qu'il ne fe trouve point dans les corps des forces telles, que nous décrivent ces Philofophes; qui femblent avoir manqué en ce qu'ils ont voulu définir une chofe, avant que de l'avoir fuffifamment connuë.

XXII. Or quand nous nommons force, toute caufe qui eft capable de changer l'état des corps tant de repos que de mouvement, cette définition convient parfaitement bien aux forces, dont l'impénétrabilité des corps eft revêtuë. Car premiérement ces forces ne changent pas perpètuellement l'état des corps, & elles n'ont pas même un effort pour produire un tel changement, tandis que l'impénétrabilité ne fouffre aucune atteinte. Enfuite, on n'en peut dire que ce qu'elles font feulement capables de caufer quelque changement dans l'état des corps, puisqu'elles ne produifent aucun effet, que lorsque les corps

se trouvent dans un tel état, qu'ils ne sauroient y demeurer, lors qu'ils se pénétrassent les uns les autres : de sorte que ce n'est que dans ces cas, qu'on pourroit dire, que ces forces agissent effectivement, & alors même elles n'agissent, qu'autant qu'il faut pour garantir les corps de pénétration.

XXIII. Il se trouve ici encore une autre circonstance, qui paroîtra bien étrange; c'est que ces forces regardées en elles-mêmes ne sont pas déterminées ni par rapport à la quantité, ni à la direction; ou plutot s'il est impossible que quelque chose existe, qui ne soit pas entiérement déterminé, il faut dire que ces forces mêmes n'existent pas, que lorsque le cas existe, où elles sont obligées d'agir pour prévenir la pénétration: ce n'est donc que dans ces cas, qu'elles méritent le nom de force; & hormis ces cas, elles ne sont qu'un attribut de l'impénétrabilité. Mais dès que le cas arrive, que deux corps en continuant leur état se devroient pénétrer, aussi-tot ces forces commencent [illegible] & à changer l'état des corps autant qu'il faut pour les mettre à [illegible] la pénétration: & dès qu'il n'y a plus de danger, qu'ils se pénétrent[illegible]ent, les corps continueront l'état, où ils auront été réduits par l'action [illegible] forces, & il n'en restera plus rien, d'où l'on pourroit juger, [illegible] forces subsistassent encore, si ce n'est l'impénétrabilité même.

XXIV. Puisqu'un corps, qui existeroit tout seul, pourroit toujours demeurer dans son état ou de repos ou de mouvement, [illegible] forces de l'impénétrabilité ne produiroient jamais le moindre effe[illegible] ce seroit tout comme si elles n'existoient pas. Ainsi d'un corps re[gar]dé en lui-même, on ne sauroit dire, qu'il étoit doüé d'une telle fo[rce] & comme ces forces ne se manifestent qu'à la rencontre de deux ou plusieurs corps, où il s'agit d'empecher leur pénétration, il est [illegible] que ces forces sont l'effet de l'impénétrabilité, non d'un seul corps, mais de tous les deux à la fois; car, si l'un seulement étoit pénétrable, il n'arriveroit aucun changement dans tous les deux. D'où il s'ensuit que ces forces, dont nous voyons l'effet dans le choc des corps, résultent également de l'un & de l'autre de ces corps, & qu'il en nait alors

alors une seule force, qui opére le changement d'état dans l'un & l'autre. Et partant, tant que nous ne considérons qu'un seul corps, on ne sauroit lui attribuer rien, qui ressemblât à ces forces, & encore moins pourroit-on dire, que ce corps eût une force déterminée.

XXV. Pour parler donc plus précisément, il faut dire qu'à la rencontre de deux corps, qui se pénétreroient s'ils continuoient à demeurer dans leur état, il nait de l'impénétrabilité de l'un & l'autre à la fois une force qui en agissant sur les corps, change leur état: & de plus, que cette force est à chaque moment d'une telle quantité & direction précisément qu'il faut pour empêcher la pénétration, de sorte que lorsqu'une petite force suffit à cet effet, il ne se trouve aussi que cette petite force, qui agit sur les corps. Or si pour empêcher la pénétration, il faut une force quasi infinie, on doit convenir que l'impénétrabilité des deux corps fourniroit aussi dans ce cas une force infiniment grande. Car, puisqu'il est absolument impossible que les corps se pénétrent, il faut qu'il se trouve toujours une force capable, quelque grande qu'elle dût être, pour détourner les corps de la pénétration. Ainsi l'impénétrabilité des mêmes corps est capable de fournir des forces tantôt extrémement grandes, tantôt fort petites, selon que les circonstances l'exigent.

XXVI. Pour empêcher que deux corps, qui se rencontrent, ne se pénétrent, il faut produire dans leur état un certain changement, & ce changement se doit faire dans un certain tems; & c'est de là que la force tire sa détermination tant par rapport à la quantité, qu'à la direction. Car il est d'abord clair, que la force ne sauroit être plus petite, qu'elle ne feroit pas suffisante à prévenir la pénétration; mais on pourroit dire que rien n'empécheroit que la force ne fut plus grande. Mais il faut remarquer, que dès que la force aura déjà réduit les corps jusqu'au point, où la pénétration ne feroit plus à craindre, il n'y auroit plus de raison, pourquoi cette force poursuivroit les corps au delà, que de dire qu'elle agiroit, déjà quand ils sont encore éloignés. Ainsi dans le choc des corps leur impénetrabilité ne fournit toujours

que

que la plus petite force, qui est capable de les garantir de la pénétration; & c'est sans doute sur cette circonstance, qu'est fondé ce principe si général, que tous les changemens au monde sont produits aux moindres dépens qu'il est possible, ou avec les plus petites forces, qui sont capables de cet effet.

XXVII. Il en est de même de la direction de cette force, laquelle est toujours telle, que les corps en sont le plus promptement détournés de la pénétration. Pour connoitre cette direction, on n'a qu'à s'imaginer que les corps en poursuivant leur état, se pénétrent infiniment peu, de sorte qu'une partie de l'un se plonge dans une partie de l'autre. Cet enfoncement étant infiniment petit, pourra être regardé comme un attouchement; & il est clair que pour éviter le plus promptement cette pénétration, la direction de la force doit être perpendiculaire au plan de cet attouchement. Ce qui est aussi parfaitement d'accord tant avec l'expérience qu'avec la Theorie de la Mécanique, par laquelle nous savons, que dans le choc de deux corps, la direction de la force, dont ces corps se trouvent sollicités alors, est toujours perpendiculaire au plan, par lequel ils se touchent mutuellement. De là vient aussi, que les pressions des fluides sur des surfaces quelconques sont toujours perpendiculairement dirigées sur ces surfaces. Car, si ces surfaces n'étoient pas impénétrables, le fluide les pénétreroit actuellement; puisque donc c'est aussi l'impénétrabilité, qui empêche la pénetration, il faut pareillement que la direction de la force, qui y agit, soit perpendiculaire à la surface.

XXVIII. La même chose arrive quand un corps pesant repose sur une table horizontale, où l'impénétrabilité du corps même est en cause, qu'il se laisse soutenir; car si l'un ou l'autre étoit pénétrable, le corps descendroit en passant à travers de la table. Mais le corps étant pesant exerce une force égale à son poids sur la table, & celle-ci soutenant le corps en repos, il faut que la force, dont la table réagit sur le corps, soit exactement égale à la pression du corps; & si le corps étoit plus ou moins pesant, la force de l'impénétrabilité de la table

seroit

feroit plus ou moins grande. D'où l'on voit encore plus évidemment que la force, dont l'impénétrabilité est capable, est indéterminée en elle même, & qu'elle ne devient déterminée qu'en chaque cas, où elle se manifeste toujours dans un tel degré exactement qu'il faut pour résister à la pénétration, de sorte qu'elle n'est dans chaque cas ni trop grande ni trop petite. Ensuite il est aussi clair de ce cas, que la direction de la force d'impénétrabilité est toujours perpendiculaire au plan de l'attouchement.

XXIX. Puisque, dans ce cas que nous venons de considérer, la force d'impénetrabilité de la table est exactement égale à la force, dont le corps presse la table, nous comprenons en général que toujours, lorsque deux corps sont pressés l'un contre l'autre, l'impénétrabilité de chacun doit résister à cette pression; donc la force, qui résulte de l'impénétrabilité de l'un, est exactement égale à la force, dont l'autre est pressé contre celui-là. Or, puisque la pression entre ces deux corps est la même de part & d'autre, à cause de l'égalité entre l'action & la réaction, il s'ensuit que l'impénétrabilité de l'un & de l'autre de ces deux corps déploye une même force, qui est égale à celle dont les deux corps sont apprimés ensemble. Ainsi, si deux corps A & B sont pressés l'un contre l'autre par une force $= f$, le corps A repousse le corps B à cause de son impénétrabilité avec une force $= f$, & réciproquement le corps B à cause de son impénétrabilité repousse le corps A avec la même force $= f$.

XXX. De là je tire cette conclusion générale: si deux corps A & B se rencontrent en sorte qu'ils se devroient pénétrer, s'ils étoient pénétrables, ce qui se feroit par l'endroit, où ils s'attouchent mutuellement; les forces, dont l'un & l'autre resiste à la pénétration, feront égales entr'elles & directement opposées: car la direction de l'une & de l'autre de ces forces est perpendiculaire au plan, par lequel ces corps se touchent mutuellement. Ainsi, si la force, dont le corps A à cause de son impénétrabilité agit sur le corps B, est $= f$, de sorte que f est la force requise pour empêcher que le corps B ne péné-

pénétre par A, le corps B agira à cauſe de ſon impénétrabilité avec une force égale f ſur le corps A, pour empêcher que celui-cy ne pénétre par celui-là. Et dans cet état ces deux corps ſe trouveront preſſés l'un contre l'autre avec la même force $= f$. Et cela eſt vrai, ſoit que les corps ſoient preſſés actuellement enſemble, ou qu'ils ſe rencontrent dans le choc.

XXXI. Cette égalité des forces, d'où dépend le grand principe de l'egalité entre l'action & réaction, eſt une ſuite néceſſaire de la nature de la pénétration. Car, s'il étoit poſſible que le corps A pénétrât le corps B, le corps A ſeroit précíſément autant pénétré par le corps B; donc, puisque le danger que ces corps ſe pénétrent, eſt égal de part & d'autre, il faut auſſi que ces deux corps employent des forces égales pour reſiſter à la pénétration. Ainſi, autant que le corps B eſt ſollicité par le corps A, précíſément autant ſera celui-cy ſollicité par celui-là, l'un & l'autre déployant exactement autant de force qu'il faut pour prévenir la pénétration. Or ces deux corps agiſſant l'un ſur l'autre par une force quelconque, ſe trouveront dans le même état, que s'ils étoient comprimés enſemble par la même force.

XXXII. Nous voyons donc que la ſeule impénétrabilité des corps eſt capable de fournir des forces, par lesquelles l'état des corps peut être changé; & dans les cas où cela arrive, ſi l'on demande, d'où viennent les forces qui cauſent ces changemens, on pourra répondre hardiment que l'impénétrabilité des corps en eſt la véritable ſource. Or je ferai voir que dans le choc des corps, le changement qui arrive dans leur état eſt précíſément le même, que ces forces d'impénétrabilité doivent produire: & partant, partout où nous voyons que l'état des corps ſubit des changemens par le choc ou par la rencontre de deux ou pluſieurs corps, nous ſerons aſſurés que les forces qui ont cauſé ces changemens, ſont précíſément celles, que l'impénétrabilité des corps déploye dans ces rencontres; & on ne ſe trouvera plus embaraſſé à l'égard des forces actives & motrices, par lesquelles

quel-

quelques Philosophes ont voulu expliquer mal à propòs ces changemens, qui arrivent dans le choc des corps.

XXXIII. Mais, avant que de déterminer ces changemens par ces principes, pour faire voir, qu'ils sont d'accord avec la verité, il faut avoir égard à l'état de compression, où les corps se trouvent pendant qu'ils agissent l'un sur l'autre. Car, si deux corps sont pressés ensemble par une force quelque petite qu'elle soit, ils en souffrent quelque enfoncement, qui sera d'autant plus grand, moins les corps seront durs; & ce ne seroient que des corps infiniment durs, qui n'en reçussent aucune impression, ou enfoncement. Cet enfoncement se fait, quand les parties extérieures des corps, à l'endroit où ils se touchent & agissent l'un sur l'autre, cedent à la force de pression, ou en dedans, ou à coté, selon la nature des corps; tout comme nous voyons que deux globes de terre glaise, lorsqu'ils se choquent, deviennent applatis à l'endroit de l'attouchement. Cependant on comprend aisément que cet enfoncement se fait, sans aucune pénétration réelle.

XXXIV. Si la détermination du changement d'état, qui arrive dans le choc des corps, demandoit une connoissance parfaite de cet enfoncement, on voit bien, qu'elle seroit peut-être impossible, & qu'elle seroit differente pour chaque espece de corps choquans selon leur degré de dureté. Mais heureusement, soit que les corps soient plus ou moins durs, on n'a qu'à avoir égard à cette circonstance de ces enfoncemens, s'ils se remettent après le choc, ou s'ils demeurent; & en conséquence de cela on n'a qu'à distinguer deux especes principales de corps: l'une qui conserve les enfoncemens après le choc, l'autre, qui se remettent après le choc exactement sans en conserver la moindre marque. Les corps de la premiére espece sont nommés sans ressort, & ceux de l'autre espece à ressort; & c'est selon ces differentes especes de corps, que les loix du changement d'état dans le choc des corps varient.

XXXV. Soit que nous considérions des corps sans ressort, ou à ressort, le calcul sera le même pour la premiére moitié du tems que dure le choc. Soient donc deux corps spheriques A & B, qui se meu-

Fig. I.

meuvent sur la même ligne droite MN dans le même sens, mais que la vitesse du corps A soit plus grande, que celle du corps B avant le choc, de sorte que celui-là doit rencontrer celui-cy quelque part. Supposons que cela arrive pour le premier instant, quand le centre du premier corps sera en A, & celui de l'autre en B, ce sera donc l'instant du tems, où le choc commence; car le corps A ayant une plus grande vitesse que le corps B, si chacun continuoit son mouvement, ils se devroient pénétrer l'un l'autre, & c'est de là que nait l'action mutuelle de ces deux corps, ou leur choc.

XXXVI. Soit avant le choc la vitesse du corps $A = a$, & celle du corps $B = b$, de sorte que $a > b$, & ce seront encore leurs vitesses au premier instant, qu'ils se rencontrent en A & B, où ils commencent à se toucher. Ici donc la distance de leurs centres AB sera égale à la somme de leurs demi-diametres, & partant nommant le demi-diametre du premier $AC = \alpha$, & de l'autre $BC = \beta$, nous aurons $AB = \alpha + \beta$. Soit après ce commencement écoulé un tems $= t$, où les corps se trouvent dans la situation ab, le centre du premier A ayant cependant parcouru l'espace $Aa = x$, & le centre de l'autre B l'espace $Bb = y$. Dans cet état donc la distance des centres ab sera $= AB + Bb - Aa = \alpha + \beta + y - x$; qui sera plus petite que $\alpha + \beta$ à cause des enfoncemens, que ces corps s'impriment pendant le choc. Il sera donc $x > y$, & si nous posons $x - y = z$, cette quantité z marquera la quantité des enfoncemens, ou de combien la distance des centres ab est plus petite que AB.

XXXVII. Soit de plus dans cet état la vitesse du corps A en $a = v$, & celle du corps B en $b = u$; & ces vitesses seront déjà differentes de celles avant le choc, a & b, puisque les corps pour empêcher la pénétration ont déjà agi l'un sur l'autre, pendant le tems t: car je suppose que cette action mutuelle dure encore, & que la vitesse v du corps A surpasse encore la vitesse u du corps B, de sorte que les corps sont encore obligés d'agir l'un sur l'autre pour prévenir la pénétration. Dans cet état donc, soit la force, avec laquelle ces deux corps

corps agissent l'un sur l'autre $= P$, & puisque le plan de l'attouchement de est perpendiculaire à la droite MN, le corps A en a sera sollicité par cette force P selon la direction ca, & le corps B en b sera poussé par la même force P selon la direction cb.

XXXVIII. Puisque les corps sont pressés l'un contre l'autre par une force égale à P, leur enfoncement en deviendra plus grand, & comme la distance de leurs centres ab étoit à présent $= \alpha + \beta - z$; après l'elément du tems dt elle deviendra encore plus petite, savoir $= \alpha + \beta - z - dz$. Donc il faut que la force P soit précisément si grande, qu'en agissant sur les corps elle réduise dans le tems dt leurs centres à cette distance $\alpha + \beta - z - dz$: car si cette force P étoit plus petite, les corps s'approcheroient d'avantage, & se pénétreroient par conséquent en quelque partie, ce qui seroit impossible; & puisque cette force P ne se manifeste que pour empêcher la pénétration, elle ne sauroit être plus grande, qu'il ne faut pour cet effet; & partant elle ne réduira point les centres des corps à une plus grande distance que $\alpha + \beta - z - dz$. Ce sera donc de là que la force P, qui resulte de l'impénétrabilité des corps, tire sa détermination.

XXXIX. Pour trouver donc sa juste valeur, nous n'avons qu'à employer les principes de la Mecanique. Soit donc la masse du corps $A = A$ & celle du corps $B = B$, & on sait que les vitesses v & u de ces deux corps seront par la force P dans le tems dt altérées comme il suit:

$$A\,dv = -P\,dt \quad \& \quad B\,du = P\,dt$$

Car le corps A en a étant poussé par cette force en arriére, sa vitesse en sera diminuée, ou son differentiel deviendra negatif. Au contraire l'autre corps B en b étant poussé par cette force suivant la direction de son mouvement, sa vitesse en sera accélerée.

XL. Ici il est d'abord clair qu'en ajoutant ces deux équations on aura $A\,dv + B\,du = o$, & partant en intégrant $Av + Bu =$ Const., équation qui est indépendante de la force P, & qui auroit également lieu, quand même cette force n'auroit pas sa grandeur déter-

 minée

minée, que l'évitation de la pénétration exige. Donc à chaque instant que dure le choc, la valeur de cette expression $Av + Bu$ sera toujours la même, & partant aussi égale à celle, qui lui convient au commencement du choc. Or la valeur de cette expression étant alors $= Aa + Bb$, il sera à tous les instans que dure le choc $Av + Bu = Aa + Bb$, & cette équation aura aussi lieu à la fin du choc, de sorte que si v & u marquent les vitesses des corps après le choc, il soit aussi $Av + Bu = Aa + Bb$, ce qui est une propriété généralement reconnue dans tous les chocs de corps : & qui est comprise dans ce grand principe, que le mouvement du centre commun de gravité n'est pas altéré par l'action, que les corps soutiennent dans le choc.

XLI. Mais cette équation n'étant pas suffisante à nous découvrir les deux inconnues v & u, il faut avoir recours à nos deux formules differentielles, que nous venons de trouver ; & puisqu'il s'[…] déterminer la vraie valeur de la force P par le differentiel de l[…]cement dz, nous n'avons qu'à introduire au lieu de l'élément du tems dt les differentiels des espaces parcourus dx & dy. Or il […] montré que nous aurons $dx = v\,dt$ & $dy = u\,dt$, ou $dt = \frac{dx}{v} = \frac{dy}{u}$; & partant $\frac{dx}{v} = \frac{dy}{u}$. Ces valeurs étant substituées nous aurons ces équations :

$$Av\,dv = -P\,dx \quad \& \quad Bu\,du = P\,dy$$

D'où nous obtiendrons pour P les valeurs suivantes, qui seront équivalentes entr'elles :

$$P = \frac{-Av\,dv}{dx}; \qquad P = \frac{Bu\,du}{dy}$$

$$\text{ou } P = \frac{-Au\,dv}{dy}; \qquad P = \frac{Bu\,du}{dx}$$

XLII. Mais ces formules renfermant des differentiels ne servent encore rien à la connoissance de la force P ; pour y parvenir, il faut tacher

tacher de parvenir encore à une équation integrale. Pour cet effet la somme de nos dernieres formules donne $A u du + B u du = - P dx + P dy$, & à cause de $dx - dy = dz$ il sera:

$$A u du + B u du = - P dz$$

Où P étant multiplié par dz le differentiel de la quantité z, qui marque la grandeur de l'enfoncement, la formule $P dz$ peut être regardée comme le differentiel d'une certaine fonction de z: & partant nous aurons en intégrant $A uu + B uu = \text{Const.} - 2\int P dz$, & puisque au commencement du choc il est $z = o$, & partant aussi $2\int P dz = o$; & de plus $u = a$ & $u = b$, il sera:

$$A uu + B uu = A aa + B bb - 2\int P dz .$$

& P sera une telle force, qui est capable de comprimer les corps ensemble jusqu'à l'enfoncement $= z$.

XLIII. Appliquons maintenant ces formules séparément à l'une & l'autre espece des corps. Supposons donc premiérement, que les corps soient entierement sans ressort, & il est d'abord clair que ces corps cesseront d'agir l'un sur l'autre, dès qu'ils auront acquis des vitesses égales selon la même direction MN. Car alors ni l'un ni l'autre ne fera plus le moindre effort de pénétrer dans l'autre, puisque les enfoncemens qu'ils se sont induits demeurent invariables, tout comme si les corps avoient eu toujours cette figure. Or dès que les efforts de se pénétrer mutuellement cessent, aussi doit cesser l'action mutuelle des corps, & partant le choc sera fini; de sorte que tous les deux corps continueront dès ce moment leurs états, où ils auront été réduits par le choc.

XLIV. Soit donc pour la fin du choc des corps sans aucun ressort $u = u$, de sorte que u ou u marquera la vitesse commune des corps après le choc, & nous n'aurons qu'à combiner cette équation $u = u$ avec celle que nous avons trouvée ci dessus.

$$A u + B u = A a + B b$$

&

& de là nous tirerons $v = u = \frac{Aa + Bb}{A + B}$, ce qui est la formule généralement reconnue pour la communication du mouvement dans le choc des corps sans ressort. Par conséquent il est clair que le changement d'état, que les corps sans ressort souffrent dans le choc, est uniquement causé par la force de l'impénétrabilité de ces corps, & qu'il n'en faut pas chercher ailleurs la cause. On remarquera outre cela que cette régle ne dépend nullement, ni du degré de dureté des corps, ni de la quantité des forces, dont ces corps agissent l'un sur l'autre pendant le choc; & comme ces forces dépendent principalement du degré de dureté; il est d'autant plus remarquable qu'elles produisent toujours le même effet, quelque grandes ou petites qu'elles puissent être.

XLV. Pour les corps à ressort, il faut remarquer que leur choc ne cesse point dès qu'ils auront acquis une commune vitesse, [illegible] qu'il semble qu'ils puissent alors continuer leur mouvement [illegible] pénétrer. Car, dès qu'ils cesseroient dans cet état d'agir l'un sur l'autre, rien n'empécheroit que leurs enfoncemens ne se restitu[illegible] ce qui ne pourroit se faire, sans que les corps se pénétrassent. [illegible] donc pour resister à cette pénétration, que les corps sont obligés d'agir plus longtems l'un sur l'autre, & cette action réciproque du[illegible]ra tant que la figure des corps ne soit entiérement rétablie, c'e[illegible] dire jusqu'à ce qu'il redevienne $z = o$. Or si $z = o$, il devien[illegible] aussi $\int P dz = o$, & partant pour la fin du choc des corps à ress[illegible] on aura cette équation

$$Avv + Buu = Aaa + Bbb$$

qui étant jointe avec la premiere $Av + Bu = Aa + Bb$ donne[illegible] pour les vitesses des corps après le choc; $v + a = u + b$ & partant

$$v = \frac{2Bb + (A - B)a}{A + B} \quad \& \quad u = \frac{2Aa - (A - B)b}{A + B}.$$

XLVI.

XLVI. Ce sont aussi les formules généralement reconnuës pour le changement du mouvement dans le choc des corps à ressort parfait, où il est encore remarquable, que la quantité des forces, qui ont produit ce changement, est aussi évanouie du calcul. Et partant, tant dans le choc des corps sans ressort, que dans celui des corps à ressort, il est clair que les changemens, que les corps y souffrent, ne sont produits que par leurs forces d'impénétrabilité. On conviendra aussi sans difficulté, que quoique je n'aye considéré ici que des corps sphèriques, qui se choquent directement, le même accord ne sauroit manquer, si je voulois appliquer ces mêmes principes à des corps non sphèriques, & qui se choquassent obliquement: de sorte qu'il ne reste aucun doute, que généralement dans tous les chocs des corps, le changement d'état, qui y arrive, ne soit causé par les seules forces, qui résultent nécessairement de l'impénétrabilité.

XLVII. Pour la force absoluë P, qui agit pendant le choc, il n'est pas possible de la déterminer, sans qu'on sache son rapport avec la quantité de l'enfoncement z. Or dans la plupart des cas on ne se trompera pas sensiblement, si l'on suppose cette force P proportionelle à z, en faisant $P = Dz$: car tant que les enfoncemens sont extrêmement petits, comme il arrive presque toujours, les forces requises pour réduire les corps à ces enfoncemens, seront à peu près dans la même raison que ces enfoncemens mêmes. Ensuite posant $P = Dz$ la lettre D marquera une quantité, qui dépend du degré de dureté des corps; car plus les corps seront durs, & plus doit être grande la force, qui est capable de leur imprimer un certain enfoncement z.

XLVIII. Si nous voulons ramener cette quantité D à des mesures tout à fait connuës, nous n'avons qu'à recourir à une expérience. Soit donc F une force, par laquelle on presse les deux corps en question ou deux semblables l'un contre l'autre, & qu'on mesure exactement l'enfoncement, qui en sera produit, supposant que cet enfoncement pénétre à la profondeur $= k$; & de là on conclura, que pour produi-

re un enfoncement $= z$, il faut une force $= \frac{Fz}{k}$: nous aurons donc $P = \frac{Fz}{k}$, & puisque $2 \int P\, dz = \frac{Fzz}{k}$, l'équation du §. 42. prendra cette forme :

$$Avv + Buu = Aaa + Bbb - \frac{Fzz}{k}$$

Or pour avoir des termes homogenes, il faut prendre pour aa, bb, vv & uu le double des hauteurs, d'où un corps grave en tombant acquiert ces viteſſes.

XLIX. Cette équation donc ſervira à déterminer pour chaque inſtant du tems, que le choc dure, la vraye valeur de z, & de là celle de la force $P = \frac{Fz}{k}$. Or l'inſtant le plus remarquable ſera celui, où l'enfoncement, & partant auſſi la force, eſt la plus grande, pour trouver jusqu'à quel point les corps ſont preſſés l'un contre l'autre pendant le choc ; ou pour trouver la plus grande force que l'impénétrabilité eſt obligée de déployer pour empêcher la pénétration. Mais pour ce moment il y a $v = u$, & à cauſe de $Av + Bu = Aa + Bb$ il ſera $v = u = \frac{Aa + Bb}{A + B}$. Subſtituons donc cette valeur dans l'équation ſuperieure, & nous obtiendrons :

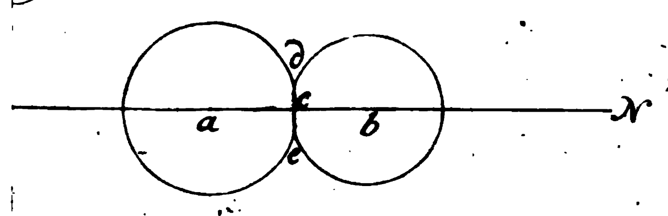
$$\frac{(Aa + Bb)^2}{A + B} = Aaa + Bbb - \frac{Fzz}{k} \text{ ou bien}$$

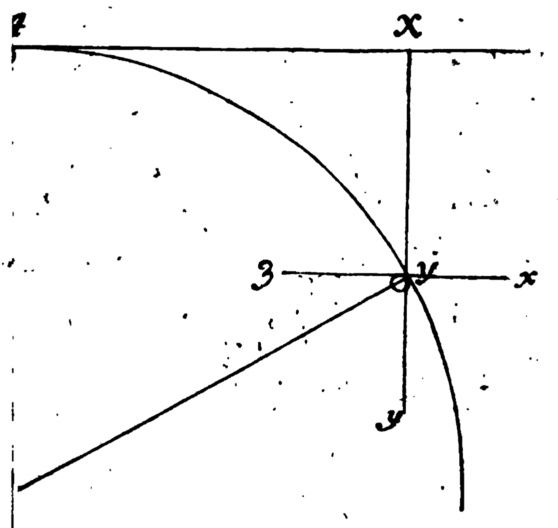
$$\frac{Fzz}{k} = \frac{AB(a-b)^2}{A + B} : \text{ donc } P = (a-b) \sqrt{\frac{F}{k} \cdot \frac{AB}{A+B}}$$

L. De cette formule je pourrois bien tirer pluſieurs Corollaires remarquables, comme que la force P, & partant auſſi l'enfoncement z, eſt en raiſon ſimple de la viteſſe relative $a - b$ dont les corps ſe choquent

de Phil. Spec. ad pag. 516.

Fig. 1.





VI. pag. 543.

quent mutuellement; mais puisque j'ai dévelopé cette matiere plus amplement dans ma Piece sur la comparaison entre le choc & la pression, je me borne ici en remarquant, que s'il y avoit des corps parfaitement durs, la force qui agit dans leur choc, devroit être infinie. Car sur un corps parfaitement dur une force F ne sauroit produire la moindre impression, il seroit donc $k = o$, & partant dans le choc il seroit ausi $z = o$, ou les corps n'y recevroient aucun enfoncement; cependant la force $P = (a-b) \surd \frac{F}{k} \cdot \frac{AB}{A+B}$ deviendroit néanmoins infiniment grande. Peut-être cela suffit-il pour prouver, qu'il n'y a point des corps parfaitement durs au monde.

LI. Outre le choc des corps, il y a encore d'autres rencontres où l'état des corps devient changé, & cet effet est attribué à des forces qu'on nomme centrifuges. Je ferai donc voir que ces forces centrifuges tirent également leur origine de l'impénétrabilité des corps: or tous les cas, où l'état des corps est changé par des forces centrifuges, se réduisent aisément à celui-ci. Soit un corps, qui ayant parcouru avec une certaine vitesse la ligne droite M A, rencontre en A une surface voûtée A Y, suivant laquelle le corps est obligé de courber son chemin, & partant de quitter la direction, qu'il devroit suivre en vertu de son inertie. Dans ce cas on sait, abstraction faite du frottement, que ce corps continuera son mouvement en conservant la même vitesse, mais qu'il changera continuellement de direction suivant la courbe de la voûte A Y; & qu'il la pressera partout avec une certaine force proportionelle à la courbure; & c'est cette force qu'on nomme centrifuge.

Fig. II.

LII. Pour montrer maintenant que cet effet est tout à fait conforme à nos principes fondés sur l'impénétrabilité, nous n'avons qu'à considérer, que si la voûte, ou le corps, étoit pénétrable, le corps pénétreroit la voûte, & poursuivroit sa route uniformément selon la ligne droite AX: ce n'est donc que l'impénétrabilité, qui s'oppose

 à la

à la poursuite de ce mouvement. Supposons que le corps soit parvenu en Y, & que la direction de son mouvement soit selon la tangente de la voûte en Y ; or s'il continuoit de se mouvoir selon cette direction, il se plongeroit bientot dans la voûte: donc, pour résister à cette pénétration, la voûte exercera sur le corps une certaine force, & le corps réciproquement une pareille force contre la voûte, qui sera contraire à cella là ; & la direction de l'une & de l'autre sera perpendiculaire au plan de l'attouchement, & partant ces forces seront perpendiculaires à la tangente de la voûte au point Y.

LIII. Soit P cette force de pression, dont le corps en Y est sollicité suivant la direction Y O perpendiculaire à la voûte, & la voûte en sera à son tour pressée dans la direction contraire par une force = P. Cette force P sera précisément de la grandeur, qu'il faut pour empêcher la pénétration, & partant elle ne sera plus qu'obliger le corps de courber tant soit peu sa route pour suivre la courbure de la voûte; car dès que le danger de la pénétration est prévenu, cette force n'agit plus sur le corps, de sorte qu'il ne sera pas forcé de quitter la surface de la voûte. Donc sachant d'avance le cours, que ce corps doit tenir, il s'agit de déterminer sa vitesse à chaque point Y de la voûte, & la force, dont son état de mouvement est troublé partout; ce qui revient au même, il faut chercher la force, dont ce corps presse la surface à chaque endroit, par où il passe.

LIV. Soit Va la vitesse du corps, avant qu'il arrive sous la voûte en A, supposant que M A soit une tangente de la voûte en A, & a marque la hauteur d'une chute d'où un corps pesant acquiert une semblable vitesse. Soit pareillement Vv la vitesse de ce même corps lorsqu'il est parvenu en Y; & prenant la droite A X pour axe, qu'on y tire de Y la perpendiculaire Y X, soient ces coordonnées A X = x & X Y = y & l'arc A Y = s. Cela posé, décomposons le mouvement du corps selon la tangente en Y, en deux dont l'un soit suivant Yx parallele à A X & l'autre suivant Yy; & la vitesse selon Yx sera = dx

$= \frac{dx}{ds} \sqrt{v}$ & la viteſſe ſelon Y y ſera $= \frac{dy}{ds} \sqrt{v}$, où il faut remarquer que $ds^2 = dx^2 + dy^2$. De la même maniere décompoſons ſelon ces mêmes directions la force P, qui ſollicite le corps ſelon la direction Y O perpendiculaire à la courbe, & on trouvera la force ſelon Y $\zeta = \frac{dy}{ds}$ P & la force ſelon Y $y = \frac{dx}{ds}$ P.

LV. Poſant à preſent la maſſe du corps $= A$, puiſque ſon mouvement ſelon Y x eſt retardé par la force Y $\zeta = \frac{dy}{ds}$ P, pendant qu'il parcourt avec ce mouvement l'eſpace dx, ſa viteſſe étant $\frac{dx}{ds} \sqrt{v}$, & la hauteur qui répond $= \frac{v \cdot dx^2}{ds^2}$, les principes de la Mécanique nous fourniront cette égalité :

$$A d \cdot \frac{v\, dx^2}{ds^2} = - \frac{dy}{ds} P \cdot dx = - \frac{P\, dx dy}{ds}$$

De la même maniere le mouvement ſelon Y y étant acceleré par la force Y $y = \frac{dx}{ds}$ P, pendant qu'il parcourt l'élément répondant dy avec la viteſſe $\frac{dy}{ds} \sqrt{v}$, qui eſt duë à la hauteur $\frac{v \cdot dy^2}{ds^2}$, l'acceleration ſera

$$A \cdot d \cdot \frac{v\, dy^2}{ds^2} = \frac{dx}{ds} P \cdot dy = \frac{P\, dx dy}{ds}.$$

LVI. Ajoutons enſemble ces deux équations, que nous venons de trouver, pour avoir :

$$A\, d \cdot \frac{v\, dx^2}{ds^2} + A\, d \cdot \frac{v\, dy^2}{ds^2} = 0$$

ou bien $A\, d \cdot \left(\frac{v\, dx^2}{ds^2} + \frac{v\, dy^2}{ds^2} \right) = 0$

 Or

Or ayant $dx^2 + dy^2 = ds^2$ cette équation se réduit à $A\,dv = o$, ou $dv = o$, d'où nous voyons que v, & partant aussi la vitesse du corps est par tout la même, elle sera donc égale à la vitesse, dont le corps commence à suivre la voûte ; qui étant supposée $= \sqrt{a}$, nous aurons $v = a$ & $\sqrt{v} = \sqrt{a}$. Voilà donc déjà la premiere propriété de ce mouvement, qui est démontrée ailleurs, c'est que le corps conservera toujours sa même vitesse en glissant selon la direction de la voute.

LVII. Ayant donc trouvé $v = a$, la seconde équation donnera $A\,d.\frac{a\,dy^2}{ds^2} = \frac{P\,dx\,dy}{ds}$. Prenons l'élément de la courbe ds pour constant, & nous aurons :

$$\frac{2\,A\,a\,dy\,ddy}{ds^2} = \frac{P\,dx\,dy}{ds}$$

d'où nous tirons la force $P = \frac{2\,A\,a\,ddy}{dx\,ds}$. Or on sait que $\frac{dx\,ds}{ddy}$ exprime le rayon de courbure au point Y. Nommant donc ce rayon de courboure $YO = r$, à cause de $r = \frac{dx\,ds}{ddy}$ il sera $P = \frac{2\,A\,a}{r}$. Et c'est précisément la même formule, que la Mécanique fournit pour exprimer la force centrifuge d'un corps, qui est obligé de se mouvoir dans une ligne courbe. Par conséquent il est démontré que toutes les forces centrifuges doivent également leur origine à l'impénétrabilité des corps.

LVIII. Ayant déjà remarqué, que tous les corps au monde sont assujettis à des changemens continuels par rapport à leur état ou de repos ou de mouvement ; s'il étoit vrai, comme Descartes & quantité d'autres Philosophes l'ont soutenu, que tous les changemens, qui arrivent aux corps, proviennent ou du choc des corps, ou des forces nommées centrifuges ; nous serions à present tout à fait éclaircis

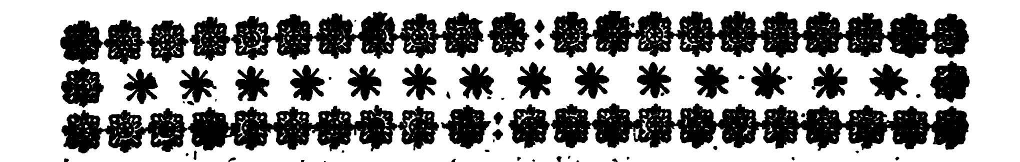
sur

fur l'origine des forces, qui opérent tous ces changemens, & nous pourrions dire avec une pleine conviction, que toutes ces forces résultent de l'impénétrabilité, & qu'il n'en existe même d'autres au monde, que celles que fournit l'impénétrabilité des corps, & dont l'existence & la maniere d'agir vient d'être mise hors de doute. Je crois même que le sentiment de Descartes ne sera pas médiocrement fortifié par ces réfléxions; car ayant retranché tant de forces imaginaires, dont les Philosophes ont brouillé les premiers principes de la Physique, il est très probable que les autres forces d'attraction, d'adhésion &c. ne sont pas mieux fondées.

LIX. Car quoique personne n'ait encore été en état de démontrer évidemment la cause de la gravité & des forces dont les corps celestes sont sollicités, par le choc ou quelque force centrifugue; il faut pourtant avouer que personne n'en a non plus démontré l'impossibilité. Et il paroit plutôt probable que tous ces corps, étant environnés sans contredit d'une matiere subtile, en sont aussi mis en mouvement, quoique nous n'en sachions point la maniere. Or que deux corps éloignés entr'eux par un espace entiérement vuide s'attirent mutuellement par quelque force, semble aussi étrange à la raison, qu'il n'est prouvé par aucune expérience. A l'exception donc des forces, dont les esprits sont peut-être capables d'agir sur les corps, lesquelles sont sans doute d'une nature tout à fait differente, je conclus qu'il n'y a point d'autres forces au monde que celles, qui tirent leur origine de l'impénétrabilité des corps.



MEMOI-



MEMOIRE SUR L'ART DE CONNOITRE LES PENSÉES D'AUTRUI À L'AIDE DE LA MÉTAPHYSIQUE.

PAR M. BEGUELIN.

C'est à l'aimable Prince que j'ai l'honneur d'amener à votre Assemblée, que je dois les réfléxions qui feront le sujet de ce Mémoire. J'ai vû, pour ainsi dire, la raison se former chez lui. J'ai pû suivre les progrés de son dévelopement; & aprendre à lire dans ses pensées; je dis plus: lui-même accoutumé de bonne heure à observer, à réfléchir sur ses observations, à rechercher les raisons des événements, & à remonter d'une pensée actuelle par toute la chaine des précédentes, jusqu'à la sensation qui les avoit excitées; lui-même, dis-je, en démélant plus d'une fois mes pensées, m'a appris les premiers principes d'un Art plus difficile & plus intéressant, que tous ceux que je pourrois lui enseigner; l'Art de connoitre les pensées d'autrui à l'aide de la Métaphysique.

Il y a longtems que les autres parties de la Philosophie sont en possession de fournir des indications plus ou moins générales sur la façon de penser des hommes. La Logique en nous apprenant l'Art de penser nous-mêmes, semble nous enseigner celui de démêler les pensées de nos semblables. Connoissons-nous leurs prémisses, nous pouvons, ce semble, deviner toutes les conclusions qu'ils en tireront; & en échange, à l'aide de ces conclusions connuës, nous pouvons aisément démêler les prémisses qu'ils suppriment.

La

La science des Physionomies, cette partie de la Physique si ignorée, & cependant si généralement exercée, promet de nous introduire jusques dans les replis les plus secrets du coeur des hommes, & de nous en dévoiler les pensées les plus intimes.

Les indications que la Morale nous fournit sont plus certaines sans doute, & d'une application plus seure. Cette Science du coeur humain réduite à des notions distinctes, & dépouillée de ces idées chimériques que l'enthousiasme lui prête, ne connoit point d'autres motifs de nos actions que l'Amour propre, plus ou moins éclairé, de celui qui agit. Partez de ce principe; Voiez agir les hommes; vous connoitrez leur façon de penser; vous verrez l'estimation qu'ils font des biens & des maux; le jugement de comparaison qu'ils en portent; & les diverses classes selon lesquelles ils les rangent; vous pourrez même à l'aide de ces observations, & connoissant les circonstances où ces hommes se trouvent, prévoir leurs pensées, & prédire leurs actions.

Ces lumiéres que la Morale nous promet s'étendent à tout; & par là-même, semblent trop compliquées: la Politique nous en offre de moins étendues, & qui n'en seront peut-être que plus applicables. Ce n'est pas assez humilier l'homme, que de ne lui prêter d'autres motifs de ses actions que l'amour propre; la Politique restraint encore cet amour propre à l'espece la moins noble, à l'Intéret proprement dit. C'est à l'aide d'un principe si simple, qu'elle apprend non seulement à pénétrer les pensées des autres; mais encore à faire naitre chez ces autres les pensées qu'on souhaite qu'ils ayent.

Telles sont en racourci les lumiéres que ces diverses parties de la Philosophie nous offrent, pour nous éclairer sur ce qui se passe chez nos semblables. Mais pour que ces guides soient assurés, la Logique exige que les hommes raisonnent beaucoup, & qu'ils raisonnent toujours conséquement; la Physionomie suppose, ou des principes inconnus jusqu'ici, ou une longue suite d'observations qui nous manquent; la Morale demande des hommes qui ne se masquent jamais;

& la Politique veut qu'ils connoissent toujours leurs véritables intérets: voilà des prétentions un peu difficiles à accorder.

La Métaphysique ne demande rien, elle veut que les hommes restent tels qu'ils sont, fussent-ils mauvais Logiciens; masqués physiquement & moralement; aveugles sur leurs intérets; elle enseignera l'Art de connoitre leurs pensées; bien plus elle mesurera l'activité de leurs pensées, & déterminera le nombre d'Idées qui se succedent chez eux dans un tems donné; & pour parvenir à toutes ces connoissances, elle n'exige pas seulement que les hommes raisonnent ni bien ni mal.

Un pareil Art pourroit effrayer; & dans un siecle moins éclairé, il auroit été dangereux de l'enseigner. Aujourd'hui même je doute fort que la Société humaine s'en accomodât. Il est peut-être très peu de belles nudités; & je ne sais si le plus grand nombre des hommes gagneroit à être exposé au grand jour. Cet art de lire les pensées de ses semblables, qui contribuë apparemment à la felicité de quelqu'autre Planete habitée par des Intelligences moins imparfaites, ne seroit pas à coup sûr un avantage à desirer pour celle que nous habitons; heureusement le péril n'est pas grand, la Métaphysique ne tient pas tout ce qu'elle promet; ou pour parler plus juste, elle ne s'attache qu'à la possibilité absoluë des choses, & elle laisse entre la Théorie & la Pratique, un abyme à remplir, qui ne permet pas de craindre les inconvénients qui résulteroient de l'application de ses principes. Voyons jusqu'où ceux-ci peuvent nous conduire.

Il n'est pas besoin pour faire ces recherches de connoitre à fond la nature de notre ame. Je n'entreprendrai point de percer les ténébres qui nous la voilent; il y a peut-être moins de honte à l'ignorer, qu'à vouloir l'expliquer; il me suffit pour le présent de savoir qu'à chaque instant de notre existence, ce qui pense en nous, & que nous nommons nôtre ame, a un sentiment plus ou moins fort, plus ou moins distinct, de ce qui se passe en ce moment là dans tous les sens du corps. Elle voit divers objets; elle entend differens sons; elle est affectée de tout ce qui touche les nerfs du corps, tant au dedans qu'au

qu'au dehors. C'est le concours de toutes ces sensations simultanées que j'appelle l'état passif de l'ame; mais je laisse aux Partisans de chaque sistème la liberté de l'expliquer selon leurs lumiéres. Cet état sera, si l'on veut, la suite d'un état précédent, dévelopé par l'activité de l'ame, selon les Loix d'une harmonie établie d'avance entre le Monde Intelligible & Matériel. Il sera, si on le conçoit mieux ainsi, l'effet d'une Influence Physique des sens extérieurs sur l'ame; ou enfin, ces sens n'en seront que la cause occasionelle. Pour m'accomoder même à tous les goûts, l'un poura supposer que cet état & l'ame même n'est que le résultat des ébranlements du cerveau; l'autre, que le cerveau, tous les sens qui y aboutissent, & l'univers des corps, n'existent que dans l'idée des ames; rien ne m'oblige ici à déterminer le comment de cet état; pourvû qu'on m'accorde qu'il existe, & qu'il change autant de fois, qu'il se fait de nouvelles impressions sur l'un ou l'autre de nos sens, c. à. d. à chaque Instant.

Tandis que ces états passifs se succédent dans l'ame, elle ne demeure pas, pour l'ordinaire, dans l'inaction. Trop bornée pour donner une attention égale à chacune des sensations partiales, qui l'affectent dans le même instant, il ne lui reste que le choix de son occupation. Je ne connois que deux sortes d'occupations de l'ame, & peut-être la plus ordinaire & la plus fréquente ne mérite-t-elle pas ce nom; l'une c'est de raisonner, c'est à dire, de comparer des idées, de former des jugements vrais ou faux, & d'en tirer des conséquences bonnes ou mauvaises. L'autre, c'est de laisser le libre cours à son imagination, je veux dire, à cette faculté de l'ame qui lui rapelle des idées absentes à cause de la liaison naturelle ou fortuite qu'elles ont avec l'une des sensations actuelles, qui contribuë à former l'état passif de l'ame; c'est proprement ce qu'on appelle rêver: & je me serois d'abord servi de ce terme, s'il n'avoit plû à l'usage de le rendre équivoque dans la bouche d'un Suisse. A' l'acte de raisonner, qui ne nous occuperoit peut-être guéres, si je ne l'entendois que des raisonnements distincts & bien dévelopés, je rapporte tout ce qu'on nomme réfléxion,

xion, spéculation, & volition; dans tous ces cas, on forme des jugements, ou l'on cherche à en former. Ce n'est proprement qu'à l'égard de cet acte de raisonner, que l'ame sent sa liberté, & qu'elle l'exerce. Quel que soit son état passif, elle est libre de raisonner ou de ne le pas faire; elle est libre aussi de choisir tel sujet de ses méditations qu'il lui plait; indépendamment des sensations qui l'affectent. Il y aura sans doute des raisons qui la détermineront dans son choix, & qui ne lui permetront pas d'être absolument indifférente; mais ce n'est pas encore ici le lieu d'en rechercher la source.

Si rien ne détermine l'ame à raisonner, ou si elle ne fait que de ces actes habituels de raisonnement, qui n'occupent pas toute son activité; alors l'imagination remplit le vuide du jugement. Il semble que ce soit là l'opération la plus naturelle de l'ame; elle n'a besoin ni de choix, ni de volonté, pour rêver; il suffit qu'elle ne s'y oppose pas expressément, l'imagination ira son train, seule, ou de compagnie avec le jugement; & pour peu que celui-ci la laisse faire, elle ira bientôt le dépaïser. Ainsi, quand j'ai dit plus haut, que l'ame n'a [illegible] le choix que de raisonner ou de rêver, je n'ai pas prétendu qu'elle [illegible] besoin d'un choix exprès pour cette derniere occupation; j'ai [illegible] ment voulu dire, que si l'ame ne s'occupe, & ne s'occupe très [illegible] ment à raisonner, elle rêvera immanquablement: cet acte lui est si naturel qu'elle le continuera même pendant le sommeil, dès que [illegible] passif où l'ame se trouve alors, contiendra une seule sensation [illegible] claire pour réveiller l'imagination, qui jusqu'alors paroit désoeuvrée, mais qui peut-être ne l'est pas; toute la différence qu'il y a e[illegible] songes, & les rêveries d'un homme qui veille, c'est que dans [illegible] mier cas il croit sentir, ce que dans l'autre il sait qu'il imagine.

J'ai déjà dit que l'ame peut raisonner, & rêver en mêm[illegible] je puis tout à la fois, lire, me promener, prendre du tabac [illegible] une pierre qui se trouve à mon chemin, & entretenir mes [illegible] toutes ces actions, à l'exception de la derniére, se rapportent à l'acte de raisonner, il faut la même opération de l'ame pour se déterminer à pren-

prendre une prise de tabac, qu'il lui faut pour se décider sur l'affaire la plus importante de la vie; la différence n'est que dans le degré de vitesse & de clarté avec lequel la même opération s'exécute; à force de répéter un même acte de la volonté, l'ame parvient à l'opérer, pour ainsi dire, machinalement, elle n'a plus qu'un sentiment très obscur de ce qui la fait vouloir, précisément comme un Musicien acquiert, à force d'actes reïtérés, la facilité de poser ses doigts sur les touches, sans paroitre y donner la moindre attention. Cette espece de raisonnement mécanique accompagne presque toujours l'imagination; & pour peu qu'on observe ce qui se passe en nous, on s'appercevra qu'à mesure que l'imagination réveille en nous une idée, l'ame s'y arrête un moment, forme un jugement d'un air distrait, & permet ensuite à l'imagination de poursuivre son chemin.

Il ne sera pas difficile à présent de connoitre le cercle dans lequel les occupations de l'ame se succedent. Les Philosophes posent communément l'origine de tous nos raisonnements, & de toutes nos imaginations dans les sensations c. à. d. dans l'état passif de l'ame. Quoique ce sentiment soit très favorable au sujet que je traite, je ne crois pas cependant qu'il soit exactement vrai; chacun peut aisément s'appercevoir, en observant ce qui se passe en lui, que l'imagination ne commence pas toûjours immédiatement par une sensation, souvent elle vient à la suite d'un raisonnement bien distinct, qu'elle interrompt dès que l'ame se relâche tant-soit-peu de son attention; alors la derniére proposition du raisonnement, présente à l'esprit, tient lieu d'une sensation; elle rappelle à l'imagination quelques idées étrangéres au sujet, l'imagination part de-là, se donne carrière, & en très peu de tems on se trouve à cent lieües de l'objet sur lequel on pensoit méditer. En revanche aussi le jugement prend souvent la place de l'imagination, & vient lui imposer silence au milieu de ses réveries, sans qu'aucune sensation actuelle y intervienne. Il suffit pour cet effet, que l'imagination, accompagnée de ces raisonnemens obscurs & mécaniques dont j'ai parlé, vienne à rencontrer dans sa course

une idée intéressante, soit qu'elle nous frappe par sa bisarrerie ou par sa nouveauté, ou par son rapport avec nos besoins, ou enfin par le souvenir d'une recherche à quoi elle peut aider, en un mot il suffit qu'elle excite en nous la représentation d'un bien attaché à sa médi-tation; tout de suite nôtre attention se réveille, & nous commençons à raisonner avec réfléxion. Cette opération continuera aussi long-tems que l'ame sentira la force des motifs qui l'auront fait commen-cer; & pendant tout ce tems là, elle fera des efforts pour faire taire l'imagination; mais dès que ces motifs perdront leur force, soit par-ce que l'ame s'apperçoit que ses recherches n'ont pas le succés qu'elle s'en promettoit, ou parce que de nouvelles sensations viennent par-tager son attention, le raisonnement finira, & fera place, ou à l'imagi-nation, ou à un autre raisonnement, occasionné par la nouvelle sen-sation.

Je crois donc que, pour parler exactement, il faut dire que nos raisonnements & nos rêveries tirent à la vérité leur premi... de nos sensations, ou de l'état passif de l'ame, mais qu'elles n'e... sent pas toujours immédiatement.

Mais dans cette foule de sensations dont l'assemblage co... à chaque instant l'état passif de notre ame, laquelle excitera no... e at-tention au point de nous faire raisonner, ou rêver? C'est san... doute celle qui nous frappera le plus vivement. Mais à quoi peut... noitre celle qui nous frappera le plus? Si elles étoient toute... même nature, ce seroit la plus claire sans contredit: si nous... n'avions que le sens de la vuë, l'objet le plus illuminé, le mieux éclair... à coup sûr celui qui feroit la plus forte impression sur nous... mais comme chaque sens excite une sensation d'une nature différe... très difficile de juger laquelle donnera le ton à l'ame; on peu... le faire sans s'y tromper dans plusieurs cas particuliers, & ... diverses circonstances connuës, mais je ne pense pas qu'on ... ner une décision générale: cela m'oblige à mettre une p... emière re-striction à mon probléme, & à ne l'étendre qu'au cas où l'on fait quelle

quelle ſenſation a porté coup ſur l'eſprit de celui dont on veut connoitre les penſées. Ce n'eſt pas qu'enſuite la ſolution du probléme ne puiſſe nous fournir des indications propres à nous découvrir cette ſenſation dans pluſieurs cas où l'on l'ignore.

Aprés tous ces préliminaires, venons enfin au fait. Qu'on ſe rappelle ici ces converſations libres, où pluſieurs perſonnes aſſemblées, ou par devoir, ou par politeſſe, ou ſimplement pour ſe déſennuïer, s'entretiennent ſans deſſein, ſans affaires, & dans la ſeule vuë de s'amuſer. Il n'y a perſonne, qui ne ſe ſoit trouvé mille fois en ſa vie dans de pareils cercles, & qui n'ait obſervé la facilité avec laquelle on y ſaute d'une matiére à l'autre, & que ſans ſe fixer à aucun ſujet on en parcourt en peu d'heures une infinité. Si lorſqu'enfin la converſation vient à tomber, on en rapproche les deux bouts, on eſt ſouvent dans la plus grande ſurpriſe, de n'appercevoir aucun rapport entr'eux : j'ai vû des converſations, quoique fixées ſur un méme genre d'objets, commencer par les Sermons du P. Bourdalouë, & finir par les Contes de la Fontaine; j'en ai vû paſſer d'un ſujet à l'autre, & aprés avoir commencé par l'aile d'une mouche, ſe terminer par les dernieres révolutions de Pologne. Il y en a qui, bornées à deux interlocuteurs, finiſſent quelquefois d'une étrange maniére, & à laquelle ni l'un ni l'autre n'avoit penſé en l'entamant. Cependant, quelque diſſemblables que ſoient les deux extrémes, un obſervateur un peu attentif pourra toujours très aiſément trouver l'enchainure de l'un avec l'autre, & remonter de propos en propos, par tout le fil de la converſation depuis ſon dernier terme, juſqu'à celui de ſon origine; & l'on ne manquera jamais d'appercevoir une liaiſon exacte entre les idées qui ſe ſont ſuccedées immédiatement.

Ce qui ſe paſſe dans les converſations dont je viens de parler, eſt un tableau fidéle de ce qui ſe paſſe en nous-mémes, lorſque nous donnons carriére à notre imagination; elle nous tient lieu d'un ou de pluſieurs interlocuteurs, & fait ſeule tous les fraix de la converſation. Il ſuffit qu'une ſenſation l'ait miſe en train, pour que partant de là elle

nous

mène d'idées en idées, nous rappelle mille fa
dans mille situations différentes, jusqu'à ce qu
lui donner audience. Ce qui ne sauroit arrive
a dit, que lorsqu'il survient une nouvelle sens
que l'imagination elle-même nous présente un
e, pour nous tirer de nôtre distraction.
on travaille ainsi, elle n'est pas si recueillie en
n'est pas si sécrete, qu'il n'en transpire quel
lle aura trouvé en son chemin une idée prop
e la conversation; elle s'en fait honneur &
bien, trop occupée pour répondre juste à
elle répondra à sa propre pensée, prendra
ce mot sera précisément celui dont l'idée l'
ut; ces raisonnements obscurs & momenta
dit, accompagnent l'imagination, & roulen
sente à l'esprit, produiront quelque acte d
era par un mouvement extérieur; un geste
moins remarquable, suffira souvent au dé
connoitre la pensée actuelle de celui qu'
iére ou d'autre on parvient à connoitre cet
alors les deux bouts de la conversation que
ns le secret des pensées d'un autre. J'entends par le pre-
de la chaine, la sensation qui a porté
l'ordinaire un discours tenu en sa présen son esprit;
se présente inopinément, ou quelque ob propre à fixer
Il n'y a que les circonstances particulieres qui puissent
dessus les indications nécessaires; on trouvera même sou-
l'application que le dernier terme suffit seul pour déceler
.

posé; les trois problémes qui résultent de cette Théorie
it dans leur plus grande généralité à ceci. La premiére & la
une suite de pensées, liées entr'elles selon les loix de l'ima-
gina-

gination étant connues, trouver toutes les penſées intermédiaires de cette chaine dans l'ordre où elles ſe ſont ſuccédées, & par conſéquent en déterminer la viteſſe par le tems écoulé entre les deux extrémes. Ou bien, la derniere penſée de la chaine étant ſeule donnée, déterminer laquelle, entre pluſieurs ſenſations connues, l'a produite, & trouver toutes les penſées qui l'ont ſuivie. Ou enfin, connoiſſant ſimplement la ſenſation qui va réveiller l'imagination d'un homme, prévoir d'avance la ſuite des penſées qu'elle excitera en lui.

On voit bien, que tant que ces problémes reſtent dans la généralité où je viens de les énoncer, ils ne laiſſent qu'entrevoir la poſſibilité abſolue d'une ſolution, ſans la donner réellement. Ce n'eſt pas aſſez de ſavoir qu'un corps mis en mouvement eſt parti d'un point, & qu'il eſt arrivé à un autre point, pour qu'on puiſſe tracer avec certitude la route qu'il a tenuë; il faut de plus connoître ſes diverſes tendances, & la nature du milieu qu'il lui a fallu traverſer; ſans cette connoiſſance on pourra bien faire des conjectures, & des conjectures plauſibles, mais on n'ira pas au delà de la probabilité. Il en eſt de même dans le cas dont il s'agit ici. Si l'on ne connoit que le point d'où l'imagination eſt partie, & celui où elle eſt parvenuë, ou s'il n'y a que l'un de ces deux points qui ſoit connu, on pourra, à la vérité, imaginer aiſément des ſuites de penſées propres à remplir l'intervalle de l'un à l'autre; on pourra indiquer la route que l'imagination a pû ſuivre, mais on ne ſauroit aſſurer qu'elle l'ait effectivement ſuivie; d'autres chemins auroient pû également la conduire au méme but, en ſuivant la méme loi; ce ne ſeroit donc que par une eſpece de hazard qu'entre ces diverſes routes nous démélerions la véritable: mais pour peu que les deux termes donnés ayent de rapport entr'eux, ou pour peu que les circonſtances particulieres qui accompagnent chaque pas déterminé, fourniſſent de lumiéres pour entrevoir la connexion des deux extrémes, on pourra avec beaucoup de vraiſemblance découvrir entre les diverſes ſuites de penſées poſſibles, celle qui a réellement occupé l'eſprit. Néanmoins

moins pour parvenir à une certitude Morale, il faut de plus connoître les richesses de l'imagination de celui qu'on observe, son recueil de tableaux, en un mot la provision d'images que ses sensations lui ont fournies antécédemment. Avec ces lumiéres on peut à coup sûr prévoir l'ordre dans lequel l'imagination, frappée par une nouvelle sensation, fera la revuë successive de ses tableaux; & l'on saura par conséquent les pensées qui l'occupent.

Voilà plus de restrictions qu'il n'en faut pour rassurer ceux que la possibilité de lire les pensées d'autrui pourroit allarmer. L'Auguste Prince qui m'a fait naitre celles que je viens de proposer, ne pourroit qu'y gagner si chacun savoit lire dans les siennes.



DISSER-

DISSERTATION ONTOLOGIQUE
SUR
L'ACTION, LA PUISSANCE ET LA LIBERTÉ,
PAR M. MERIAN.

Depuis que les Philosophes disputent, (& en quel tems n'ont-ils pas disputé?) la matiére de la liberté fait un des principaux sujets de leurs divisions. La question; si l'homme est libre? dès qu'elle s'éleva, parut intéressante à tous les spéculatifs. On a écrit de gros volumes, où chacun décide selon les notions qu'il s'est formé; & ces notions une fois supposées, la plupart des décisions sont justes. Nous sommes libres, nous ne le sommes pas, nous savons ou nous ignorons si nous le sommes, selon que nous définissons la liberté.

Je les laisserai disputer sans toucher à leur controverse, & sans m'embarasser, si dans le systême de l'Univers, ou hors de ce systême, dans la premiére origine des Etres, il y a de la liberté, ou s'il n'y en a nulle part? Dans les réfléxions que j'ai l'honneur d'assujettir à vôtre examen, je ne me propose que de fixer l'état de la question. Qu'est ce que la liberté? & que demande-t-on, lorsqu'on demande; s'il y a des substances libres? Voilà l'objet de mes recherches. Elles se renferment dans l'Ontologie, & ne passent point les bornes du monde abstrait.

Si l'ame humaine entend & veut? si elle sent l'impression des motifs? ce n'est pas ce dont il s'agit de décider. On en convient de toute part. Si on ne désiroit rien de plus pour la liberté, la dispute

 seroit

feroit bientôt terminée ; mais en quoi de tout cela peut résider la li-
berté ? quels doivent être les états qu'on peut appeller libres, par
opposition avec ceux qui ne le sont point ? C'est là, dis-je, le grand
article à discuter.

Je reprendrai la chose de plus haut, en considérant, quelle doit
être la différence réelle entre action & passion, supposé qu'il y ait en
effet une telle différence. Ce sujet me conduira par une liaison na-
turelle à analyser les notions de la puissance, que toute action pré-
suppose, & enfin à la liberté, qui n'est autre chose que cette même
puissance. J'appliquerai mes spéculations non seulement à la Théo-
rie particuliére de l'entendement & de la volonté, mais encore aux
vuës les plus générales, & qui embrassent le système entier de l'Uni-
vers.

Je ne cherche point à me distinguer par des opinions paradoxes
& si on ne trouve rien dans cet écrit que de fort naturel & de fo[...]
simple, je me féliciterai d'avoir atteint le but que je m'étois pro[...]
Pourvû que par le tour que je donne à mon sujet, je puisse ré[...]
débrouiller le chaos des mal-entendus, des équivoques, & des [...]
de grammaire, dont on l'obscurcit, à faire le triage des expre[...]
ambiguës, & à donner à chaque chose son vrai nom, je me croir[...]
fisamment payé de mon peu de travail.

Plusieurs de mes Confréres, dont les noms & les mérite[...]
honneur à cette illustre Compagnie, ont traité avant moi la [...]
de la liberté, & se sont distingués dans cette carrière par la p[...]
tion & la subtilité qui leur sont propres, & à laquelle je n'[...]
aspirer. Ils ont l'esprit trop juste & trop philosophique po[...]
çonner, que je puisse ou que je veuille me faire une réputatio[...]
pens de celle dont ils jouïssent à si juste titre. D'ailleurs il[...]
vent manquer de s'appercevoir, combien mon plan est diffé[...]
celui qu'ils ont suivi ; & ils seront les premiers à conveni[...]
avantageux au progrès des Sciences de considérer le même sujet dans
tous les differens jours qu'il peut recevoir.

Nous

Nous nous ſentons aſſujettis à des états ou à des façons d'être, qui ne viennent manifeſtement pas de nous-mêmes. Nous trouvons auſſi en nous des ſuites régulieres & conſtantes de ces états, ſuites dont nous ne ſaurions empêcher le cours une fois commencé. Dès que j'ouvre les yeux, je ne ſuis plus maitre de voir ou de ne pas voir la lumiére & les objets qui la réfléchiſſent. De pareilles obſervations nous ont fait ſentir notre dépendance. Ces ſituations, nous ſommes-nous dit, ne dépendent pas de nous; elles dépendent de quelque choſe qui n'eſt pas nous, & elles ſont liées les unes aux autres.

Voilà l'origine des idées de dépendance, de liaiſon, & de *paſſivité*. Nous avons pâti avant que d'agir, & nous nous en ſommes plutôt apperçûs.

Il s'ouvre ici un vaſte champ à ſpéculations. Tout ce qui eſt lié dans l'univers, ſoit dans la cöexiſtence, ſoit dans la ſucceſſion, nous cache ſes liens. Les noeuds que nous croyons appercevoir, ſont noués eux mêmes par des noeuds imperceptibles. Les organes qui tombent ſous nos ſens dépendent d'organiſations plus ſubtiles qui ne ſont viſibles qu'à travers le microſcope; & à meſure que cet inſtrument ſe perfectionne, on peut s'attendre à en découvrir toujours de nouvelles. Il en eſt de même d'une chaine d'états qui ſe ſuivent. Une intelligence ſuperieure y pourra voir des états moyens qui feront les chainons des chainons apparens, & des états moyens entre ces états moyens, dans une progreſſion à laquelle nous ne voyons point de terme.

Appercevons-nous en effet aucune connexion dans la Nature; ou le tout ſe reduit-il à des ſuites de phénomenes indépendans & détachés les uns des autres? S'il en eſt ainſi, d'où nous vient l'idée de connexion? Si nous n'avions ſur chaque cas qu'une ſeule obſervation, y aurions-nous jamais ſongé? Mais la repétition de ces cas peut-elle prouver ce que chacun d'eux en particulier ne prouve point? Enfin, ſi ces phénomenes avoient paru dans un ordre renverſé, nos notions

dre, se croiser dans un passage commun, & se modifier, mais les actions mêmes ne sauroient se lier en aucune façon, ni médiatement, ni immédiatement. Qu'on suppose une rencontre & une modification quelconque de leurs effets, on pourra toujours tracer une serie continuë dépendante de z, qui différera d'une autre serie dépendante de m, & concevoir partout un partage d'effets, analogue à la distribution du mouvement qui a lieu aprés le choc des corps.

Nous avons pris le mot de liaison en sa plus grande rigueur. Adoucissons ce terme à n'entendre qu'une *liaison occasionelle*, ou en général une liaison avec laquelle l'activité de m puisse subsister. Rien n'empêche que cette liaison n'ait lieu; cependant il est à observer que naturellement elle ne sauroit jamais être immédiate. Pour que z devienne l'occasion de m, il faudra que z produise un motif dans la substance à laquelle m appartient, & ce motif étant une passion interceptée entre z & m, rendra la liaison médiate.

J'ai excepté les cas surnaturels; en supposant l'intervention immédiate de la Divinité, on ne sauroit dire que nous produisions le motif qui la porte à agir; ce motif subsiste avant nous dans la région des vérités éternelles.

La Secte des Occasionalistes resserre l'activité des substances finies dans des bornes si étroites, qu'on est fort embarassé à comprendre ce qui en reste aprés tant de restrictions. Il y a une raison évidente du contraste qui regne dans les Ecrits de ces Philosophes: c'est que d'un côté ils reconnoissent ce que de l'autre ils devroient rejetter en vertu de leur systême qui transmet toute énergie à la Divinité. De là vient ce langage singulier, (*) *que nous faisons ce que Dieu fait en nous, qu'une détermination particulière qui n'est ni nécessaire ni invincible, nous est donnée de Dieu, & que lorsque nous nous donnons une nouvelle modification, ce que nous faisons alors, est produit par l'action que Dieu met en nous.* Si ces expressions sont incompréhensibles, c'est cependant

(*) *Voyez la Recherche de la vérité du P. Malebranche, éclairc.* 1. *sur le ch.* 1. *du premier livre.*

Je viens de déterminer tous les cas des causes occasionnelles applicables aux changemens qui arrivent dans l'Univers, soit en grand, soit en petit. Supposé que le choc ne soit que l'occasion du mouvement des corps, que les Anges remuent les tourbillons, qu'une substance immaterielle, pénétrant les masses des globes célestes, les pousse l'un vers l'autre en raison inverse des quarrés des distances, ou qu'en général en toute rencontre des corps le mouvement s'exécute par quelque substance étrangere, les rencontres & les situations ne seront que des motifs que la même substance se fournit à elle-même, ou que plusieurs substances se renvoyent mutuellement.

Il en est de même des changemens qui semblent passer des corps aux esprits, des esprits aux corps, ou des esprits aux esprits. Tous ces changemens exigent une pluralité d'actes, quoiqu'il ne soit pas toujours nécessaire d'appeller au secours un agent moyen, pourvû qu'on suppose deux sujets capables d'action. Lorsqu'un Officier commande l'exercice à son Soldat, c'est sans doute ce dernier qui l'exécute, & lorsque l'horloger monte & régle ma montre, ce n'est pas moi qui marque le midi; au lieu que si je faisois faire à une Marionette l'exercice Prussien, ce seroit mon acte, & non celui de la Marionette, & que dans un langage exact on ne devroit pas dire que l'aiguille, mais que l'horloger marque le midi.

Enfin, à l'occasion des actions & des changemens d'une substance, Dieu peut produire d'autres changemens dans la même. Supposé qu'un esprit agisse, son action sera un motif à Dieu pour introduire dans cet esprit une pensée, cette pensée deviendra un nouveau motif pour l'introduction d'une seconde, celle-ci pour une troisiéme; & de suite jusqu'à ce que l'esprit en arrête la succession par un acte nouveau. C'est ainsi que doivent dogmatiser les Idéalistes, dont les plus célébres sont Cartesiens. Il y a lieu de s'étonner, que ces Philosophes soient ordinairement représentés par Mrs. de *Leibnitz* & de *Wolff*, comme s'accordant avec eux sur une branche de l'harmonie préétablie, qu'on dit être un composé de l'idéalisme avec le materialisme. Je ne

vois

vois pas sur quel fondement repose cette assertion, pendant que les plus distingués de cette secte, comme le Pére Malebranche, (si on veut l'y compter,) & le savant Eveque de Cloyne, rejettent avec Descartes les idées obscures qui sont l'unique soutien de l'automate spirituel de *Leibnitz*.

Il découle naturellement des mêmes principes dont nous venons de faire l'application aux causes occasionelles, qu'un changement qui répond à une action en vertu d'une suite préordonnée, doit être consideré comme l'effet de l'action dont il dépend, & non de celle à laquelle il répond; cette derniere, entant que prévuë, ne fait que fournir un motif à l'agent qui a préétabli la suite dans laquelle entre son changement harmonique, & par conséquent n'est que cause occasionelle de ce changement, sauf cependant à elle d'entrainer ses propres effets dans l'intérieur de sa substance.

On peut concevoir une harmonie entre les différens états de la même substance avec autant de raison qu'on la conçoit entre plusieurs substances; supposez *x* une action, à laquelle répond dans la même substance la passion *d*, qui cependant dérive d'une action externe *z*, par une suite préétablie, *z*, *a*, *b*, *c*, *d*, ce sera ce qu'on cherche. Cette harmonie intrinséque paroit devoir entrer non seulement dans l'harmonie universelle, mais encore dans l'automate spirituel en particulier. Lorsque je jette les yeux sur un objet coloré, la vuë de cet objet n'est pas l'effet proprement dit de mon action, mais celui d'un ordre préétabli dans la même substance, en vertu duquel un Soleil obscur a dardé ses rayons sur l'objet, qui de là se sont réfléchis sur ma rétine représentative suivant les loix de l'Optique spirituelle, & d'une maniére propre à me présenter cet objet sous les couleurs que j'y apperçois, aprés l'action sur laquelle leur dévelopement est réglé. Ce seroit là en retranchant le corps le véritable idéalisme *Leibnizien*, qui s'accorde pourtant avec le *Cartesien*, en ce qu'il requiert plus d'une action, comme en général tout ce qui est occasionel ou harmonique. Les partisans de l'harmonie conviennent sans difficulté que

les actions des esprits ne font que *caufes exigitives* des mouvemens de leurs corps.

L'influence Phyfique différe des deux hypothefes dont nous venons de parler, en ce qu'en elle tout eft lié depuis le commencement jusqu'à la fin, & lié naturellement. Quand même on concevroit l'action & tous fes effets dans une fubftance commune, les différens états de cette fubftance feroient encore liés entr'eux, & on pourroit concevoir une influence de l'un fur l'autre. Il eft vrai que, dans les êtres finis, cette liaifon dépend d'un acte antécédent d'un être infini qui accorde aux premiers un certain empire, foit fur leurs propres états, foit fur ceux des fubftances qui les environnent; ce qui eft évident par là feul que les agens finis vont à leur but par des voyes fourdes, dont il ne font par conféquent pas les auteurs, quoiqu'indépendans dans leur emploi. Mais la liaifon immédiate des caufes, des moyens, & des fins n'en fouffre rien, les deux derniers étant abandonnés à la détermination des premiéres, & ces premiéres n'étant déterminées que par elles-mêmes.

C'eft un argument bien foible, que celui que les Cartefiens déduifent de l'ignorance des moyens, pour établir l'intervention immédiate de Dieu, & pour rejetter l'influence. Quelque vray qu'il foit que, lorsque nous remuons nos corps, nous ne choififfons, ni la quantité des efprits animaux, ni les canaux par lesquels ils doivent couler, ni les mufcles qu'ils doivent enfler par leur influence, ou desenfler par leur retraite, & que ceux qui remuent leurs corps avec le plus de vigueur & d'adreffe, foient ordinairement les plus ftupides, & les plus incrédulles au fujet de ce mécanifme, cela n'empêche pas, dis-je, que toutes ces chofes ne puiffent être liées très étroitement, & entr'elles, & avec l'action qui y préfide. Ainfi, quoiqu'un homme ignorât parfaitement la nature & l'exiftence même de la poudre à canon, il pourroit pourtant être amené par l'habitude à produire avec prévoyance les effets les plus prodigieux de cette poudre. Il n'y auroit pour cela qu'à lui apprendre qu'on le fait en mettant le feu à des

barils,

barils dont on le laisseroit ignorer le contenu. Ajoutons qu'une telle liaison devient très probable, parce que sans elle la complication des moyens paroit devenir superfluë, & ne servir qu'à multiplier les êtres sans nécessité.

Jusqu'ici nous n'avons considéré que les actions qui produisent des changemens dans quelque sujet préexistant; mais, si ces sujets même ont eu un commencement d'existence, (ce qu'il ne m'est permis ici que de supposer,) leur passage du néant à l'être exige une action préliminaire à tout changement consecutif; cette espece d'action nous reste à examiner.

Si tout acte demandoit le changement d'une substance préexistante, la création ne seroit pas un acte. Elle n'est pas le changement du possible dans l'actuel, car loin que le possible cesse de l'être lorsqu'il est réalisé, sa possibilité en reçoit la confirmation; ce n'est pas le changement d'une représentation en ce qu'elle représente; car outre qu'elle ne représente rien avant l'existence de son *ectype*, on ne sauroit dire qu'un plan cesse d'exister aprés qu'il est exécuté sur le terrain. Dira-t-on que c'est le changement du futur dans l'actuel? Mais le futur n'est rien; s'il étoit quelque chose il seroit présent; on n'en peut pas dire qu'il existe mais qu'il existera, ni qu'il change, mais qu'il changera. Newton a cru, (*) *qu'on pourroit se former en quelque maniére une idée de la création de la matiére, en supposant que Dieu eut empêché par sa puissance que rien ne pût entrer dans une certaine portion de l'espace pur, qui de sa nature est pénétrable, éternel, nécessaire, infini; car dès-là cette portion de l'espace auroit l'impénétrabilité, l'une des qualités essentielles à la matiére.* Mais il est visible que dans ce cas la puissance divine n'empêcheroit que la pénétration actuelle, & non la pénétrabilité de l'espace, dont elle ne sauroit changer la nature. L'espace a été pénétrable avant la création des corps, & l'est encore dans les lieux de l'immensité où jamais aucun corps n'a pénétré.

Cepen-

(*) Voyez Locke sur l'Entend. hum. L. IV. ch. 10. §. 18. remarque 2 du Traducteur.

Cependant, lorsqu'on considére d'un autre côté, que les substances créées ont hors d'elles le principe de leur existence, & de leur maniére primitive d'être, on ne sauroit s'empêcher de les regarder comme passives, & p. c. de reconnoitre comme un acte la création dont elles dérivent. Nous nous sommes formé nos notions sur les changemens observables dans les substances préexistantes; de là vient la difficulté de concevoir un acte, sans présupposer un sujet sur lequel il s'exerce; dans le cas présent nous sommes toujours portés à substituer ce sujet sous le nom de *rien*, ou de *néant*, quoiqu'en effet nous ne concevions pas mieux la succession des modes dans les sujets préexistans que la création même. Ce n'est que l'habitude qui nous rend le passage d'un mode à l'autre plus compréhensible que celui du Néant à l'Etre; si nous voyions autant d'exemples de création que de modification, nous serions aussi familiarisés avec la premiére espece de production que nous le sommes maintenant avec la seconde, qui dans le fonds n'est pas moins que la premiére un passage du non-être à l'être.

On me demandera peut-être, s'il ne seroit pas possible, que l'état primitif d'un être nouvellement créé fut lui-même une action? si Dieu ne pourroit pas créer un être en action, comme il peut créer un corps en mouvement? La question revient à cecy: *Si l'état primitif peut être action & passion ensemble?* ou, *si une vraye action peut être une vraye passion?* & par conséquent la réponse est toute simple. La comparaison du corps créé en mouvement n'est rien moins que juste, vû que la matiére n'est pas plus active dans le mouvement que dans le repos, à moins qu'on ne conçoive une matiére soi-mouvante. Mais il est impossible qu'un corps soit créé dans l'état soi-mouvant.

En prenant une substance telle qu'elle sort des mains du Créateur, nous la trouverons déterminée par deux sortes de conditions, les unes essentielles & permanentes, qui la qualifient à l'existence; ces conditions ne déperissent par aucun changement, & tiennent contre tous les bouleversemens de la nature; les autres passageres & tran-

tranſitoires qui paroiſſent & diſparoiſſent ; c'eſt leur variation perpetuelle qui rend le monde à tout moment ſi différent de lui-même, & entretient ce ſpectacle ſi amuſant pour les eſprits les plus frivoles, mais raviſſant & inſtructif pour un contemplateur qui pénétre au dedans de l'écorce. Sans les premiéres il n'y auroit point d'identité; ſans les ſecondes il n'y auroit de diverſité qu'entre les eſpeces, elles ſont ſurtout toutes deux néceſſaires au changement. Par rapport aux paſſagéres la choſe eſt toute claire, puisque c'eſt dans leur ſucceſſion que tout changement conſiſte.

Mais ſi tout étoit paſſager, & la nature entiére dans un flux perpetuel, le changement ne ſeroit qu'une alternative éternelle entre l'anéantiſſement & la création. Chaque inſtant tireroit du ſein du néant un nouvel Univers qui ne ſeroit point bâti ſur les ruïnes de l'ancien, & l'y replongeroit l'inſtant aprés ; à peine une choſe exiſteroit-elle qu'elle ceſſeroit d'être ; au lieu que, s'il n'y a que les conditions non eſſentielles qui ſoient ſujettes aux variations, le monde ne ſera vain & paſſager que dans ſa partie la moins conſidérable ; la nature toujours la même ſous différentes formes ne perdra rien ſans eſpoir de réparation, ni dans le phyſique, ni dans le moral, l'ordre pourra toujours renaitre du ſein même du desordre ; & ainſi que nous voyons les beaux jours ſucceder aux orages, de même les Nerons pourront devenir des Titus, puisqu'ils ne ſont point Nerons par leurs eſſences. Car, quand même le monde phyſique retomberoit dans le Chaos, que le monde moral devint le théatre de la fraude de l'injuſtice & du crime, rien ne ſeroit par là, ni ajouté, ni retranché, aux fondemens durables des êtres ;

Quæ neque concuſſum cæli, neque fulminis iram,
Nec metuunt ullas tuta atque æterna ruinas.

Cecy poſé, l'on voit non ſeulement que, ſi l'action convient du tout à la créature, ce ne peut-être que dans le champ des déterminations paſſageres, mais encore que la Divinité elle-même ne ſauroit changer les eſſentielles ſans anéantir les ſubſtances.

Il en ſuit outre cela que tout être créé eſt paſſif par rapport à ſes qualités permanentes, par rapport à l'état primitif formé de qualités tranſitoires, comme auſſi par rapport à ce qui dérive de cet état dans une ſuite non interrompuë ; & par conſéquent que l'être entant que créé eſt paſſif à tous les égards.

Enfin la ſubſtance finie eſt toujours paſſive à de certains égards; on ne ſauroit concevoir un inſtant dans lequel elle ſe dégage entiérement de ſa *paſſivité.* Cet inſtant devroit être rempli d'action; tous les états paſſifs qui ſubſiſtent dans la ſubſtance, ſoit en conſéquence de ſes déterminations primitives, ſoit en conſéquence des déterminations ſuivantes, devroient être effacés par autant d'actions. Une ſeule action ne ſuffira pas pour rompre pluſieurs chaines de paſſions. Pluſieurs actions réïterées n'y ſuffiront pas non plus, quand même depuis l'une à l'autre la ſubſtance ne recevroit aucune nouvelle impreſſion de dehors. Suppoſez qu' *a* détruiſe un état paſſif; pendant que *b* en efface un autre, *a* aura déjà formé un nouveau, auquel il faut oppoſer un nouvel acte; l'oeuvre ſe multipliera ſous les mains de l'agent, & plus il aura fait, plus il lui reſtera à faire. Je veux même ſuppoſer pluſieurs actes ſimultanés, & que vous ſoyez capable d'oppoſer une action à chacun de vos états paſſifs, il vous reſtera toujours une paſſivité invincible que vous ne ſauriez détruire ſans vous arracher à vous-même, (ſi j'oſe ainſi parler,); cette paſſivité ſe fonde ſur les conditions durables de votre être, elle commence & finit avec votre exiſtence.

Je n'ignore point le ſentiment d'une Secte célébre qui, faiſant conſiſter les eſſences dans des *efforts continuels au changement*, prétend que rien n'eſt mort dans la nature, que tout y eſt vie, que tout eſt action. Il eſt viſible que cette Secte attache à ce terme un ſens tout oppoſé à celui que nous lui attribuons, & qu'elle traite de chimére. Je ne diſputerai pas ſur les mots dont l'uſage eſt arbitraire; & il me ſuffit que ce que ces Philoſophes nomment une action, puiſſe être une paſſion parfaite dans notre maniére de penſer & de nous exprimer.

Lors-

Lorsque dans l'Algebre on trouve une quantité positive égale à zero, on conclut, qu'il y a de l'erreur dans les données. Nos recherches nous montrent que les substances finies qui sont actives, doivent être passives en même tems. Si cette proposition implique, il s'ensuivra que ces substances sont incapables d'action dans le sens que je donne à ce terme; mais on observera aussi que cette difficulté ne m'affecte en aucune façon, puisque je ne donne ni n'ôte à ces substances la capacité d'agir. Mais d'un autre côté on se tromperoit bien plus grossierement à s'imaginer que ces substances pourroient être purement actives, & que la difficulté seroit applanie en retranchant ce qu'il y a de passif en elles; ce seroit soutenir, que le néant pût être actif. S'il y a donc des créatures actives, non seulement il n'implique point qu'elles soient passives en même tems, mais il impliqueroit que cela fut autrement. Toute créature est passive en vertu de son origine & de la continuation de son durable; & elle est *passible*, (permettez moi ce terme,) par le droit d'agir sur elle, que conserve la substance créatrice.

M'objectera t-on que Dieu ne peut agir sur les substances actives, parce que ce seroit anéantir ces substances que d'agir sur elles? Mais d'abord ces substances seroient-elles moins passives dans leur anéantissement qu'elles n'ont été dans leur création? Ensuite, pour les rendre *impassibles*, ne faudroit-il pas leur attribuer une indépendance absoluë de la Divinité, leur ériger un empire dans l'empire de l'Univers? D'ailleurs l'objection ne suppose t-elle pas évidemment, que le durable des êtres actifs renferme l'action actuelle, ce qui seroit très absurde, ce durable étant nécessaire & passif, comme nous avons vu, pendant que toute action est libre, comme nous verrons tantôt. Agir en vertu de son essence, c'est agir toujours, c'est agir nécessairement, ou ce qui est la même chose, c'est n'agir point du tout. Ceci prouve encore clairement qu'une substance finie purement active est purement contradictoire, ou, si on aime mieux, elle n'est qu'un jeu de mots; & si on vouloit l'admettre, il faudroit dire, qu'elle seroit

beaucoup moins parfaite qu'une substance dans laquelle les vrayes actions seroient entremêlées avec les passions.

Franchissons les limites de l'Univers, & transportons nous dans des régions superieures. Pourra-t-on dire que la suprême substance elle-même soit active à tous les égards. Les Philosophes qui l'ont définie *un acte pur*, n'ont peut-être pas pris garde qu'ils la dépouilloient en effet de toute activité. Il y a en Dieu des propriétés fondées sur la nécessité de son être, qui certainement ne peuvent pas être appellées des actions : prenons pour exemple la toute-science qui a de l'analogie avec notre science limitée, quoique nous ne la concevons que par le retranchement des bornes dont nous nous sentons environnés. Dieu seroit-il plus actif par rapport à sa science que nous ne le sommes par rapport à la notre? N'est-il point nécessité par sa propre nature à tout connoître? & ne peut-on pas dire en quelque façon qu'il pâtit de sa nature? Si cette expression paroit trop dure, je consens qu'on invente un terme moyen entre action & passion, pourvu qu'il désigne ce qui est aussi peu action que la passion même. Dans le fonds toute la différence qu'il y a entre la Divinité & nous, consiste en ce que rien d'exterieur n'agit sur la premiére, le reste de l'analogie subsistant dans son entier. Toutes les raisons concevables donc, pour lesquelles l'action & la passion ne sauroient résider dans un sujet commun, recourant dans la substance divine, on seroit réduit à soutenir, que Dieu lui-même ne peut être tout-sage & tout-puissant à la fois, & par conséquent qu'il n'y a aucun agent, ni dans le nombre des créatures, ni hors de ce nombre; ou il faudra se ranger sous les étendarts de Spinoza en soutenant, que tous les actes de Dieu sont aussi nécessaires que son être, c'est à dire, il faudra vétiller sur le mot d'action.

Je ne plaide icy pour aucun parti; mais je ne puis croire que ceux qui admettent l'action & la passion dans le même sujet, prétendent y allumer la guerre intestine, en introduisant deux principes dont les efforts réciproques tâcheroient de s'entre-détruire, & se disputeroient,

l'avons considéré encore que dans son exercice : il est à propos de l'envisager de plus prés. L'Ocean a ses profondeurs à l'épreuve de la sonde ; les sources des riviéres qui fertilisent les contrées les plus vastes, se cachent dans des rochers escarpés, dont il n'est permis de reconnoitre que les avenuës. De même ces principes d'action qui produisent, animent, & changent l'Univers, ne nous présentent que certaines faces, nous dérobant éternellement leur fonds & leur maniere d'opérer.

La premiére chose à laquelle la considération de tout acte nous conduit, est une puissance d'agir. Cette puissance n'est pas simplement ce que la Philosophie nomme une faculté, mot trop général, & qui embrasse la passion aussi bien que l'action. Les facultés de l'entendement ne sont que la réceptivité d'actions étrangéres. La Philosophie moderne semble même avoir restraint ce mot aux passions seules, puisque pour mettre les facultés en jeu elle requiert une force.

Il y a une définition générale de la force très applicable à la puissance d'agir ; elle est en effet *la source des changemens qui arrivent aux substances*, bien entendu une source primitive qui ne découle point d'une autre source : il ne faut jamais trop presser la métaphore par laquelle on explique ces sortes de matieres ; les sources d'eau les plus vives dérivent de causes anterieures, soit qu'elles soient produites des eaux de la mer qui s'élévent par les tuyaux des montagnes, soit qu'elles descendent des vapeurs condensées sur leurs sommets.

Mais notre puissance d'agir devient tout à fait méconnoissable sous la notion de la force que la Philosophie moderne a mis à la mode ; cette force est *un effort continuel à produire du changement* ; on lui donne le rang entre l'acte & la faculté, & on la compare au ressort qui s'efforce à se détendre. Une telle force suppose une force anterieure qui la monte, la détermine, & la dirige vers son but ; c'est une force forcée, si j'ose m'aisi exprimer. Supposons avec les mê-

mes

té la matiere élastique, afin de maintenir le principe de la conservation des forces vives. Non contens de cela, ils ont étendu ce principe au delà de la Mécanique, en rendant les esprits élastiques comme les corps, & en communiquant l'élasticité à toutes les substances sans exception. Du moins ne sauroit-on se faire une autre notion de leur force; pour se faire comprendre ils ont un besoin continuël de la comparaison du ressort; & M. *de Leibnitz* nous apprend lui-même, que ses élémens contiennent *ce qu'il y a d'eminent dans la Mécanique.*

La différence entre la force *Leibnitzienne* & nôtre puissance d'agir est aisée à apercevoir. La premiére tend à un seul effet déterminé; la seconde embrasse également les deux partis opposés. Un pouvoir d'agir doit être en même tems un pouvoir de n'agir pas. Supposez ce pouvoir astreint à l'action ou à l'inaction seule, ne faudroit-il point que le parti opposé lui fût rendu impraticable par quelque force exterieure? Ne seroit-il pas forcé à prendre le parti qu'il prend? & son pouvoir ne seroit-il pas entiérement passif sans ombre d'activité? Avoir la puissance seule d'agir, c'est être dans l'impuissance de n'agir pas; avoir la puissance seule de n'agir pas, c'est être dans l'impuissance d'agir; ou plutôt une puissance terminée à un seul point n'est pas puissance du tout; elle est entièrement passive, une faculté, ou une force.

Ou la liberté est cette puissance d'agir & de n'agir pas dont nous parlons, ou elle n'est rien du tout. Quelque autre notion qu'on en adopte, il sera facile de montrer que les actes prétendus libres n'y sont que des especes de passions; le destin & la nécessité perceront toujours à travers le masque specieux dont on les couvre. *Agir librement* n'est qu' *agir en effet*; & agir sans liberté, ce seroit agir & n'agir pas en même tems. S'il y a donc une différence réelle entre l'action & la passion, elle doit consister en ce que nous disons; & s'il n'y en a point tout est également fatal, & également nécessaire, comme j'espere de le faire voir par la suite de mes réflexions.

Disons

-lusion en confondant ces deux contingences, & en attribuant à l'une ce qui n'appartient qu'à l'autre. Certains Philosophes semblent croire qu'il suffit d'être contingent pour être exempt de force & de nécessité, ce qui est vrai de la contingence active, mais faux de la passive. Quoiqu'il soit contingent que les planetes décrivent leurs orbites d'Occident en Orient, on ne peut pas dire pour cela qu'elles se meuvent librement dans ce sens plutôt que dans le sens contraire. Cette contingence est purement passive dans les planetes; elle n'est active & libre que dans la cause qui leur a tracé la route.

Personne ne doute que la *necessité absoluë* ne bannisse l'action & la liberté. Mais la *nécessité hypothetique* n'en fait pas moins, quoiqu'en disent plusieurs Philosophes. Je conviens que cette nécessité présuppose une cause libre dont elle ne détruit point la liberté, mais elle la détruit à coup sûr dans l'objet sur lequel elle tombe, puisque dans cet objet les actes de la cause ne peuvent produire que des états passifs. Quand donc cette nécessité affecteroit la substance la plus libre, sa liberté seroit restrainte & suspenduë dans ce cas-là, il n'y resteroit que de la contingence passive, contingence qui a lieu dans des événemens dont toute liberté est proscrite.

Ce qu'on appelle *nécessité morale* est entierement fondé sur l'efficace des motifs. Si cette efficace est telle que la prétenduë action doive s'ensuivre par une connéxion invincible, la nécessité morale devient autant le tombeau de la liberté que la necessité la plus métaphysique. Si la liaison au contraire n'est qu'occasionelle, le mot de nécessité est incommode & abusif dans le sens qu'on lui attache.

L'ingénieux Auteur du nouveau systême sur le Fatalisme la nomme nécessité *interieure*; mais il me permettra de remarquer qu'elle est exterieure à proprement parler, parce qu'en remontant de motif en motif, il faut à la fin passer les frontieres de la substance, & que la chaine des motifs est suspenduë hors de ces frontieres. Je ne vois que deux sens dans lesquels on puisse appeller une nécessité interieure; le premier n'est point applicable aux substances finies; c'est

c'eſt lorsqu'une choſe eſt fondée dans la nature d'un ſujet exiſtant par ſoi-même. Le ſecond donne une néceſſité hypothetique interieure; c'eſt lorsque la ſubſtance agit ſur elle-même. Si le mot d'interieur ne devoit dénoter que le ſujet ou l'état affecté de la néceſſité, toute néceſſité ſeroit interieure.

Si la Philoſophie devoit être un Dictionnaire de termes vagues & embrouïllés, on pourroit me blâmer d'avoir changé la ſignification ordinaire de pluſieurs termes uſités; mais j'ai cru qu'il valoit mieux aſſujettir les mots aux matiéres que les matiéres aux mots. Rien n'eſt plus impropre ni plus inconſiſtent que les façons de s'exprimer autoriſées par l'uſage, lorsqu'on les tranſporte dans les Sciences. La Philoſophie ſpéculative eſt la plus délicate ſur ce point; non ſeulement le langage de la vie commune, mais encore le langage des autres Sciences qui ne remontent point aux principes, employés ſans diſcernement, y conduiront dans un labyrinthe d'erreurs. C'eſt une véritable yvraie à extirper avant qu'on puiſſe ſemer les notions fécondes, qui fertiliſent & embelliſſent le terroir philoſophique.

Le monde étoit autrefois tout plein d'êtres actifs. Les hommes ſtupides & groſſiers s'arrêterent aux cauſes materielles; ils ne chercherent pas plus loin le principe des changemens qui arrivent à la matiére. La foi qu'on ajoutoit aux influences, le culte qu'on rendoit aux objets materiels, en ſont des témoignages autentiques. Il eſt vray-ſemblable que le commun des hommes regarda le Soleil, la Lune, & tous ces Corps qui brillent dans la voûte celeſte, comme des agens réels, capables de leur faire du bien & du mal, malgré que les Philoſophes ſe contentaſſent pour la plupart d'y placer une partie de cette Ame univerſelle qu'ils feignirent répanduë par tout l'Univers. Enſuite vinrent les Poëtes & les Orateurs, qui uſant des licences de la Proſopopée donnerent la vie & l'action aux choſes les plus inanimées, faiſant gronder le tonnerre, ſiffler l'air, parler & agir tous les élémens. Le ſtyle enflé & hyperbolique des Orientaux ſe communiqua aux autres Langues, & c'eſt vraiſemblablement de toutes ces cauſes réü-

 nies

nies que vient ce nombre prodigieux de verbes actifs, ou plutôt dont la terminaison est active ; car la moindre partie de ces verbes désigne des choses véritablement actives. Les facultés sensitives & intellectuelles de l'ame, & les diverses especes des mouvemens des corps, s'expriment dans toutes les langues par des verbes actifs, toutes passives que soient ces facultés & ces mouvemens. Si l'on vouloit réformer, il ne suffiroit pas de retrancher les verbes abusivement actifs ; il faudroit encore limiter selon la construction l'usage de ceux-même qui le sont à bon droit. Je puis dire p. e. que je secouë la main, mais il est faux *que le belier secouë les murs* ; je puis dire que je me couche, que je fuïs, mais je ne saurois dire, *que le boeuf frappé de la hache se couche par terre*, ni que *l'ame en courroux s'enfuit dans les enfers*. Ces exemples sont communs ; je n'ai pas dessein d'écrire le Dictionnaire des défauts qui regnent dans les langues, ouvrage qui demanderoit peut-être plus de mémoire, de sagacité, & de vie, qu'un seul homme ne peut prétendre.

Etes-vous surpris de la confusion qui régne dans le langage des hommes ? Considérez la vuë ordinaire dans laquelle ils s'en servent, & vous cesserez de l'être. Le moindre souci de ceux qui parlent ou qui écrivent, est d'exciter des idées nettes dans l'esprit de ceux qui les écoutent ou qui les lisent. Ils veulent les conduire à de certaines fins, & à ces fins la netteté des idées seroit pour la plupart plus préjudiciable qu'avantageuse ; le grand nombre se remuë par la confusion plutôt que par l'ordre & par l'évidence. Il est si peu vrai que les mots excitent toujours leurs idées correspondantes que la plupart du tems ils n'excitent que des passions par un saut des idées intermédiaires. On peut l'éprouver tous les jours, & en soi-même, & dans les autres. J'ai vu souvent les Auditoires les plus émus, & les passions les plus fortes inspirées, par des paroles & des phrases qui ne signifioient rien du tout, ou qui ne signifioient que fort peu de chose. Enfin un (*) excellent homme l'a observé avant moi ; quelque obscur

que

(*) Berkeley, principles of human knowledge : introduction §. 19.

que ſoit le ſens d'un terme, dès que l'habitude l'a une fois conſacré, c'en eſt fait pour toujours : on prononce, on lit, on écrit ce terme, ſans faire même attention à l'idée qu'il repréſente, ou s'il en repréſente aucune, à peu prés comme on ſe ſert des ſignes dans les opérations Algebriques, ſans que les quantités qu'ils expriment, ſoient préſentes à l'entendement.

Ce desordre a paſſé dans les Sciences, & ſurtout dans les Sciences ſpéculatives, avec le langage. Que d'erreurs n'a-t-il pas répandu ſur le ſujet que nous traitons ? Depuis que la Philoſophie a pris quelque forme, on ſe ſert des mots d'*agens*, d'*action*, de *cauſe*, de *force*, de *puiſſance*, de *liberté*, & de pluſieurs autres, ſans qu'on puiſſe encore s'accorder ſur un ſens fixe. Les Philoſophes de l'Antiquité, loin de détruire les mépriſes populaires, paroiſſent avoir renchéri deſſus, en embelliſſant la matiére de ces formes, de ces natures, de ces agens aveugles, de ce fatras de termes, qui devoient faire comprendre les cauſes des phénomenes, pendant qu'ils étoient eux-mêmes incompréhenſibles.

La Philoſophie moderne n'a-t-elle rien retenu des erreurs de l'ancienne par rapport à ce ſujet ? Le progrés même que les Sciences font de nos jours, n'eſt-il pas ſouvent une nouvelle ſource d'égaremens en Metaphyſique ? Fait-on toujours aſſés d'attention aux limites des Sciences ? N'applique-t-on jamais ſans diſcernement des notions puiſées dans la Phyſique, ou dans la Mécanique, à des ſpéculations transcendentales & qui n'ont rien de phyſique ni de mécanique ? Ce qui eſt cauſe, action, & puiſſance, dans les Sciences naturelles, n'eſt-il pas effet, paſſion, impuiſſance, dans ces ſpéculations-là ? Voilà une ample matiére à réfléxion : en la bien examinant on trouvera peut-être qu'on peut dire de la Philoſophie ce que Caton dit de la République Romaine de ſon tems : (*) *Nous avons perdu les vrais noms des choſes*, ou plutôt : nous ne les avons jamais eûs.

* * *

(*) *Vera rerum vocabula amiſimus.* Saluſt. in bello Catil.

SECONDE DISSERTATION
SUR L'ACTION, LA PUISSANCE ET LA LIBERTÉ,
PAR M. MERIAN.

Dans l'Ecrit que j'ai eu l'honneur de lire à l'Académie, il y a six semaines, j'ai taché de dévéloper les notions de l'*action*, de la *puissance*, & de la *liberté*. Je me propose aujourdhui de les appliquer, tant à la théorie de l'entendement & de la volonté en particulier, qu'au système de l'Univers en général.

Que la *liberté*, ou la *puissance*, *d'agir*, n'exige la pensée, personne, je crois, ne me le dispute. Il y a dans chaque cas pour la substance qui ne pense point, une marche déterminée qu'il ne dépend pas d'elle de suivre ou de ne pas suivre. Abandonnée aux actions de quelque substance étrangere, elle en tient toujours sa situation présente, & ne sauroit jamais rien commencer de son chef. Cela est si vray que les Intelligences mêmes ne sont point actives dans les changemens qu'elles subissent sans en avoir connoissance ; l'obscurité de la route qu'elles tiennent, les met précisément dans le même cas avec les substances les plus brutes : une pierre jettée contre la muraille agit tout aussi librement qu'un homme, qui dans une nuit sombre ou dans le sommeil y va heurter sa tête.

Je ne veux point examiner si la matiére, soit en général, soit organisée d'une certaine façon, est capable d'agir, mais dans quelque sens qu'elle le soit, elle doit être pensante dans le même sens. Ce seroit donc démontrer son incapacité d'agir que de démontrer son incapacité de penser.

Il ne fuit point de là que pour être libre il suffise de penser; cette conséquence feroit trop précipitée. Non feulement chaque dégré de connoissance ne qualifie point à *l'activité*, mais encore ne vois-je rien d'impossible en ce qu'une Intelligence posséde tous ces dégrés ensemble sans en devenir plus active.

Déterminons d'abord le dégré de connoissance requis par l'exclusion des dégrés inferieurs, & voyons dans quelle assiette doit se trouver l'esprit de l'agent immédiatement avant l'action.

La perception simple se présente la premiére. Concevons un esprit frappé par intervalle de diverses perceptions instantanées, ou de diverses perceptions à la fois, mais qui ne se lient point pour former des idées complexes, ni pour donner lieu au souvenir; que ce soit, si vous voulez, l'ame de l'embryon, recevant des impressions conformes à ce qu'éprouve celle dont le sein le renferme; ou feignons telle intelligence qu'il nous plaira, arrangeons-y des perceptions à notre gré, que notre fantaisie dicte l'ordre de leur succession. Il sera toujours vrai que ces perceptions ne proposent rien à la substance, ni à produire, ni à omettre. Ses propres productions & omissions feront donc zero, & aucun de ses changemens imaginables ne dépendant d'elle-méme, ils dépendront tous de quelque cause externe.

Je veux même que le principe d'action soit envelopé dans cet être, de façon que pour se déployer il ne lui manque que le dégré de connoissance requis; il n'en sera pas, je crois, plus avancé tandis qu'il demeure privé de ce dégré. En parlant à la rigueur, on pourroit dire que la puissance d'agir elle-même manque à un tel être; il n'en est pourtant pas de même comme d'une substance qui ne sauroit agir quand on lui supoferoit le dégré nécessaire de connoissance, ou d'une substance qui n'est jamais en état d'acquérir ce dégré, soit du tout, soit par voye naturelle; mais à peu prés comme d'une substance douée d'une liberté dont l'exercice est restraint dans de certains cas par des obstacles insurmontables. Si on suppose à l'embryon les semences de la liberté, cette créature n'en sera point privée, comme en est privée

une

une pierre, ou absolument incapable de pensée, ou qui n'en est capable que par miracle, ou qui avec la pensée même n'est capable d'action que par un second miracle.

On peut distinguer, si l'on veut, entre *puissance prochaine* & *puissance éloignée*. Cet éloignement admet des dégrés. La puissance éloignée du premier dégré exige le principe d'action avec le dégré d'intelligence le plus approchant de celui qui complete la puissance prochaine; au lieu que la puissance la plus éloignée suppose l'absence totale de toutes les conditions actuelles requises à l'action, avec la simple possibilité de l'existence de ces conditions: mais on voit aisément qu'à proprement parler la seule puissance prochaine mérite le nom de puissance.

Si le principe actif pouvoit se déployer sans une pensée occasionelle, il faudroit attribuer son exercice au hazard, grand mot lequel, ou ne signifie rien du tout, ou signifie la nécessité; or attribuer une action à la nécessité, ce seroit donner d'une main ce qu'on enléve de l'autre; il est donc impossible qu'une substance agisse avant que de penser, quand même on lui supposeroit d'ailleurs toutes les qualités requises à l'action.

Si dans le dégré le plus bas de perception la substance n'a point les dispositious nécessaires pour pouvoir agir, c'est, comme nous avons vu, parce qu'il ne se présente rien à faire, aucun effet à obtenir; ainsi, tandis que la même raison a lieu, elle ne songera jamais à sortir de l'inaction, & le principe actif demeurera en repos. Que les perceptions soient donc composées jusqu'à renfermer des propositions, & que ces propositions puissent être liées en raisonnemens, il n'en sera ni plus ni moins, aussi longtems que ces propositions restent spéculatives, & que l'entendement ne voit rien de *faisable*, si j'ose ainsi m'exprimer. Un esprit par une suite réglée d'impressions pourroit acquérir les connoissances les plus sublimes, sans jamais penser à agir, pourvû qu'on prit soin d'en éloigner tout ce qui pourroit l'y porter. Cet homme qui employe sa vie à des études steriles qui ne le portent à aucune

action,

action pour le bien de la Société, peut être comparé par figure avec une intelligence pareille, & passer pour un très savant automate.

Le cas que je vais proposer, est un peu plus embarrassé. Une chose faisable s'offre à l'entendement; mais il ne s'offre que ce seul parti, sans que je puisse songer que le parti contraire soit possible. Suis-je déterminé nécessairement à prendre le parti que je prends? Si je fais nécessairement ce que je ne puis regarder comme *omissible*, si j'omets nécessairement ce que je ne puis regarder comme faisable, quel rôle jouë en cecy le principe d'action qui est en moi? Est-ce en vertu de ce principe que j'agis? Peut-on dire que ce principe soit forcé à se déployer par un principe extrinséque?

Le changement des phrases leve souvent les difficultés les plus spécieuses. Le principe d'agir qui est en moi, n'est que MOI, capable d'agir & de n'agir pas sous la condition de la vuë de ces deux partis opposés. Lorsque cette connoissance se trouve en défaut, il est évident que l'état qui dépendroit de moi, si elle l'avoit précédé, se lie maintenant avec des états passés, & se résout originairement dans l'action, ou dans les actions, dont dépend la serie qui aboutit à la vuë du parti que je suis obligé de prendre.

Il y a icy deux chaines de causes qui me mettent hors d'action. La premiére remonte à la cause primitive de mon défaut de connoissance; la seconde à la cause primitive de la pensée qui me suggére le parti que je prends.

De cette façon un être libre d'ailleurs peut se trouver sous l'esclavage d'impressions superieures, qui remplissent trop ses facultés pour laisser aucune place à l'exercice du libre arbitre. On peut concevoir aussi de cette maniére des machines vertueuses & vicieuses, ou plutôt qui en ont l'apparence, puisque dans le fonds sans la liberté, il ne peut y avoir ni mérite ni démérite dans les actions.

Peut-être encore ces principes pourroient-ils servir à rendre raison des actions qu'on croit remarquer dans les enfans & dans les bêtes, & répandre quelque lumiére sur une Question qu'on a regardée

de tout tems comme une des plus épineuses en Philosophie. Le plan de cette Dissertation du reste ne me permet point de prendre un parti décisif; j'examine les choses dans l'abstraction, & je ne présume point d'assurer encore que les hommes faits, que les Anges, ni que Dieu même soient des substances libres.

Mais supposons d'un côté que les hommes faits jouissent de la liberté, & de l'autre que, depuis le berceau jusqu'à l'age de la raison, il n'arrive point de miracle à nos ames; il faudra nécessairement admettre que les enfans renferment déjà dequoi agir un jour librement, qu'ils ne manquent que des dégrés requis de connoissance, & que l'époque de leur liberté dépend du dévelopement de leurs facultés intellectuelles. Risqueroit-on beaucoup de se tromper en réduisant la spontaneïté des enfans à cette vuë d'un seul parti qui provient de leur incapacité de combiner, & de comparer les experiences propres à leur apprendre qu'ils peuvent également agir & s'en abstenir; connoissance qui s'acquiert avec l'age & se fortifie par l'habitude.

D'un autre côté, ces infortunés objets de dégoût & de pitié, ces pauvres vieillards que l'affoiblissement des organes replonge dans les infirmités du premier âge, ne sont-ils pas dans le même cas? Il me semble voir la Nature nous promener par dégrés jusqu'à un certain point, où elle nous lache la lisiere, nous abandonnant à notre propre marche, & nous laissant parcourir librement un espace limité. Enfin elle la retire, & nous fait rebrousser par des dégrés semblables vers le point dont nous étions partis.

Supposons encore que les bêtes ne soient point des machines à la Cartesienne, mais des Intelligences inférieures à l'espéce humaine; peut-être qu'il ne sera pas difficile de ramener au même principe de la vuë d'un seul parti, ce qu'on appelle leurs mouvemens spontanés & leur instinct.

Si en effet les besoins présens de ces Créatures se bornent à la conservation des individus, & à la propagation des especes, (comme leurs ouvrages où il paroit le plus d'industrie, ne semblent tendre qu'à

qu'à l'une ou à l'autre de ces deux fins, il est superflu de leur accorder un dégré superieur d'intelligence. D'ailleurs, cette uniformité remarquable dans leurs productions les plus merveilleuses qui sont toutes exécutées sur le même plan, pourroit donner des soupçons très forts que leur vuë est toujours bornée à un point unique, dont elles ne sauroient s'écarter, qu'en un mot elles sont gouvernées par des impressions uniformes auxquelles elles ne résistent jamais, parce qu'elles ne peuvent pas penser à y résister; impressions par conséquent, qui les portent inévitablement aux fins auxquelles la Nature les destine.

Le plus profond des Docteurs de l'Eglise a dit quelque chose d'approchant: voicy la traduction Françoise de son passage: (*) *Les êtres animés se meuvent par eux-mêmes lorsqu'une image qui est en elles, provoque leur appetit, & dans quelques uns des animaux ces images sont excitées dans un certain ordre par la nature qui par leur moyen provoque l'appetit. Ainsi nait dans l'araignée l'image de la tissure, suivie de l'appetit de faire la toile, appetit excité par le mouvement réglé*

(*) ἀφ' ἑαυτῶν γὰρ κινεῖται τὰ ἔμψυχα, φαντασίας ἐγγινομένης ὁρμὴν προκαλουμένης, καὶ πάλιν ἄν τισι τῶν ζώων φαντασίαι γίνονται ὁρμὴν προκαλούμεναι, φύσεως φανταστικῆς τεταγμένως κινούσης τὴν ὁρμήν. ὡς ἐν τῷ ἀράχνῃ φαντασία τοῦ ὑφαίνειν γίνεται, καὶ ὁρμὴ ἀκολουθεῖ ἐπὶ τὸ ὑφαίνειν, τῆς φανταστικῆς αὐτοῦ φύσεως τεταγμένως ἐπὶ τοῦτο αὐτὸν προκαλουμένης, καὶ οὐδενὸς ἄλλου μετὰ τὴν φανταστικὴν αὐτοῦ φύσιν πεπιστευμένου τοῦ ζώου· καὶ ἐν τῇ μελίσσῃ ἐπὶ τὸ κηροπλαστεῖν. τὸ μὲν λογικὸν ζῶον καὶ λόγον ἔχει πρὸς τῇ φανταστικῇ φύσει, τὸν κρίνοντα τὰς φαντασίας, καὶ τινὰς μὲν ἀποδοκιμάζοντα, τινὰς δὲ παραδεχόμενον, ἵνα ἄγηται τὸ ζῶον κατ' αὐτάς. *Origenes* περὶ ἀρχῶν *Tom. 3. v. Philocal. Orig. Cap. XXI.*

réglé de la nature qui produit l'image, & l'animal n'étant doüé d'aucune autre faculté excepté sa nature imaginatrice. La même chose arrive à l'abeille lorsqu'elle fait le miel. L'animal raisonnable au contraire, a outre la nature qui produit les images, la raison qui discerne les images, rejette les unes, approuve les autres, & agit en conséquence.

A' savoir à présent si les bêtes, de même que les enfans, contiennent dequoi devenir des agens, & si on peut dire: donnez moi un dégré d'intelligence de plus, & je ferai un homme de ce chien ou de ce perroquet; c'est là, je crois, une question dont la décision dépend d'une autre non moins difficile à résoudre; c'est à dire, si les bêtes sont destinées à un rang superieur à celui que nous les voyons tenir parmi les Intelligences. Si tant est qu'elles soient condamnées pour jamais à la vie animale, il n'est pas aisé à voir de quoi leur serviroit la disposition à la liberté, à moins qu'elle ne fut inséparable de la spontaneïté. Si au contraire elles doivent croître en perfection, il est fort raisonnable de penser qu'elles renferment dès à présent les principes de cet accroissement, & par conséquent les dispositions nécessaires à la liberté, sans laquelle la raison seroit un instrument fort inutile.

Nous voyons certaines bêtes donner tant d'apparences de raison que peut-être ne tient il qu'à peu de chose pour leur faire franchir la ligne qui les sépare de l'espece humaine. Les hommes se flattent du doux espoir d'élargir tôt ou tard la sphére de leur connoissance & de leur activité. Peut être que la Nature bien-faisante envers tous ses enfans prépare un sort semblable à ce nombre innombrable de Créatures qui peuplent l'Univers, & qu'aucun d'eux ne sera oublié dans la grande promotion des Etres. Si, comme Pope a chanté, Newton est par rapport aux Intelligences celestes ce qu'un Singe est par rapport à nous, il y a aussi peu de chemin d'un Singe à l'homme que de Newton à un Ange. Mais je laisse discuter cette matiére à des Philosophes plus profonds, & peut-être plus téméraires, que je ne le suis; & je reviens à mon sujet.

Aprés

Aprés les dégrés d'intelligence que nous avons rejettés, celui qui reste se détermine de soi-même. Il consiste dans la vuë de deux partis opposés, également éligibles, avant qu'on se soit déterminé pour l'un ou pour l'autre. Sans cette vuë l'action est donc impossible, & le pouvoir d'agir inconcevable. Tous les cas au contraire dans lesquels l'exèrcice de la liberté a lieu, peuvent être réduits à cette formule. Supposez, si vous voulez, mille partis proposés; chacun des mille vous laissèra le choix libre entre son exécution & son omission.

Je ne saurois quiter ce sujet sans dire quelques mots de l'imputation, qui se fonde uniquement sur la prévoyance des choses proposées à faire ou à omettre.

Chaque action traine aprés soi un changement conforme à la nature du sujet dans lequel il arrive; de quelle maniére dont on agisse sur un corps, on n'y produira jamais d'autres effets que de ceux dont la nature corporelle est susceptible. Mais un premier changement n'est pas ordinairement la seule suite de nos actions; celui-cy en produit d'autres, que souvent il transmet de sujet en sujet, & disperse en plusieurs branches: en un mot nos actions forment des chaines de changemens que nous ne pouvons, ni prévoir, ni suivre, que jusqu'à une certaine distance; encore la connoissance de ces chainons qui ne nous échapent point, souffre-t-elle de fréquentes interruptions par l'ignorance des causes secondes & de ces ressorts cachés que la Nature fait jouër pour amener les effets. Je suppose par exemple la chaine composée de changemens désignés par les lettres de l'Alphabet; nos connoissances seront peut-être exprimables par *a*, *f*, *l*, *o*, *p*, *s*, en sautant les lettres moyennes entre *a* & *f*, *f* & *l*, *l* & *o*, *p* & *s*, & en perdant de vuë celles qui sont depuis *s* jusqu'à *z*.

Comme l'imputation se régle sur la prévoyance, on ne pourra sans doute imputer à l'agent que les changemens qu'il a prévus; & c'est par ceux là uniquement que son acte devient moralement bon ou mauvais. La moralité réside dans l'intention, & l'intention ne sauroit aller plus loin que la vuë.

Non seulement je ne saurois être responsable des causes moyennes entre l'action & l'effet que je me propose, mais encore ne le suis-je point d'un manque d'effet, si j'ai fait ce qui devoit m'y conduire. Si ayant intention de remuër le pied, il ne remue pas ; si le bras remue en sa place, ce n'est pas à moi qu'il faut l'imputer, c'est à celui qui a établi la liaison entre mon acte & son effet. Enfin, toutes les suites de mes actions que l'éloignement & le voile de l'avenir dérobe à ma prévoyance, ne me regardent en aucune façon. Semblable à un tireur qui tâche de frapper son but sans se soucier ce que la balle deviendra aprés cela, je remets la suite de mes actions entre des mains étrangéres, soit du Hazard, soit de la Nature, soit de la Providence.

La prévoyance fait qu'on peut considérer un seul acte qui produit plusieurs changemens à la file, comme composé de plusieurs autres, puisqu'en effet l'intention est composée. Celui qui fait sauter en l'air une Maison où il sait que dix personnes sont rassemblées, commet le même crime que s'il faisoit sauter chacun des dix en particulier ; mais s'il ne croit qu'une personne dans la maison, sera-t-il responsable de la mort des neuf autres ? Point du tout. S'il a prévu la possibilité que la personne à qui il en vouloit n'y étoit pas seule, il sera coupable de n'avoir pas pris les informations nécessaires, faute déjà moindre que la précédente qui partoit d'un dessein prémédité. Enfin, si on pouvoit supposer que l'incendiaire n'eut fait aucune réfléxion aux suites de son crime, on ne pourroit absolument lui imputer à cet égard qu'un manque d'attention. La faute diminuë à mesure que l'imputation peut être éloignée de l'effet ; & la vraye place de l'imputation est toujours marquée par la prévoyance.

N'y a-t-il pas dans la vie humaine des circonstances qui nous réduisent à cette vue d'un seul parti dont nous avons parlé plus haut ? Et si dans cette situation d'esprit nous nous trouvons sous l'empire d'une force majeure, peut-on nous en imputer les suites ? Qu'on y prenne garde ; la legéreté qu'il y a à s'engager dans un mauvais pas, n'est pas la même chose avec les événemens que ce pas entrainē ; les

Moralistes

Moraliſtes qui les confondent, donnent dans des raiſonnemens pitoyables. Si la colere eſt une courte fureur, ſi l'amour trouble l'entendement, tous les déſordres, toutes les folies, que ces paſſions font commettre, doivent être décontées de l'imputation: deux hommes d'un tempérament égal ſortent du Cabaret, où ils ont diſſipé leur peu de raiſon dans la fumée des liqueurs fortes; l'un maſſacre ſon ennemi; l'autre donne l'aumone à un pauvre. Ces deux hommes ſont également coupables; l'un & l'autre ne l'eſt que d'avoir trop bû. Le furieux qu'on enchaine, n'eſt pas plus libre dans ſes actions que la pierre qui tombe; & la fureur paſſagére a les ſymptomes de la continuë.

Il eſt impoſſible que ces réfléxions, & pluſieurs autres de la même importance, ſoient miſes en ligne de conte devant les Tribunaux humains, qui ſe réglent plutôt ſur le bien de la ſociété que ſur la valeur intrinſéque des actions morales; d'ailleurs nous n'avons point de meſure pour apprécier cette valeur au juſte, & nous ne connoiſſons les intentions que par les apparences externes, qui ſont ordinairement trompeuſes. Il n'y a aucun Tribunal au monde où l'on garde une juſte proportion dans les peines & les récompenſes, & devant les Juges les plus équitables les moindres crimes ſont ſouvent punis plus rigoureuſement que les plus grands. Les Legislateurs éclairés compâtiſſent à la foibleſſe humaine; ils récompenſent avec ſplendeur, ils puniſſent avec modération, & ils aiment mieux laiſſer échaper le coupable que faire ſouffrir l'innocent. Les Caſuiſtes rigides & les déclamateurs qui ſe plaiſent à exagérer nos fautes, ne ſont que rendre la Morale ridicule en la rendant impraticable, & en renverſant entiérement les notions du juſte & de l'injuſte.

Nous avons déterminé le dégré de connoiſſance néceſſaire à un agent; mais ce n'eſt point ce dégré qui conſtituë ſa liberté: il n'en eſt que la condition *ſin. qua non*, comme l'on s'exprime dans les Ecoles. On ne ſauroit agir ſans penſer, mais on peut penſer ſans être en état d'agir. L'entendement eſt paſſif dans ſes connoiſſances les plus

plus sublimes; & un son ne différe pas plus d'un triangle que la pensée ne différe de l'action. De quelque façon qu'on modifie deux hétérogenes, la transition de l'un à l'autre est impossible pour jamais. On pourroit concevoir une substance entiérement passive, versée dans les Sciences les plus profondes, raisonnant très methodiquement, produisant les découvertes les plus brillantes, en un mot une espece de machine spirituelle, perfectionnée dans son genre, & cependant assujetie à la disposition de celui qui la gouverne.

La seule action concevable, c'est la *volition*. Les Philosophes qui lui ont associé le mouvement, se sont laissé abuser par l'inexactitude du langage. Nous ne connoissons dans l'Univers aucun mouvement primitif, & l'inertie de la matiére nous défend de penser qu'elle puisse jamais commencer d'elle-même à se mouvoir. Si l'on veut qu'elle se soit muë de toute éternité, ou qu'avec (*) Spinoza on adopte un progrés de mouvemens à l'infini, l'on sera encore moins en droit de nommer action ce qui est l'effet de la nécessité. Enfin, entendre par mouvement l'exercice d'un principe soi-mouvant, c'est multiplier les êtres sans besoin, vû que cet exercice est une volition, & qu'attribuer à la matiére le principe-soi mouvant, c'est lui attribuer la puissance de vouloir.

Le mot de *vouloir* est ambigu. Souvent on le prend pour le dernier jugement de l'entendement qui est entiérement passif; nous le prenons pour l'exercice du principe soi-mouvant qui est entiérement actif. Il faut icy éloigner tout ce qui sent la passion; la volition ne sauroit être envéloppée dans aucune succession passive; c'est au contraire quelque chose qui en rompt l'enchainement, *quod fati federa rumpat*.

Ce

(*) *Corpus motum vel quiescens ad motum vel quietem determinari debuit ab alio corpore, quod etiam ad motum vel quietem determinatum fuit ab alio, & illud iterum ab alio, & sic in infinitum.* Ethic. P. II. Prop. XIII. Lemm. 3.

Ce n'eſt pas une ſimple conſcience de ce qui arrive. Ce n'eſt pas une approbation de l'entendement, ni un deſir, ni une penſée de préférence, ni enfin le plaiſir qu'on prend à un événement. Toutes ces choſes là dérivent de choſes antécedentes, & ne contiennent rien d'actif. On peut appercevoir l'effet d'une action étrangere, l'approuver, le deſirer, s'en réjouïr, ſans qu'il s'en mêle la moindre action propre. Si une pierre s'appercevoit de ſa chute, ſi elle la préferoit à tout autre état, ſi elle ſentoit la plus grande ſatisfaction du monde à tomber, elle n'en tomberoit pas plus librement, ou, pour me ſervir d'une comparaiſon plus célébre, quelque plaiſir que prît (*) *l'aiguille aimantée à ſe tourner vers le Nord*, elle n'en ſeroit pas moins entraînée par *les mouvemens inſenſibles de la matiére magnetique.* A proprement parler, elle ne ſe tourneroit point; elle ſeroit tournée; & je dirai que dans l'état parallèle l'ame ne *voudroit* pas, mais qu'elle ſeroit faite *voulante.*

Si l'on admet que tous les changemens qui ont lieu dans l'Univers, s'analyſent dans des volitions, il faut avouër d'un autre côté que les moyens par leſquels la volition opére ces changemens, nous ſont parfaitement inconnus; mais auſſi ne dépendroit-il pas de nous de les changer, quand même nous les connoitrions. Les reſſorts auquels nos volitions tiennent, & qui aboutiſſent à l'effet propoſé par la voye que la Nature leur a tracée, ces reſſorts, dis-je, & cette voye ſont des myſtéres ſur leſquels les plus grands Philoſophes n'ont fait juſqu'icy que bégayer. Semblables aux ſpectateurs d'un drame, nous ne voyons dans l'Univers que le changement des décorations; les machines ſont cachées ſous le théâtre.

Agir & vouloir ſe trouvant identifiés, la vraye liberté peut être définie une *puiſſance de vouloir*, & tout être libre peut vouloir & ne pas vouloir ce qu'on lui propoſe.

On

(*) Eſſai de Théodicée, Part. I. §. 50.

On nomme communément ce pouvoir la *liberté d'indifférence*, ce qui ne signifie point que les deux partis fassent toujours une impression égale sur l'entendement, mais uniquement que le choix n'est point déterminé par l'entendement. L'ame est déterminée lorsqu'elle pense, mais elle détermine lorsqu'elle choisit.

Il ne s'agit pas non plus de ce qu'on appelle *indifférente d'exercice*, qui dans le fond n'est que passive & instrumentale. Telle est, par exemple, l'indifference d'un corps en mouvement, qui pourroit aussi bien être en repos s'il étoit déterminé autrement qu'il n'est, puisque par sa nature il n'est pas plus porté à l'un de ces états qu'à l'autre. Telle est aussi l'indifference d'une hache, également propre à fendre du bois, à égorger les victimes, & à punir les criminels.

Il est étonnant que les plus grands Philosophes semblent avoir pris à tâche d'embrouïller ce sujet. Monsieur *Locke*, l'homme le plus propre à porter le flambeau dans les spéculations ténébreuses, n'en paroit avoir écrit un (*) très grand Chapitre que pour y répandre de la confusion. Il augmente encore cette confusion dans ses éclaircissemens, & dans son (**) Commerce de lettres avec M. *de Limborch*, par lequel on voit clairement qu'il n'a jamais compris ce qu'on entendoit par *liberté d'indifference*.

(***) Il se divertit extrémement aux dépens de ceux qui attribuent la liberté à la volonté, ou qui disent *que la volonté est libre*; ce qui en effet présente un sens absurde de la façon dont il l'interprete, car dans le fond je ne crois pas que les Philosophes qui se servent de cette expression, veuïllent enter, pour ainsi dire, une faculté sur l'autre; par volonté ils entendent sans doute l'acte de la volonté, la volition, ou la personne qui veut.

Il

(*) Essai sur l'entendement humain, Livre II. Ch. XXI.

(**) Voyez Oeuvres diverses de M. *Locke*, Tome II.

(***) Essai sur l'Ent. hum. L. II. ch. 21. §. 20.

Il feroit à fouhaiter que cet excellent homme ne fut pas tombé lui même dans le défaut d'inexactitude qu'il fait tourner si agréablement en ridicule; car aprés tout l'absurdité de cette question ne vient pas, comme pense M. *Locke*, de ce que la liberté & la volonté font deux facultés diverses, mais au contraire de ce qu'elles sont la même faculté, & que demander, *si la volonté est libre* équivaut à la demande: *si la liberté est libre:* ce qui ressemble à la question, si la rondeur est ronde, ou si la vertu est vertueuse.

Mais où est cette justesse dont M. *Locke* fait profession, lorsque (*) bientôt après il nie que nous soyons *libres de vouloir*, parce qu'une chose à faire sur le champ nous étant proposée, nous devons accepter la proposition ou la refuser? C'étoit icy la place de s'écrier sur l'inexactitude. *Je suis libre de vouloir* veut dire proprement: *je puis vouloir vouloir, & vouloir ne pas vouloir*; s'il est permis d'agiter des questions pareilles, on n'aura jamais fait; car si j'ose doubler le mot de vouloir, pourquoi ne le triplerai-je pas, & pourquoi ne le multiplierai-je pas à l'infini?

Monsieur (**) *Collins* a donné dans la même chimére; c'est fort plaisamment qu'il conclut que nous ne sommes pas libres,[1] parce que la promenade, par exemple, nous étant proposée, nous ne pouvons qu'un des deux, ou vouloir, ou ne pas vouloir nous promener, & qu' ainsi nous sommes nécessités à produire un acte de volition. Si ce raisonnement dit quelque chose, il ne dit rien de plus que: *Nous ne sommes pas libres; parce que nous sommes libres*, ou *nous ne sommes pas libres d'être libres;* ce qui est trés vrai, ne dépendant pas de nous de changer nôtre nature; si nous sommes libres en effet, nous agirons librement à coup sûr autant de fois que l'occasion s'en présentera, ne pouvant faire autre chose, soit que nous acceptions, soit que nous refusions. Mais cette nécessité de choisir n'est que la nécessité absoluë

Rrr 2 que

(*) §. 23. 24.

(**) Philosophical inquiry concerning human liberty.

que de deux contradictoires l'une soit vraye & l'autre fausse. Le Tiresias d'Horace prédit les événemens les plus contingens, rien n'étant plus certain que ses Prophéties doivent ou s'accomplir, ou ne pas s'accomplir (*).

Monsieur *Locke* va plus loin (**). Il trouve fort absurde qu'on puisse demander; *si l'homme est en liberté de vouloir lequel des deux il lui plait, le mouvement ou le repos.* C'est demander, selon lui, *si l'homme peut vouloir ce qu'il veut, ou se plaire à ce à quoi il se plait?* Mais cette question ne laisse pas pour cela d'être trés sensée. Si *ce qui nous plait* signifie le dernier jugement de l'entendement, c'est demander: si ce jugement détermine la volonté, ou non? Si *ce qui nous plait* dénote la volition même, c'est demander, si cette volition est passive, ou si elle est active & libre; & par conséquent la question n'est absurde, ni dans l'un, ni dans l'autre de ces deux sens, quoique peut-être on eût pû l'enoncer plus commodément.

Mais M. *Locke* confond éternellement l'entendement & la volonté; il vous dira (***) *qu'être déterminé par son propre jugement ne détruit point la liberté;* cependant il enseigne lui-même que ce jugement dépend de *l'inquiétude*, l'inquiétude du *desir*, le desir *d'un bien absent*. La liberté qui peut rester dans un pareil enchainement est un mystére qui passe ma compréhension.

Malgré toutes les plaisanteries de M. *Locke* sur *la liberté de vouloir*, le voicy pourtant forcé d'y revenir lorsqu'il s'agit de décider ce qui rend l'homme digne de punition; question qui le jette dans un étrange embarras. Cette liberté, objet de tant de plaisanteries, a donc lieu, selon lui, quand il s'agit d'un bien éloigné comme d'une fin à obtenir; dans un tel cas l'homme peut suspendre son choix

(*) *O Laërtiade! quicquid dicam, aut erit, aut non;*
Divinare etenim magnus mihi donat Apollo.

(**) §. 25. (***) §. 48.

choix jusqu'après un examen plus mûr, & c'est ce qui le rend (*) *justement digne de punition, quoiqu'il soit indubitable que dans toutes les actions particulières qu'il veut, il veut nécessairement ce qu'il juge être bon dans le tems qu'il le veut.*

L'unique raison de l'exception de ce cas consiste donc en ce qu'il n'exige rien à vouloir sur le champ; & par malheur c'est justement en quoi M. *Locke* se trompe. Pour suspendre son jugement & pour examiner, ne faut il pas une volition de le faire, je dis une volition à former sur le champ? Et si les volitions de cette espece ne sont pas libres, n'a-t-on pas tort de faire l'exception qu'on fait?

Le Philosophe Anglois n'est pas le seul qui se soit laissé éblouïr par cette fausse lueur de liberté. Des Philosophes postérieurs ont cru, par une erreur à peu près semblable, que nonobstant que chaque volition ne fût point libre, on pourroit pourtant, moyennant certaines adresses, & en prenant certains arrangemens, se ménager des volitions pour le tems à venir; tout comme si les dispositions propres à produire des volitions futures ne demandoient pas autant de volitions présentes, & comme si c'étoit applanir une difficulté que de la reculer.

Mais voyons à nôtre tour, où ces Philosophes qui proscrivent la liberté des volitions, prétendent la placer. Ils la définissent le pouvoir de faire ce qu'on veut; rien de plus célébre que cette définition que M. *Locke* trouvoit déjà si complete, qu'il assure qu'un pareil pouvoir (**) *rend l'homme aussi libre qu'il est possible à la liberté de le rendre libre.*

Qu'on me pardonne si, contre le sentiment de tant de grands hommes, je ne trouve dans cette définition que la nécessité toute pure. *Vouloir* n'y signifie que *juger bon ou mauvais*, état passif de l'Intelligence. Je suppose une telle volition donnée, & je demande si

 la

(*) §. 5. 6. (**) §. 21.

la liberté que j'ai dans ce moment, est un pouvoir d'exécuter & de ne point exécuter cette volition. Si cela est, il faut nécessairement une seconde volition, qui confirme ou détruise la premiere. Si cette seconde volition est passive comme la premiére, il n'y a pas encore un pouvoir suffisant pour faire & omettre, & il faut recourir à une troisiéme. Ce progrés durera jusqu'à ce qu'on parvienne à une volition active.

Mais si la liberté n'est que le pouvoir d'éxécuter la volition, sans qu'il soit possible de ne la point exécuter sous les mémes circonstances, quoi de plus clair, que l'exercice d'un tel pouvoir est entiérement passif, déterminé par une volition passive; & le pouvoir méme n'est que ce qu'on appelle une faculté, savoir une possibilité d'étre modifié. J'aurai pour lors le pouvoir de faire ce que je veux, comme j'ai celui de voir mes yeux étant ouverts. Le verbe *faire* signifie précisément la méme chose avec celui de *pâtir*, & le *pouvoir de faire ce qu'on veut* devient *une nécessité de pâtir ce qu'on ne peut pas éviter.*

J'ai prévenu le prétexte de la contingence, en distinguant entre contingence *active* & *passive.* Pour maintenir la liberté, il ne suffit pas qu'une chose eùt pu arriver autrement dans un ordre différent des événemens, ou dans un autre monde; de cette façon tous les états dans l'Univers sans exception seroient des actes libres, puisqu'ils sont tous contingens. L'aiguille de ma montre qui marque 7 heures, auroit pû marquer toute autre heure du jour, si on avoit réglé autrement la montre; qui diroit cependant qu'elle marque librement l'heure qu'elle marque? Mettez une action prétenduë à la place de l'aiguille; elle produira son effet précisément avec autant de contingence, & avec aussi peu de liberté.

En vain encore se retrancheroit-on sur la spiritualité des volitions; car sans répéter les preuves que j'ai données de l'insuffisance de cette défaite, il faut observer qu'on ne conclut icy en faveur de la liberté d'un acte que de sa contingence; or la position de l'aiguille

guille est aussi contingente que quelque événement du monde spirituel que ce soit.

Il n'y a point de sujet sur lequel on ait disputé d'avantage que sur l'influence des motifs sur les volitions des Intelligences actives & libres. Sans analyser icy les motifs selon leur différente valeur, & sans me soucier s'ils naissent d'un trouble des sens & de l'imagination, ou de notions distinctes de l'entendement, je m'attacherai uniquement à examiner jusqu'où leurs fonctions sont conciliables avec la liberté & l'activité.

On conviendra que l'esprit se trouve dans un état passif entant qu'affecté par un motif de quelque nature qu'il soit; une pensée n'étant pas moins une passion que le motif le plus sourd & le plus obscur.

En supposant à présent le motif *a* suivi de la volition *b*, il faut de deux choses l'une: ou il y a entre *a* & *b* une connéxion inévitable, & telle que qui pose le premier, pose le second; ou il n'y a point une telle connéxion, *b* n'est point attaché à *a*, ni compris dans la même serie d'états, de sorte qu'il auroit pû ne point exister aprés *a*.

Si quelqu'un s'imaginoit qu'on pourroit supposer un troisiéme cas, en plaçant entre *a* & *b* un état moyen de l'ame nommé *x*, de sorte qu'il y eût la succession *a*, *x*, *b*, il n'auroit qu'à examiner comment cet *x* est lié avec *a*, & comment il est lié avec *b*; & cet examen revient au même avec le précédent. Il faut pour cela déterminer ce que c'est que cet état *x*; est-il un motif? est-il une volition? S'il est un motif, la question ne fait qu'avancer d'une lettre; elle roulera désormais sur la liaison de *x* avec *b*. Si *x* est une volition, la question recule d'une lettre, & *b* devient superflu. Peut-être dira-t-on que *x* est un desir. Alors je ne conteste point sa liaison avec *a*; mais que deviendra alors *b*? Comment se lie-t-il avec *x*, & par son moyen avec *a*? Le desir est-il un motif par rapport à la volition *b*? Et s'il l'est, nous voici précisément à l'endroit d'où nous

étions

étions partis. Il n'y a donc de concevable que les deux cas dont j'ai fait mention.

Dans le premier, il me paroit évident que *b* est un état passif de même qu' *a* dont il est l'effet, vû que la passion ne sauroit produire l'action, & cette supposition par conséquent est le tombeau de la liberté. Si toutes les volitions de la substance ressemblent à *b*, l'activité sera bannie de toute la substance, & chacun de ses états tiendra à une chaine d'états suspenduë hors de la substance.

Pourra-t-on prétendre que la substance soit libre, parce qu'elle produit de son propre fonds les motifs qui produisent les volitions? Quelle idée, je vous prie, se formera-t-on d'une production pareille? Si la substance agit en produisant, c'est sans doute par des volitions; mais ces volitions sont elles de la même espéce avec la volition *b*? Et si elles le sont, que devient l'action & la liberté? Dire que l'ame agit sans volition & sans choix, c'est ne rien dire.

L'ame n'est point nécessitée par les motifs, parce qu'elle peut les changer, se détourner de leur considération, détruire les motifs par des motifs superieurs, préparer leur existence par adresse, &c. Toutes ces expressions palliatives ne terminent point la question; elles ne font que la renvoyer, car enfin pour produire tous ces merveilleux effets, il faut des volitions, & de quelle nature sont-elles ces volitions?

Que la volition *a* soit produite par le motif A; je demande: d'où vient ce motif A; que ce soit de la volition *b* qui dérive à son tour du motif B: ou que ce soit du motif B qui dérive de la volition *b*. Un des deux: ou il faut poursuivre cette analyse à l'infini: ou il faut s'arrêter à une volition souveraine qui ne soit produite par aucun motif.

Que X désigne l'ame qui est le sujet de ces différens états, il faudra encore de deux choses l'une: ou le progrés des volitions, motifs, desirs, perceptions, & de tout ce qui vous plaira, ira à l'infini sans sortir de X, ou il vous conduira hors des limites de X. Au premier cas X est un être éternel, nécessaire dans son existence & dans tous

ses

ses changemens, par conséquent entiérement passif. Au second cas vous parviendrez à un *y* qui sera le premier changement de X placé, pour ainsi dire, sur ses frontiéres hors desquelles il y aura un *z* dont *y* dépendra, & sera déterminé. Le principe de la volition *a* se trouvant donc hors de X, X ne sera point agent, il ne sera point libre.

Monsieur *de Leibnitz* a adopté la comparaison de la balance pour illustrer l'influence des motifs sur les volitions. Rien de plus propre en effet que cette comparaison. Comme les poids détruisant l'équilibre font pancher les bassins en raison de leur quantité, ainsi les motifs entrainent l'ame en raison de leur force. Cependant on se recrie extrémement contre ceux qui pressent cette comparaison: l'action des motifs; dit-on, n'est pas physique comme celle des poids, les changemens des esprits ne sont pas mécaniques: les poids sont quelque chose d'exterieur à la balance; au lieu que les motifs s'engendrent dans l'ame & par l'ame elle-même.

Mais de quelque façon qu'on spiritualise cette comparaison, on y retrouve toujours ce qui porte le coup mortel à la liberté. Les Natures diverses des deux membres comparés ne font rien à la chose; il sera toujours vrai que ce que le poids est à la balance, le motif l'est à l'ame; que comme le poids détermine la balance à pancher d'un côté plutôt que de l'autre, ainsi le motif est ce qui fait vouloir l'ame une chose préférablement à l'autre; que comme la pente est liée au poids, ainsi la volition au motif; que comme la quantité du poids détermine celle de la pente, de même un motif déterminé produit une volition déterminée. Je sai bien que l'ame n'est pas une balance, que les motifs ne pésent point sur elle dans un sens materiel; mais un esprit qui a le principe de ses modifications hors de soi, est déterminé aussi fatalement que les corps le sont par les poids & les ressorts. La nécessité est nécessité partout, quelle que soit la substance qu'elle affecte.

Je ne vois pas non plus sous quel prétexte on peut avancer que les motifs s'engendrent par l'ame même; je ne connois aucune hypothe-

pothéſe qui ne doive rapporter leur origine au dehors; ſans excepter même celle de l'Harmonie; car enfin, & l'exiſtence de la *Monade*, & l'ordre dans lequel elle dévélope ſes perceptions, dépendent de l'Etre ſupréme qui l'a tirée de la région des poſſibilités, & lui a donné l'exiſtence. Je ſai qu'on a de la peine à accorder à Dieu une action réelle ſur la Monade, mais que gagneroit-on à l'y ſouſtraire? La Monade deviendra un être néceſſaire, & ſes changemens couleront de la néceſſité de ſa nature. Concevez une balance fauſſe, dont les bras ne gardent point l'équilibre, l'un hauſſant pendant que l'autre baiſſe, par la nature même de la balance & ſans le ſecours des poids. Vous aurez une vive image de l'ame muë par elle-même, ou par des motifs qui coulent de ſon propre fonds.

Le ſeul moyen d'accommoder l'exemple de la balance à la vraye liberté, ce ſeroit d'y ajouter un pouvoir de mettre ou d'ôter les poids, mais un pouvoir dont l'exercice ne fut point déterminé par d'autres poids.

L'autre comparaiſon que M. *de Leibnitz* ſubſtituë à celle de la balance, ne ſera pas trouvée plus commode pour peu qu'on l'examine (*). C'eſt *une force qui fait effort en même tems de pluſieurs côtés, mais qui n'agit que là où elle trouve le plus de facilité ou le moins de réſiſtance*. De quelque façon qu'on explique cette force, ſon effort ne dépend pas d'elle-même, mais d'une autre force qui la détermine à faire cet effort. L'exemple ajouté par M. *de Leibnitz*, éclaircit parfaitement la choſe: *L'air étant comprimé trop fortement dans un récipient de verre, le caſſera pour ſortir. Il fait effort ſur chaque partie; mais il ſe jette enfin ſur la plus foible*. Cet air a été comprimé par une force externe; ſi une partie du récipient eſt plus foible que l'autre, cela vient de l'imperfection de l'ouvrage, & ſi toutes les parties étoient également foibles, l'air ſe feroit jour également partout.

De

(*) Eſſai de Theodicée, l. III, §. 325.

De tout ce que nous venons de dire, il résulte manifestement que la liberté n'a lieu que dans le second cas, savoir en supposant la volition détachée du motif, étant certain que l'ame est passive dans ce dernier état & active dans le premier. Celui-là est déterminé par les précédens, mais celui ci détermine sans être déterminé.

Ce n'est pas du reste déroger à l'efficace des motifs que de ne leur rien attribuer qui ne leur appartienne; ce n'est pas les réputer inutiles que de nier qu'ils nous affectent comme les poids & les ressorts. L'oeil voit le chemin où les pieds entrent; seroit-ce donner atteinte à ses prérogatives que de nier qu'il remue les pieds? De même l'ame peut se déterminer sur des motifs plus ou moins forts; mais jamais les motifs ne la déterminent. Leurs prérogatives se renferment dans les bornes de l'entendement, & la moralité des actions, leur merite ou démérite, consiste uniquement en ce qu'on agit avec pleine liberté sur des motifs raisonnables ou déraisonnables.

Je viens d'appliquer mes principes aux théories de l'entendement & de la volonté. Je m'éléve maintenant à des vuës plus générales.

La contemplation la plus générale d'un Univers ne présente qu'une multitude de choses. Ces choses sont, ou liées entre elles, ou chacune est détachée de l'autre, ou quelques unes sont liées & d'autres détachées. Si *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, est un assemblage de choses liées & assujetties aux loix de leur liaison, je puis concevoir *g* détaché dans un double sens: ou il est détaché dans son individualité, ou il est lié à un autre assemblage *g*, *h*, *i*, *k*, *l*, *m*; En ce dernier cas il y a systéme détaché de systéme.

Si chaque chose est détachée de toutes les autres dans son individualité, rien n'agit ni ne pâtit, il n'y a ni cause ni effet, ni aucune rélation de chose à chose; l'université des choses ressemble à une multitude d'atomes sans aucune connexion; en un mot c'est la séparation la plus absolue.

Cette ſéparation porte le Fataliſme & le Scepticiſme à leur dernier excés. Il ne faut jamais demander pourquoi une choſe eſt; dans l'inſtant de ſon exiſtence elle eſt ſéparée de toute autre choſe, comme toute autre choſe eſt ſéparée d'elle; elle exiſte: c'eſt tout ce qu'on en peut dire. Je me ſers du nom de *choſe*, parce que ſubſtance & accident ne différent point dans cette doctrine; une telle difference ſuppoſeroit de la liaiſon où il n'y en a point.

L'action n'a donc lieu que dans un aſſemblage de choſes liées.

Mais ſi cet aſſemblage ne contenoit que des êtres croupiſſans dans un repos perpetuel; ſi tout y étoit permanent & ſans changement, l'action ne s'y trouveroit pas encore, quoiqu'à la vérité on ne pût pas dire qu'il pâtit d'un agent exterieur, puiſque nous ſuppoſons qu'il épuiſe tous les êtres. Son être & ſa permanence ſeroient donc néceſſaires de la néceſſité la plus abſoluë.

Dans un ſyſtéme d'êtres où il entre de l'action, il doit y avoir du changement. Mais ſuppoſons tout ce ſyſtéme ſujet à une fluctuation perpetuelle; les changemens ſeront eſſentiels aux êtres changeans; ces êtres changeront néceſſairement; il n'y aura point d'agent parmi eux.

Un changement univerſel exclut donc la liberté tout come une permanence univerſelle, & il y a auſſi peu d'action dans la Nature ſi tout eſt vie que ſi tout eſt mort.

Si dans l'aſſemblage des êtres il y avoit du changement dont il n'y eût point de principe, ce changement ſeroit produit, ou par le néant, ou par la nature des êtres changeans, ou un changement auroit produit l'autre par une progreſſion fatale à l'infini. Je ne décide point ſi ces trois cas ſont contraires à la raiſon; ce qui eſt évident, c'eſt qu'ils ſont contraires à la liberté.

La fatalité ſubordonnée aux moyens n'eſt qu'une (*) complication

(*) συμπλοκὴ αἰτιῶν τεταγμένη. Plut l. II. de pl. phil. c. 27. *Sempiterna ac indeclinabilis ſeries rerum ac catena volvens ſemet ipſa & implicans per æternos conſequentia ordines ex quibus apta connexaque eſt.* Aul. Gell. Noct. att. l. VI. c. 11.

tion éternelle & infinie de causes & d'effets qui enveloppe jusqu'aux événemens les plus contingens en apparence. Telle étoit la doctrine des Stoïciens qui, zélés partisans du destin, ne faisoient que se joüer du mot de liberté, soit qu'ils l'attribuassent à l'homme, ou au monde, à la Nature, ou à Jupiter, (noms qu'ils confondent souvent entr'eux.) Dans leur systéme, & le monde, & l'ame du monde, savoir, la partie la plus noble de ce grand Tout, n'agissent que par la nécessité de leur nature, c'est à dire, n'agissent point du tout.

On leur peut associer les fauteurs du Pantheïsme, dont les dogmes conduisent aux mémes conséquences. Si on envisage l'université des choses comme un seul être modifié par la nécessité de sa propre nature, il ne reste aucun agent, ni dans l'Univers, ni hors de lui, puisque hors du tout il n'y a rien.

Jupiter est, quodcunque vides, quocunque moveris.

Mais encore le hazard d'Epicure, à le bien examiner, n'est autre chose qu'une progression fatale à l'infini; & tout ce qu'il est supposé produire dans l'immensité de l'espace & dans la durée infinie, n'est qu'un grand effet sans premiere cause.

Le libre arbitre provenant de la déclinaison des Atomes est bien la piéce la plus ridicule qu'on ait jamais cousuë à un systéme. Si la liberté pouvoit avoir lieu dans celui-ci, elle ne laisseroit pas que d'être fort déplacée dans l'endroit qu'Epicure lui assigne. Ce seroit dans l'origine de la déclinaison de l'Atome qu'il faudroit la loger, & non dans les mouvemens spontanés des animaux, qui ne sont que l'effet de cette déclinaison. Enfin cette liberté n'est qu'imaginaire; elle s'accorde avec la plus grande nécessité; ajoutons qu'elle est simplement auxiliaire dans la doctrine du hazard: loin qu'Epicure fasse décliner les atomes pour les interéts de la liberté, les apparences de liberté observables dans les animaux ne lui servent au contraire qu'à appuyer la déclinaison, pièce absolument nécessaire à son systéme, & sans laquelle il s'ecraseroit sur ses propres fondemens. Si la pesanteur avoit suffi

pour produire le choc, Epicure n'auroit jamais pensé à détourner les atomes de leurs lignes droites. Mais comme il voyoit fort bien que dans un vuide où la vitesse est uniforme, les élémens ne pourroient jamais s'atteindre; il lui a falu recourir à cette déclinaison pour faire naitre les rencontres. (*) *Si les atomes ne déclinoient pas, ils tomberoient tous par l'immensité de l'espace comme des gouttes de pluye; jamais il n'y auroit ni rencontre ni choc, & la nature ne produiroit jamais rien.*

Ceux qui traitent la liberté d'indifférence de chimére, la comparent ordinairement à la déclinaison Epicurienne. Qu'on me permette de dire que je n'ai jamais vu une comparaison plus malheureuse que celle-là. Un atome de matiere, privé d'intelligence & de volonté, détourné de sa route sans aucune cause, peut-il entrer en parallélе avec une substance intelligente qui prévoit, delibére & choisit par le pouvoir actif dont elle est douée; d'un côté on voit un effet sans cause, & de l'autre un événement produit par la seule cause réelle qu'il soit possible de concevoir. Dans le fonds un effet sans cause mene à la fatalité absoluë, comme (**) Ciceron l'a fort bien remarqué au sujet de la déclinaison; & ainsi on compare la plus grande liberté, & la seule liberté possible, avec la fatalité la plus brute, & la plus aveugle. Lorsqu'au contraire on considére que dans le systéme d'Epicure la déclinaison fatale des atomes produit des volitions libres, je laisse à juger si on ne lui pourroit pas comparer une autre explication de la liberté, pour peu qu'on fut dans le goût de ces sortes de comparaisons.

Le

(*) *Quod nisi declinare solerent, omnia deorsum,*
Imbris uti guttæ, caderent per inane profundum.
Nec foret offensus natus, nec plaga creata
Principiis. Ita nil unquam natura creasset.

Lucr. de rerum Natura L. II. v. 221-224.

(**) *Nam si atomis, ut gravitate ferantur, tributum est necessitate naturæ, quod omne pondus nulla re impediente moveatur & feratur necesse est; illud quoque necesse est declinare quibusdam atomis, vel, si volunt, omnibus, naturaliter.* De fato c. 20.

Le plaisir qu'ils trouvoient à rendre ridicules les sentimens de leurs antagonistes, a fait avancer quelquefois des choses fort étranges aux Savans du premier ordre. Pourroit-on en citer un exemple plus illustre que celui de Mr. *de Leibnitz?* Mais aussi pourroit-on être assés circonspect à l'egard d'un nom aussi grand dans la République des lettres, & aussi sacré à cette Academie?

La comparaison dont nous venons de parler, étoit la favorite de ce grand homme. Il en fait usage en plusieurs endroits de ses Ouvrages; mais c'est dans la troisieme partie de la Théodicée qu'il l'a dévélopé plus au long. Là Mr. *de Leibnitz* avance deux choses, qui paroitront fort singuliéres à tous ceux qui ont étudié la doctrine d'Epicure.

D'abord Epicure, selon lui, n'a eû recours à la déclinaison (*) *que pour sauver la prétendue liberté de pleine indifférence.* Or il est évident que, quand même il n'y auroit absolument point de liberté, l'Epicureisme n'en auroit pas moins besoin de la déclinaison, vû qu'elle ne sert pas seulement à introduire le hazard & la liberté, mais encore *à créer les astres & les animaux*, comme (**) Plutarque s'exprime, & comme Epicure l'avouë lui-même dans son Epitre à Herodote; mais sans accumuler dans une chose si claire les témoignages de l'Antiquité, je me contente de renvoyer au passage de Lucrece que j'ai cité tantôt.

L'exposition que Mr. *de Leibnitz* donne de la déclinaison Epicurienne, est encore plus surprenante: *un de ces petits corps allant en ligne droite*, dit-il, *se détourne tout d'un coup de son chemin, sans aucun sujet, seulement parce que la volonté le commande.* Certes c'est faire bien de l'honneur à Epicure que de lui attribuer un sentiment aussi raisonnable. Si tel étoit son dogme, Mr. *de Leibnitz* auroit grande raison de lui comparer la liberté; car ce seroit la comparer à elle-même; & cette doctrine, comme il dit, seroit en effet aussi ridicule

(*) Essai de Théodicée. P. III. §. 320.

(**) ὅπως ἄστρα, καὶ ζῶα, καὶ τύχη παρεισέλθῃ, καὶ τὸ ἐφ' ἡμῖν μὴ ἀπόληται Plut. in libro πότερα τῶν ζώων φρονιμώτερα.

cule que la déclinaison des atomes; car elles ne feroient ridicules, ni l'une, ni l'autre. Chaque déclinaison feroit l'effet d'une volition, & dire, *que les petits corps se détournent sans sujet, seulement parce que la volonté le commande*, ce seroit autant que si on disoit: un effet arrive sans cause, parce qu'il est produit par la seule cause qui puisse le produire.

Carnéade avoit pris ce tempérament entre la fatalité de Chrysippe & le hazard d'Epicure; Ciceron nous en donne l'exposé dans son excellent traité du *Destin*, dont malheureusement nous ne conservons qu'un fragment.

Epicure étoit bien éloigné de l'opinion que Mr. *de Leibnitz* lui prête. S'il avoit jamais crû que la volonté fit décliner les atomes, il lui auroit fallu une double déclinaison; car enfin, il s'agissoit d'expliquer par ce moyen tous les phénomenes de la Nature sans exception, dont il n'y a qu'une partie trés mince qui dépende de nos volitions. C'est donc tout le contraire. Les atomes déclinent dans la Philosophie d'Epicure, avant qu'aucune volonté soit formée par leur concours; & leur déclinaison est précisément ce qui forme les volontés, & produit les prétendus actes libres. Pourroit-on en douter aprés tant de passages formels des Anciens? Voici celui de Lucrece qui probablement a induit Mr. *de Leibnitz* en erreur: (*) *Si tous les mouvemens sont*

(*) *Denique si semper motus connectitur omnis,*
Et vetere exoritur semper novus ordine certo,
Nec declinando faciunt primordia motus
Principium quoddam, quod fati fœdera rumpat,
Ex infinito ne causam causa sequatur:
Libera per terras unde hæc animantibus extat,
Unde hæc est, inquam, fatis avolsa voluntas,
Per quam progredimur, quo ducit quemque voluptas,
Declinamus item motus, nec tempore certo,
Nec regione loci certa, sed ubi ipsa tulit mens?
Nam dubio procul his rebus sua quoique voluntas
Principium dat, & hinc motus per membra rigantur.

sont liés les uns aux autres, si du mouvement passé résulte le présent selon un ordre invariable, si la déclinaison des atomes ne forme point un principe de mouvement qui puisse rompre la chaine fatale & empêcher la succession infinie des causes ; d'où vient aux animaux terrestres ce libre arbitre ? cette volonté soustraite à l'empire du destin par laquelle nous nous mouvons, comme bon nous semble, & par laquelle nous détournons les mouvemens, sans y être déterminés ni par le tems, ni par le lieu, mais uniquement par notre bon-plaisir ? Car il n'y a point de doute que la volonté d'un chacun ne donne l'origine à ces choses, *& que ce ne soit de là que partent les mouvemens qui se distribuent par nos membres.* Monsieur *de Leibnitz* aura crû sans doute que *les mouvemens, & les choses* dont il est parlé dans les derniers vers, & qui se rapportent aux mouvemens spontanés, se raportoient à la déclinaison des atomes. Le latin de Lucrece souffre cette équivoque, & la traduction Italienne de (*) *Marchetti*, dans laquelle le passage est allégué dans la Théodicée, la favorise également ; mais il est facile de s'en détromper tant par les passages paralléles que par la teneur même de celui-ci.

Jusqu'icy nous avons considéré tous les êtres dans un seul assemblage. Séparons maintenant cet assemblage en deux parties, la portion A nous représentera tous les êtres finis liés dans un systême, & faisant un tout. La portion B nous marquera un être infini, une *substantia extramundana.*

Si nous supposons d'abord ces deux portions indépendantes l'une de l'autre, la portion A pourra passer par les mêmes suppositions, par lesquelles nous avons fait passer l'assemblage de tous les êtres. Si vous

(*) - - - *I moti ancora*
Si declinan sovente, e non in tempo
Certo nè certa region, ma solo,
Quando e dove commanda il nostro arbitrio ;
Poi chè senz' alcun dubbio à queste cose
Dà sol principio il voler proprio, e quindi
Van poi scorrendo per le membra i moti.

vous y adoptez des principes des changemens, qui y arrivent, vous adoptez une classe d'êtres doués d'intelligence & de volonté. B, quoiqu' indépendant d' A, ne peut être l'origine de quoique ce soit en A, parcequ' A n'est pas moins indépendant de lui. Il ne sera donc l'origine de quoi que ce soit hors de lui-même. Il n'est pas non plus l'origine de ce qui est en lui-même, puisque ce qui est en lui, n'admet point d'origine. Sa volition seroit donc nulle faute d'objet ; en un mot un tel Dieu seroit moins puissant que les Intelligences libres supposées dans la portion A.

Joignons à présent les deux portions, & faisons dépendre A de B. Cette dépendance peut être conçuë dans un double sens. Ou l'existence de B entraine celle d' A par une nécessité de conséquence, ou B donne l'être à A par une volition libre.

Au premier cas, l'action & la liberté manquent dans A & dans B, l'existence d' A s'analysant dans la nécessité de la Nature de B, A devient une espece d'appendice de B, & ils ne seront, à proprement dire, qu'un même être. Si la matiére du monde & ses formes existent aussi nécessairement que l'essence divine, tout devient aussi passif, que si le destin le plus aveugle y présidoit.

Mais éclairons la scene, & concevons un Entendement infini, qui d'une simple vuë embrasse & combine tous les possibles. Supposons que de cette combinaison résulte le motif, qui le porte à produire l'Univers, que le motif produise la volition, & que la volition soit suivie immédiatement de l'effet. Dans tout ce procédé je ne trouve ni action ni liberté. Le Monde ne sauroit contenir un pouvoir d'agir, qui ne soit pas dans la cause du Monde ; & l'existence de l'Univers & de tout ce qu'il renferme, se résoudra dans l'entendement divin, & par là dans la nécessité de la Nature divine ; la chaine des êtres sera suspenduë au Trone de Jupiter qui obéit à son tour aux arrêts du Destin.

C'est ce que doivent entendre les Philosophes, qui disent, *que l'analyse des contingens est infinie.* Le mot de *contingent* me paroit icy

trés

très abusif ; car ce qui dépend de la nécessité d'une Nature, qui existe nécessairement, conserve t-il l'ombre même de la contingence qui suppose manifestement la liberté? Et peut on se prévaloir de ce terme sans donner dans l'équivoque, & dans le jeu de mots.

On ne sauroit dire dans ce systéme, que le contraire de ce qui arrive, ait été possible, ou qu'il y ait plus ou moins de possible, que ce qui existe. La puissance est-elle autre chose qu'un terme destitué de sens? Et ce qui est aussi nécessaire que l'essence divine auroit-il pû ne pas exister, ou exister autrement qu'il n'existe ? Dire qu'une chose seroit possible dans un autre monde, c'est dire qu'elle le seroit dans la supposition d'une autre essence divine, dont le monde présent est un écoulement nécessaire.

Dieu, dira-t-on, voit plusieurs possibles, qui ne parviennent pas à l'existence. Mais qu'est-ce qu'on entend par possible? Ce pour l'exécution duquel il n'y a point de puissance? Ce qui par l'essence même de la Divinité est déterminé au non-être? Si Dieu voyoit quelqu'une de ces choses comme possible, il verroit comme possible, ce qu'il ne peut pas faire.

Il y a des Philosophes assés ingénus pour nous accorder, que dans ce plan tout devient nécessaire. Mais c'est, disent-ils, une nécessité heureuse, fruit de la plus parfaite sagesse.

Que la nécessité soit heureuse ou malheureuse, ce n'est pas dequoi je m'embarasse. Mais qu'elle soit un fruit de la sagesse, je n'en saurois convenir. La nécessité ne laisse lieu à aucune action sage, ni à aucune vertu de choix. Remercier, p. e. Dieu pour sa bonté seroit autant, que si on le remercioit pour son éternité.

C'est avec la nécessité interieure dirigée par les motifs, que l'illustre Auteur du nouveau Systéme de la Fatalité croit que la Religion, & les Loix pourroient subsister. Je pense qu'en effet cela pourroit, & devroit même arriver par une erreur aussi fatale que le reste du systéme. Ainsi le voudroit le Destin, contre lequel il n'y a point de subterfuge. Il seroit en effet ridicule dans ce systéme de croire une Reli-

gion & une Conscience, s'il n'étoit pas nécessaire d'y croire, & de n'en point être pénétré, si la fatalité nous y oblige.

La seule dépendance donc dans laquelle puisse entrer la liberté, est celle de la seconde sorte, savoir lorsqu' A dépend d'une volition libre de B. Alors A sera contingent; *non* A sera possible, puisqu'il y a une puissance libre douée du pouvoir physique de le produire, & de ne le point produire, de produire en sa place C, D, E, F, & ainsi de suite.

Enfin, si dans l'assemblage des êtres compris sous A, il y a des intelligences douées de la puissance de vouloir, que B possede dans un degré illimité; ces intelligences seront autant d'agens dépendans de B dans leur existence, mais libres dans leurs volitions, auxquelles l'Etre suprême aura départi leur sphere d'activité. Dans ce plan certains changement seront résolubles dans l'action des intelligences mondaines.

Mais si l'intelligence suprême s'est reservé le privilége d'agir, A sera un assemblage d'êtres & d'états passifs, Dieu sera le seul agent, l'ame de la Nature, le moteur des corps & des esprits, & nos diverses volitions ne seront qu'autant d'expressions, ou de portraits de la sienne.

Ajoutons que ce systême convertit toute la morale en un jeu de Théatre; on auroit peine à deviner le but de Dieu dans ce drame universel. Encore, s'il n'y avoit que les habitans de la terre qui fussent assujettis aux loix du Destin, nous pourrions nous le figurer comme une grande salle de Spectacles, dressée pour l'instruction d'intelligences libres & superieures à l'espece humaine, dont chacune auroit reçû la leçon de Terence: (*) *Contemplez leurs vies comme dans un miroir, & profitez-en pour votre propre conduite.*



(*) *Inspicere, tanquam in speculum, in vitas omnium*
Jubeo, atque exinde capere exemplum tibi.

MEMOI-

MEMOIRES
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES LETTRES.

CLASSE DE BELLES LETTRES.

* * *

AVERTISSEMENT.

Le Jugement que l'Académie a porté sur le fragment d'une Lettre pretenduë de M. de Leibnitz, *ayant été publié, pendant que l'on imprimoit ce Volume de nos Mémoires, on a placé ce Jugement à la fin de l'Histoire. Depuis ce tems-là il a paru divers Ecrits de M.* Kœnig *& de ses adhérens, destinés à attaquer ce Jugement. Afin donc que le Lecteur trouve ici tout ce qui peut répandre du jour sur cette Controverse, & mettre le Jugement de l'Académie à l'abri des imputations aussi déraisonnables qu'injurieuses dont on voudroit le charger, on a cru devoir mettre ici la Lettre suivante qui fait voir avec le dernier degré d'évidence combien l'Académie a été équitable & circonspecte dans toute sa procedure.*

Comme on ne veut pas rendre ce Volume d'une grosseur disproportionnée à celle des precedens, & que d'ailleurs l'on se propose de commencer incessamment l'impression du septième Tome, la Classe de Belles-Lettres ne fournira point d'autres Pieces dans celui-ci que cette Lettre. La principale cause de cette réduction, c'est la préference qu'on a cru devoir donner, & que méritoit bien l'importance de l'objet, aux Observations pour déterminer la parallaxe de la Lune, qui devoient être toutes publiées, lorsqu'on recevroit les Observations correspondantes du Cap de Bonne Esperance.

LETTRE

LETTRE
DE
M. EULER
A'
M. MERIAN.

Traduit du Latin.

J'ai lû, Monsieur, les Gazettes Litteraires de Leipzig & de Hambourg, que Vous avez eu la bonté de me communiquer ; & j'ai été véritablement frappé de l'impudence avec laquelle les Editeurs de ces Feuilles ont osé traitter le Jugement que nôtre Académie a publié, à l'occasion de la Lettre attribuée à *Leibnitz* par M. le Professeur *Kœnig*. Quoique toutes les personnes intelligentes, & dégagées de l'esprit de parti, ayent trouvé ce Jugement conçu avec toute la modération possible, ces Compilateurs de nouvelles n'ont pû s'empêcher de déceler ouvertement, & leur ignorance, & cette démangeaison excessive qu'ils ont d'exercer leur critique sur tout ce qui se passe dans la République des Lettres. Car toutes leurs plaintes sur l'injure qu'ils prétendent que M. *Kœnig* a reçuë par ce Jugement, font assez voir qu'ils n'entendent pas seulement l'état de la Question, bien qu'il soit exposé dans ce Jugement avec la derniere netteté.

En effet, M. *Kœnig* ayant raporté ce fragment d'une Lettre qu'il prétendoit avoir été autrefois écrite par le grand *Leibnitz* à M. *Hermann*, que pouvoit-on lui demander de plus équitable, si ce n'est qu'il produisit l'Original de cette Lettre, ou qu'il indiquât dans quel endroit

endroit il étoit gardé. Dans cette Question, sur laquelle roule cependant toute la force du Jugement, il n'y a rien assurément à quoi le Censeur le plus mal intentionné puisse trouver à redire. Car quiconque allégue de pareils monumens, surtout après un si long tems écoulé, est sans contredit obligé de les rendre dignes de foi aux yeux du Monde savant en produisant les Originaux; & il n'est nullement autorisé à demander que de pareilles Pieces passent pour authentiques, tant qu'elles ne sont pas suffisament prouvées. Beaucoup moins donc peut-on reprocher à l'Académie Royale, & à son très digne Président, d'avoir entrepris l'examen de la Lettre alléguée par M. *Kœnig*. Si celui-ci, en donnant un fragment de cette Lettre dans les Actes de Leipsig, avoit déclaré en même tems qu'il en possedoit l'Original, ou du moins qu'il l'avoit vû, il pourroit peut-être trouver mauvais, qu'on n'eut pas aussi-tôt ajouté foi à son témoignage; cependant il ne feroit pas endroit de se plaindre qu'on lui eut fait la moindre injure. Mais dès-la qu'il ne dit pas un seul mot qui tende à faire connoitre qu'il ait vû la Lettre originale *de Leibnitz*, il ne sçauroit assurément exiger de personne, qu'on la tienne pour digne de foi, beaucoup moins doit-il être offensé des recherches exactes faites à ce sujet; bien plutôt, quand même personne ne l'en auroit requis, il seroit lui-même dans l'obligation de mettre à l'abri de tout doute la vérité de la Lettre qu'il a citée, s'il ne vouloit pas paroître avancer dans la République des Lettres une chose destituée d'autorité.

Mais, lorsque dans les commencemens cette affaire fut traittée amicalement par des Lettres écrites à M. *Kœnig*, non seulement il évita toujours de répondre à la demande qu'on lui faisoit de justifier ce fragment par les preuves de sa conformité avec l'Original; mais il avoua positivement qu'il ne possedoit point cet Original, & qu'il ne l'avoit jamais vû; mais qu'il tenoit seulement cette Lettre du fameux *Henzi*, décapité à Berne, qui lui en avoit fourni une Copie. La question consiste donc à sçavoir, si cette cette Copie est digne de foi, ou non? & cette question ne regarde pas tant M. *Kœnig* que *Henzi*;

 ou

ou peut-être elle ne regarde pas même ce dernier, si l'on suppose qu'il tenoit à son tour cette Lettre d'une autre main. Quand même donc M. *Kœnig* regarderoit cette Lettre comme digne de foi, dès qu'il reconnoit qu'il est hors d'état d'en établir l'authenticité, il ne peut certainement exiger de qui que ce soit, qu'il pense comme lui, mais il doit laisser à chacun une pleine liberté d'être d'un autre avis, sans que cela porte atteinte à son honneur. Aussi, ni lui, ni ses Avocats, ne peuvent justifier en aucune maniere, qu'on ait agi injustement à son égard, en déclarant, comme l'Académie l'a fait, que cette Lettre ne méritoit absolument aucune créance: car, quelles que soient les causes qui ont porté l'Académie à prononcer ce Jugement, elles ne concernent que l'écrit même, & la personne de M. *Kœnig* n'y est interéssée en rien. Et quand l'Académie n'indiqueroit aucune cause de la conduite qu'elle a tenuë, on ne pourroit en imaginer aucune, qui autorisât M. *Kœnig* à se tenir pour offensé.

Rien donc n'est plus ridicule que les plaintes de ces Censeurs severes, qui ne parlent que de l'injure faite à M. *Kœnig*, & font de vains efforts pour soutenir le rôle d'Avocats, dont ils semblent s'être chargés contre l'Académie dans cette cause. Puisque M. *Kœnig* lui-même a abandonné entierement cette cause, qui n'a d'autre objet que les preuves de l'écrit qu'il avoit allégué, il n'a besoin assurément d'aucuns défenseurs; & je ne vois pas comment quelqu'un pourroit penser à entreprendre sa défense, à moins qu'il ne se fit fort de produire cet Original de *Leibnitz* sur lequel roule toute la Question. Mais c'est sur quoi ces prétendus Avocats gardent le plus profond silence, se contentant d'accumuler les injures & les calomnies, comme s'ils avoient voulu saisir cette occasion de faire éclater leur ignorance & leur témérité.

Mais le comble de l'absurdité, c'est lorsque ces Censeurs petulans soutiennent que la décision de cette Question ne regardoit pas l'Académie, mais devoit être portée devant un Tribunal de Jurisconsultes. Tant qu'on recherche, si cette Lettre attribuée à *Leibnitz*

peut

peut être confirmée par la production de l'Original, le Jugement est aisé à rendre, & ne demande aucune connoissance du Droit Civil. On peut dire que M. *Kœnig* l'a décidée lui-même, en confessant son impuissance à prouver l'authenticité du fragment en question. Car quant aux autres questions, qui en sont nées, telles que celles-cy: Si cette Lettre ne contient pas des choses, qui n'etoient pas encore connües alors ? S'il n'y a pas quelque soupçon de faux dans les termes mêmes qu'elle employe ? Si son contenu est d'accord avec celui des Lettres *de Leibnitz* qui existent ? S'il y a dans les autres Ecrits de ce grand homme le moindre vestige des découvertes, qu'on lui attribue dans celui-ci ? Si M. *de Leibnitz* lui-même n'auroit pas écrit sur ces matieres à d'autres Amis qu'à M. *Hermann* ? & autres Questions de ce genre qui sont dévelopées dans le Jugement de l'Académie : elles sont toutes assurément telles, qu'aucun Tribunal Juridique n'auroit pû s'en arroger la connoissance : & comme elles demandent une connoissance profonde des Sciences auxquelles elles se rapportent, je ne vois pas à qui le droit d'en juger pourroit mieux convenir qu'à une Académie destinée à l'avancément des Sciences. Or dans toutes ces Questions il ne s'agit par le moins du monde de M. *Kœnig* ; & de quelque maniere qu'on les décide, il n'y sçauroit trouver le moindre sujet de plainte, puisqu' aussi-tôt qu'il s'est désisté de maintenir la vérité de cette Lettre, les choses qui s'y trouvent contenües, sont censées n'avoir plus aucun rapport avec lui. Ce Jugement n'étant donc point de nature à avoir dû être déféré à un Tribunal juridique, à beaucoup plus forte raison les Compilateurs des Nouvelles publiques ne peuvent-ils se l'arroger ; & M. *Kœnig* n'a aucun besoin de leur secours.

Mais ces chicaneurs publics ont porté non seulement l'insolence au point de tourner en ridicule le Jugement de l'Académie, mais ils n'ont pas rougi d'outrager indignement ses Membres, en imputant calomnieusement à la plûpart de ceux qui ont signé ce Jugement, d'être dans des sentimens tout opposés & de le desaprouver : outrage

 qui

qui ne pourroit qu'être extrémement sensible à l'Académie, si l'extrême légereté des calomniateurs ne l'engageoit plutôt à le mépriser. Comment pourroit-il venir à quelqu'un dans l'esprit que la précipitation ou la violence ayent eu la moindre part à cette affaire, puisqu'elle a été traitté de la maniere la plus ouverte, & que M. *Kœnig* lui-même par ses délais à laissé plus de six mois de tems pour l'examiner. Car ayant confessé qu'il n'avoit jamais vû la Lettre originale *de Leibnitz*, & les recherches les plus exactes faites à cette occasion n'ayant pû en découvrir le moindre vestige, le soupçon de faux conçu contre la Lettre citée s'est accrû de jour en jour, jusqu'à ce qu'il ait atteint le plus haut degré de certitude; & alors qui auroit pu hesiter à juger, que cette Lettre ne méritoit aucune créance, & à prononcer qu'on l'avoit attribuée à faux au grand *Leibnitz* ?

Tandis qu'ils accusent calomnieusement les autres Académiciens de se repentir de leur avis, ils prétendent encore que le Jugement a été dressé par moi-même malgré moi, que j'y ai été forcé par je ne sçai quelle autorité; & ils inferent en particulier que l'on auroit tort de me l'attribuër, de ce que je n'aurois jamais écrit que l'Ambassadeur de France eut quelque chose à commander dans ma Patrie. Lorsque j'ai écrit qu'on avoit cherché la Lettre par ordre du Roi & de l'Ambassadeur de France, il n'y a que des interprétes malins qui puissent entendre ces paroles, comme signifiant que ces ordres ont été adressés immédiatement aux Magistrats Suisses. Mais il ne m'est jamais venu dans l'esprit de dire, que le Roi ait adressé à ces Magistrats les ordres concernant cette affaire, qu'il a donnés a ses Ministres. Sans contredit un Roi donne à ses Ministres les ordres qu'il veut sur une affaire quelconque; & c'est à eux ensuite à s'acquitter ultérieurement de la volonté de leur Maître. Ce n'est point non plus par la voye des Magistrats que l'Ambassadeur de France a fait ses recherches; mais il a commis cette affaire à des particuliers, & surtout à des gens qui lui étoient subordonnés, & auxquels il avoit droit de commander.

Je

Je ne crains donc point que les Avocats de M. *Kœnig*, qui prennent ici fort mal à propos la défense de la liberté Helvetique, puissent répandre quelque soupçon sur ma fidélité par une semblable accusation.

Ce qu'ils ajoutent, que l'amitié qu'ils prétendent avoir été entre M. *Kœnig* & moi auroit dû me détourner du Jugement qui a été rendu, procede de la même erreur, qui leur persuade qu'on a agi injustement à son égard. Je ne trouve absolument rien dans l'amitié qui m'impose l'obligation de regarder comme digne de foi une Lettre dont M. *Kœnig* reconnoit qu'il ne sçauroit lui-même prouver l'authenticité; & quand malgré le défaut de preuves, il voudroit y acquiescer, ses amis n'en sont pas moins libres de penser autrement. Il ne prétend assurément pas, que ses Amis soyent de même avis que lui en toutes choses.

Enfin, pour ce qui regarde ma Dissertation sur le mouvement de projectile déduit du principe de la moindre action, que j'ai ajoutée en forme de supplément à mon Traité des Isoperimetres, les défenseurs infatigables de M. *Kœnig* se hâtent trop d'avancer qu'ils savent que ma Dissertation avoit déjà été à Lausanne entre les mains du Libraire dès l'an 1743. Ils seroient en droit de l'affirmer de l'Ouvrage même sur les Isoperimetres, que j'avois effectivement achevé quelques années avant qu'il ait paru; mais je n'ai fait les additions que depuis que j'avois envoyé le Manuscrit à Lausanne, & ne les ai fait partir pour cette Ville que peu avant la publication du Livre. Tout l'Ouvrage n'ayant donc vû le jour que vers la fin de l'an 1744. & M. *de Maupertuis* ayant lû dès le mois d'Avril de la même année son Mémoire sur le principe universel de la moindre action, dans une Assemblée publique de l'Académie Royale de Paris, tous les soupçons qu'on voudroit faire naître contre lui à ce sujet, se détruisent & tombent d'eux-mêmes.

Outre que je n'avois communiqué ce Supplément à personne avant l'impression, il n'y a rien qui soit appliquable à la Question présente, où l'on recherche uniquement, si M. *de Leibnitz* a écrit la Lettre

tre que M. *Kœnig* lui attribuë, ou s'il ne l'a pas écrite? En effet cette Lettre étant détruite, il ne reste plus aucun doute que M. *de Maupertuis* ne soit le premier qui a proposé le principe de la moindre quantité d'action. Car, lorsque j'ai employé la methode *de maximis & minimis* pour définir les trajectoires que décrivent des corps sollicités par une force centripete quelconque, je ne prétens pas avoir été au delà de ce qu'ont fait MM. *Bernoulli* & d'autres, en déterminant avec le secours de la même methode la courbure de la chainette, celle d'un linge rempli de liqueur, & d'autres courbes du même genre. De pareilles recherches ne fournissent que des principes particuliers, qui ne peuvent guères s'etendre plus loin que les cas auxquels on les applique. Au contraire il s'agissoit ici d'un principe universel, d'où devoient découler tous ces principes, & qu'on pût regarder comme une Loi établie dans tous les phenomenes de la nature; ce qui rendoit sa discussion moins du ressort des Mathematiques, que de celui de la Metaphysique, sur les principes de laquelle cette doctrine devoit être fondée. Aussi, quoique depuis longtems on n'ait pas douté que dans tous les effets naturels il y a un semblable principe de *Maximum* & de *Minimum* qui les détermine, personne cependant, avant l'Illustre Président de nôtre Académie, ne s'est trouvé, qui ait seulement soupçonné, dans quels élémens ce principe étoit contenu, & comment on pouvoit l'accommoder à tous les cas. Pour moi, je n'ai connu d'une maniere certaine qu' *a posteriori* le principe dont je me suis servi pour déterminer les trajectoires; & j'ai avoüé ingenüement que je n'etois pas en état d'établir sa vérité d'une autre maniere. Tout ce que j'ai fait, c'est d'en tirer les mêmes courbes qu'on a coûtume de trouver vulgairement par la methode directe, en partant des premiers principes de la Mechanique. Je n'ai même osé en étendre l'usage, qu'autant que j'ai pû justifier par le calcul son accord avec les principes connus. Et c'est qui m'a engagé à séparer de ce principe les mouvemens qui se font dans un milieu résistant, & d'autres plus compliqués, parce qu'il ne se présentoit à mon esprit aucune

voye

voye d'en découvrir la vérité à l'egard de ces mouvemens. Au reste Monsieur *Kœnig* voulant attribuër à *Leibnitz* seul l'invention du principe de la moindre action, je ne sçaurois assez m'étonner que ses fideles partisans me rendent aussi participant de cette gloire, & que dans le même tems qu'ils répandent avec tant d'atrocité leur bile sur toute l'Académie, ils montrent tant de bonne volonté à mon égard.

Ils objectent enfin aussi à l'Académie, de n'avoir pas publié avec le Jugement, toutes les Lettres qui ont été écrites à cette occasion à M. *Kœnig* avec ses réponses, quoiqu'on sçache que ces pieces avoient déjà été remises à l'Imprimeur; d'où ils concluënt avec autant de malignité que de précipitation, qu'elles contenoient des choses d'où M. *Kœnig* pouvoit tirer les plus grands avantages, & que c'est pour cela que l'Académie, qui se défioit de sa cause, a mieux aimé les supprimer. Mais comme tout le contenu de ces Ecrits se trouve rapporté assez clairement dans le Jugement même, il étoit tout à fait superflu de grossir le volume en les y inserant. Cependant, bien loin que M. *Kœnig* y puisse trouver le moindre secours, il doit plutôt rendre graces à l'Académie de ce qu'elle a bien voulu ensévelir des documens aussi manifestes de l'iniquité, avec laquelle il s'est conduit à son égard dans toute cette recherche. D'ailleurs les mêmes Ecrits sont entre les mains de M. *Kœnig*, & personne ne l'empêche de les publier, s'il les croit le moins du monde favorables à sa cause. Je suis, &c.

à Berlin, le 3 Septemb.
1752.



P. S.

Aprés avoir achevé cette Lettre, j'ai eu occasion de voir la Réponse même de M. *Kœnig*, intitulée *APPEL AU PUBLIC*; &

& l'ayant lûe, je n'ai pas été peu surpris de la véhémence avec laquelle, & lui, & ses défenseurs, se dechaînent contre le Jugement de l'Académie. Car ayant déclaré lui-même, comme on le voit dans ses propres Lettres qu'il a fait imprimer, qu'il lui importe fort peu qu'on admette ou qu'on rejette ce fragment de la Lettre attribuée à *Leibnitz*, parce qu'il n'est pas en état d'en prouver l'authenticité, il n'a assurément aucun sujet de se plaindre du Jugement de l'Académie, qui a pour objet principal la réjection de ce fragment; affaire à laquelle M. *Kœnig* avouë qu'il n'est point intéressé. Quand ensuite l'Académie a jugé que cet Ecrit rejetté ne pouvoit porter aucune atteinte au droit, en vertu duquel M. *de Maupertuis* revendique la découverte du principe de la moindre action, M. *Kœnig* doit s'en formaliser encore moins, puisqu'il reconnoit qu'en produisant cet Ecrit, il n'a jamais eu en vûe de révoquer cette découverte en doute. Or tout le Jugement de l'Académie se réduit à ces deux Questions, qui ne sont assurément dépendantes d'aucunes formules de Jurisprudence; & toutes les exceptions qu'on allégue contre la forme de ce Jugement, & contre les Juges, tombent d'elles-mêmes. M. *de Maupertuis* ayant tout d'abord résolu d'écarter de ce Jugement la controverse sur la vérité du Principe, s'arrêtant uniquement à faire examiner; si l'on peut l'accuser de l'avoir puisé dans les Ecrits des autres, ou non? & ne voulant point encore actuellement entrer avec M. *Kœnig* dans cette discussion, que celui-ci tâche perpetuellement de mêler à la Question; l'Académie a aussi pris un soin particulier de séparer cette controverse de son Jugement. En effet, quoique dans mon Rapport j'aye fait voir clairement la foiblesse des Objections que M. *Kœnig* a formées contre ce Principe, cette discussion n'a nullement passé dans le Jugement; & par conséquent les Membres de l'Académie, qui ne sont pas versés dans les Mathematiques, sont accusés à tort par M. *Kœnig* d'avoir porté leur Jugement sur des choses qu'ils n'entendoient pas. Et pour l'exception par laquelle on voudroit invalider le Jugement même, sous prétexte que le nombre des

Acadé-

Académiciens présens n'étoit pas assez grand, elle est tout à fait ridicule, puisque ce nombre étoit plus considérable qu'à l'ordinaire.

Mais, comme dès le commencement M. *Kœnig* a mis tout en œuvre pour pervertir l'état de le question, il fait de même dans son *Appel* des écarts continuels, & se sert pour attaquer le Jugement de l'Académie précisément des mêmes armes qui ont été employées par les Gazettiers: en sorte qu'il n'est pas besoin d'en donner une nouvelle réfutation. Non seulement il n'établit point sur des argumens plus forts l'autorité de la Lettre attribuée à *Leibnitz;* mais encore, après avoir assuré ci-devant que cette Lettre avoit été écrite à M. *Hermann*, dés qu'il a sceu qu'on en avoit fait la recherche à Bâle, & que trois Lettres de M. *de Leibnitz* à M. *Hermann* en avoient été envoyées ici, il a tout a coup changé de sentiment, de sorte qu'il avoue maintenant qu'il ne sçait pas même bien à qui la Lettre qu'il a produite étoit addressée: aveu qui donne sans contredit une très grande force au Jugement de l'Académie, s'il étoit possible qu'il parût encore douteux à quelqu'un.

Mais M. *Kœnig* abandonnant ce fragment, va chercher le P. *Malebranche*, Mrs. *s'Gravesande*, *Engelhard* & *de Wolff*, comme ayant déjà fait usage de ce principe de la moindre action; & toutes les fois qu'il rencontrera chez quelqu'un le mot de *minimum*, il pourra en tirer la même conclusion avec autant de droit. Cependant il est manifeste que ces Auteurs, ou bien attachent une idée toute differente à ce *Minimum* dont ils parlent, ou qu'ils l'appliquent tout autrement aux phénomenes de la Nature, ou enfin, ce qui est l'essentiel, qu'ils ne proposent ces principes qu'ils adoptent, que comme tout à fait particuliers. Mr. *s'Gravesande*, par exemple, auquel on donne ici le premier rang, dans les endroits qu'on cite, ne parle que des forces vives, dont le principe de la moindre action differe beaucoup: ensuite, quand il dit que, dans le choc des corps mous, il ne périt que la plus petite quantité des forces vives, outre qu'il s'agit là d'un cas tout à fait particulier, il attache cette proposition à une condition sin-

 guliere,

guliere, en posant que la vitesse rélative est la même, en sorte que cette perte des forces vives n'est la plus petite, que tant que la vitesse rélative demeure de la même grandeur. A l'égard de M. *de Wolff*, dans sa Dissertation inserée au Tome I. des Mémoires de l'Académie de Petersbourg, il ne parle que des forces vives, dont il tâche de déduire la mesure de l'idée de l'action, sans faire aucune mention du *minimum*, qui se trouve dans cette action. Si de pareilles exceptions étoient recevables, on ne pourroit jamais rien produire de nouveau; car il seroit bien difficile qu'on ne trouvât dans quelque Auteur, ou des idées, ou du moins des expressions semblables, dont on pourroit se servir avec le même droit poer attaquer toutes les nouvelles découvertes.

Quant à ce que M. *Kœnig* étale avec tant de confiance, au sujet de la Dissertation que j'ai inférée dans le Tome VIII. des Mémoires de Petersbourg, sur une propriété des nombres premiers, pensant me terrasser entierement par là, il montre assez avec quelle négligence il porte ses jugemens, & combien il est promt à se saisir des moindres circonstances pour en faire naître des chicanes. Car dés l'entrée de cette Dissertation j'ai déclaré ouvertement, que le Theoreme dont j'y donne la démonstration, avoit été trouvé depuis longtems par *Fermat*, qui a aussi assuré qu'il en avoit la démonstration. Mais comme cette démonstration, autant que je le sçais, n'a jamais été publiée, j'ai travaillé seulement dans l'intention de réparer en quelque sorte cette perte. J'étois donc bien éloigné de penser à tirer quelque gloire de cette démonstration, puisque j'ai dit si ingenuëment, qu'elle avoit été découverte depuis longtems par *Fermat*. Si donc M. *de Leibnitz* l'a aussi trouvée avant moi, ce dont je n'ai pas plus de connoissance que du travail de *Fermat*, j'ajoute foi sans aucune difficulté à l'assertion de M. *Kœnig*, & je suis fort content de n'être que le troisième demonstrateur de ce theorème, M. *de Leibnitz* ayant été le second, & toute la gloire de la premiere démenstration étant duë à *Fermat*. M. *Kœnig* ne m'epouvante donc point, en me menaçant tant de produire l'original

ginal de cette Lettre de *Leibnitz;* je l'en remercie tout au contraire, & j'attendrai non seulement avec tranquillité, mais même avec joye, la publication de cette Lettre. Mais je lui serois encore bien plus obligé, si par ses soins infatigables à déterrer les écrits anecdotes des grands hommes, il pouvoit découvrir aussi, & mettre au jour, ceux de *Fermat;* car j'y trouverois assurément bien des choses concernant la nature des nombres, qui m'ont coûté beaucoup de peine à découvrir, & je me flatterois d'y en apprendre de bien plus considérables encore, dont mes efforts n'ont pû venir à bout. Tant s'en faut donc que la publication de semblables Ecrits m'effraye, que je les recevrois plutôt avec une extrème avidité.

M. *Kœnig* attaque aussi le Jugement de l'Académie, sur ce qu'on n'y a fait aucune mention d'un Billet que M. *Hermann*, frère du défunt, lui a écrit, & qu'il a envoyé à l'Académie; quoique, dit-il, ce Billet fasse voir que ce M *Hermann* ne lui a jamais donné les Lettres que M. *de Leibnitz* a autrefois écrites à son frère, comme on l'insinuë dans le Jugement. Mais quoique cela ne fasse rien au fonds de la chose, & que M. *Kœnig* eut pû s'approprier ces Lettres à l'insçu de M. *Hermann*, il suffit de remarquer ici, que le soupçon que ces Lettres sont entre les mains de M. *Kœnig* n'est point fondé sur ce qu'elles ne se sont pas trouvées à Bâle, & qu'on l'a conçu d'après d'autres indices; mais quoique ces indices ayent paru assés forts, on ne l'a donné que pour un soupçon, & il importe fort peu qu'il soit fondé, ou non?

A l'égard des autres Objections; comme elles sont étrangeres à la Question, ou qu'elles ressemblent tout à fait à celles que M. *Kœnig* a produit d'un ton si menaçant contre ma démonstration des nombres premiers; car il ne sçauroit leur attribuër un plus grands poids, dès là qu'il pense m'avoir accablé par celle-la; il seroit superflu de prendre la moindre peine pour les résoudre, la lettre précédente y ayant pleinement satisfait; & cette véhémente sortie sur moi étant assez repoussée par ce que je viens de dire.

Au reste, puisque M. *Kœnig* se plaint tant de la maniere injurieuse dont il croit qu'on a agi avec lui dans le Jugement de l'Académie, je

ne sçaurois m'empêcher de répéter que ce Jugement ne regarde point sa personne, mais seulement l'Ecrit qu'il avoit produit, auquel pour les raisons les plus évidentes, on a refusé toute croyance; ce qu'il ne doit pas trouver mauvais. Quant aux soupçons rapportés dans le même Jugement, qui paroissoient indiquer d'une manière assez claire la perversité de sa cause, & une disposition peu éloignée de la fraude, il y a donné lui même l'occasion la plus forte, en voulant perpetuellement brouiller la question, & la tourner sur des recherches qui n'y avoient aucun rapport. Comme donc il impute trés injustement à l'Académie, d'avoir porté son jugement sur sa personne, ou sur le principe même de la moindre action; s'il se trouve chargé des soupçons les plus graves, il ne le doit imputer qu'à lui-même. Et à présent même, loin d'avoir écarté ces soupçons par sa défense, il paroit au contraire les confirmer, par la foiblesse & les injures dont est rempli ce qu'il allegue. Car assurément il n'auroit pas attaqué d'une manière si ridicule ma démonstration sur les nombres premiers, s'il avoit eu de meilleures choses à dire pour sa cause: pour ne pas parler ici des imputations frivoles, par lesquelles il ne rougit point de vouloir charger nôtre illustre Président de plagiat.

Surtout c'est un raisonnement bien remarquable, que celui par lequel il tâche de rendre la Religion de M. *de Maupertuis* suspecte, en se fondant sur ce qu'il refuse créance aux Ecrits produits par M. *Kœnig*, parce que ni lui, ni aucun témoin digne de foi, ne les a vûs; d'où il conclut en vertu de son admirable Logique, qu'il ne sçauroit ajouter foi aux respectables monumens sur lesquels nôtre Sainte Religion est appuyée, d'autant qu'il n'a pas vû lui-même les Originaux. Comme si les importans témoignages d'où dépend la certitude de la Religion pouvoient être mis en aucune comparaison avec le témoignage de M. *Kœnig*, que lui-même n'oseroit produire comme un témoignage digne de foi.

F I N.

TABLE.

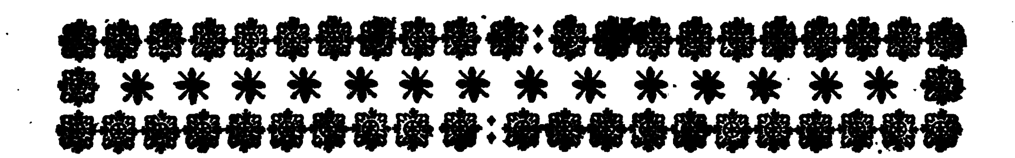


TABLE.

CLASSE de Philosophie Experimentale.

CLASSE de Mathematique.

Recher-

CLASSE de Philosophie speculative.

CLASSE de Belles-Lettres.

